

FIZIKA 2

pitanja i odgovori za ocjenu dovoljan

- Definiraj pojam vektora i navedite njihova osnovna svojstva i računске operacije među njima. Definirajte pravokutni, cilindrični i sferni koordinatni sustavi navedite izraze za diferencijalne duljine luka, površine i volumena. Skicirajte smjer jediničnih vektora u svakom sustavu.
- Svojstva električnog naboja. Pojam makroskopske gustoće naboja. Coulombov zakon i pojam električnog polja i kinetike i kontinuirane nakupine naboja.
- Što je tok vektorskog polja. Navedite Gaussov zakon. Primjeri.
- Izvedite izraz za potencijalnu energiju i potencijal točkastih naboja i kontinuirane nakupina naboja.
- Kako se računa električno polje iz poznatog potencijala. Objasnite pojam gradijenta. U kojem je odnosu ekvipotencijalna ploha prema silnicama električnog polja?
- Izvedite opći izraz za potencijalnu energiju elektrostatskog polja.
- Vodič se nalazi u elektrostatskom polju. Kolika je vrijednost polja u vodiču, u šupljini vodiča i na površini vodiča. Objasnite.
- Uvedite vektor električnog pomaka D i izrazite prvu Maxwellovu jednadžbu preko D . Napišite integralni izraz za D .
- Izračunajte elektrostatsku potencijalnu energiju u dielektričnoj sredini.
- Objasnite pojam struje i gustoće struje. Izvedite zakon sačuvanju naboja.
- Izvedite izraz za vodljivost σ iz $j = \sigma E$ u jednostavnom modelu električne vodljivosti.
- Napišite izraz za magnetsko polje struje (Biot-Savartov zakon). Kao primjer izračunajte polje stalne struje u beskonačnom ravnom vodiču.
- Izvedite opći izraz za silu između dva vodiča kroz koje prolaze stalne struje. Tim izrazom objasnite Orstedove pokuse.
- Izvedite izraz za B kružne petlje i zavojnice na osi simetrije. Objasnite pojam magnetskog dipolnog momenta.
- Porijeklo atomskih magnetskih dipolnih momenata. Magnetsko polje u tvari.
- Objasnite Faradayev zakon elektromagnetske indukcije i napišite ga u obliku diferencijalne jednadžbe. O čemu govori Lenzovo pravilo? Ilustrirajte ga primjerom.
- Objasnite pojmove međuvodičke indukcije i samoindukcije i dokažite teorem o uzajamnoj jednakosti međuvodičkih indukcija.
- Objasnite doprinos od $\partial E/\partial t$ u izrazu $\nabla \times B$ i napišite Maxwellove jednadžbe u tvari kada postoje i vremenske promjene polja. Pokažite da one sadrže u sebi zakon o sačuvanju naboja.
- Polazeći od Maxwellovih jednadžbi izvedite diferencijalne jednadžbe za električno i magnetsko polje. Koje je fizikalno značenje tih jednadžbi?
- Pokažite da je elektromagnetski val transvezalan. Kakav je odnos smjera električnog i magnetskog vala i smjera širenja vala?
- Riješite valnu jednadžbu u dijelu prostora daleko od izvora vala. Kakvo je fizikalno značenje rješenja.
- Izvedite izraz za električno polje točkastog naboja koji se ubrzava giba. Uz koja ograničenja vrijedi taj izraz? Objanite učinak retardacije.
- Polazeći od Maxwellovih jednadžaba, izvedi izraz za indeks loma. Komentirajte promjenjivost tog izraza.
- Kako indeks loma ovisi o frekvenciji upadne svjetlosti? Komentirajte primjenjivost tog izraza.
- Kako titra električno polje u linearno polariziranom elektromagnetskom valu?
- Kako titra električno polje u kružno polariziranom elektromagnetskom valu?
- Skiciraj smjerove i opišite upadni, reflektirani i lomljeni val na granici dva optička sredstva.
- Opišite interferenciju dva koherena izvora i navedite uvjete pojave maksimuma i minimuma intenziteta svjetlosti.
- Objasnite pojavu Fraunhoferovog ogiba na uskoj pukotini i izvedite uvjete pojave maksimuma i minimuma intenziteta svjetlosti.
- Ogib x-zraka na rešetki kristala.

I.B. 2003.g.

① **VEKTOR - USPOJERENA DULJINA KARAKTERIZIRANA IZNOSOM I SVOJIM SMJEROM**

JEDNAKOST - AKO IMAJU ISTI IZNOS I SMJER, NEPOREKLO ISTO HVALEŠTE

SUPROTNOSTI - SUPROTNOSTI SMJER I ISTI MODUL

JEDINIČNI - MODUL JEDNAK JEDAN

KOLINEARNI - PARALELNI S ISTIM PRAVCETI

KONTPLARNI - PARALELNI S ISTIM RAVNINOM

3. IZRAČUNJE SKALARNA

DERIVACIJA

ASOCIJATIVNOST

$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

KOMUTATIVNOST

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$

$\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

SKALARNI PRODUKT

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$

SVOJSTVA

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

$(\alpha \vec{a}) \cdot \vec{b} = \alpha (\vec{a} \cdot \vec{b})$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$

$\vec{a} \cdot \vec{a} = a^2$

$\hat{x} \cdot \hat{x} = \hat{y} \cdot \hat{y} = \hat{z} \cdot \hat{z} = 1$

$\hat{x} \cdot \hat{y} = \hat{y} \cdot \hat{z} = \hat{z} \cdot \hat{x} = 0$

VEKTORSKI PRODUKT

$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$

$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{y} \times \hat{z} = \hat{z} \times \hat{x} = \hat{0}$

$\hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z}$

$\hat{x} \times \hat{z} = \hat{y}$

$\hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}$

$\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

$(\lambda \vec{a}) \times \vec{b} = \lambda (\vec{a} \times \vec{b})$

$(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$

$\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$

$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \iff \vec{a} \parallel \vec{b}$

PRAVOKUTNI

$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

$T(x, y, z)$

CILINDRIČNI

$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{z}$

$T(\rho, \phi, z)$

SFERNI

$\vec{r} = r\hat{r}$

$T(r, \theta, \phi)$

$dL = \rho d\rho$

$dS = \rho d\rho d\phi$

$dV = \rho d\rho d\phi dz$

$x = \rho \cos \phi$

$y = \rho \sin \phi$

$z = z$

$r \in [0, +\infty]$

$\phi \in [0, 2\pi]$

$\theta \in [0, \pi]$

I.B. 2003.g.

2. SVOJSTVA

- OČUVANJE ELEKTRIČNOG NABOJA - UKUPNI NABOJ ZATVORENOM SUSTAVU NE MJEŃA SE U VREMENU $dQ/dt = 0$ $Q = \text{kon.}$
- KVANTIZIRANOST EL. NABOJA - POSTOJE NAJMANJE ČESTICE NOSIT. NABOJA KOJI SE NE MOGU VIŠE DIJELITI $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$
- RELATIVISTIČKA INVARIJANTNOST - NABOJ JE ISTI U SUSTAVU KOJI SE GIBA I KOJI NIJE $Q(v) = Q(0)$
- FUNDAMENTALNA SVOJSTVA - IZVAN OKVIRA FUNDAMENTALNE KLASIČNE ELEKTRODINAMIKE U DALJINOSTI MANJE OD $10^{-15} m$

GUSTOĆA NABOJA

LINIJSKA

$\lambda(\vec{r}) = \frac{dQ}{dL}$

$Q = \int \lambda(\vec{r}) dL$

$dL = dr$

POVRŠINSKA

$\sigma = \frac{dQ}{dS}$

$Q = \int \sigma(\vec{r}) dS$

$dS = d^2r$

VOLUMINA

$\rho(\vec{r}) = \frac{dQ}{dV}$

$Q = \int \rho(\vec{r}) dV$

$dV = d^3r$

COULOMBOV ZAKON

DVA POKREĆUĆA TOČKASTA EL. NABOJA ODBIJAJU - PRIVLAČE SE SILE KOJE JE RAZNJEŖNA UPOJERENOST NABOJA A OBRNUTO RAZNJEŖNA KVADRATU NJIHOVE MEĐUSOBNE UDALJENOSTI

$\vec{F} = q_1 \vec{E} [N]$ $E_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} [As/Vm]$

$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \frac{\vec{r} - \vec{r}_1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|^3}$ VRIJEDI

$\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i q_2 \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$ 3. NEWTONOV ZAKON $F_2 = -F_1$ (AKCIJA I REAKCIJA)

ELEKTRIČNO POLJE

JE DIO PROSTORA OKO EL. NABOJA U KOJEM SE MOŽE DOKAZATI POSTOJANJE SILE KOJE DJELUJU NA DRUGE NABOJE. AKO POSTOJI PROSTORNI RAZNJEŠTAJ NABOJA NA NABOJ q_0 DOVEDEN U TAJ PROSTOR DJELUJE COULOMBOVA SILA.

$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} [V/m]$ DISKRETNJA NAKUPINA NABOJA - RAZDIOBA

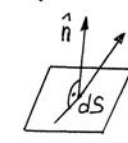
$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \frac{\vec{r} - \vec{r}_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3}$

KONTINUIRANA NAKUPINA NABOJA - RAZDIOBA

$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \rho(\vec{r}') \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3r'$

I.B. 2003.g.

- TOK VEKTORSKOG POLJA \vec{A} KROZ DANU POVRŠINU S DEFINIRAN JE IZRAZOM $\vec{\Phi} = \iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iint_S A \cos \theta dS = \iint_S A_n dS$ Gdje je A_n KOMPONENTA VEKTORA \vec{A} , OKOMITA NA POVRŠINU S . TOK VEKTORSKOG POLJA JE SKALARNA VELIČINA. AKO VEKTOR \vec{A} S ELEMENTOM POVRŠINE dS ZATVARA OŠTRI KUT (TOK JE POZITIVAN) - TUPI KUT (TOK JE NEGATIVAN).



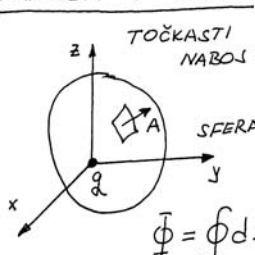
$$d\vec{\Phi} = \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

$$\vec{\Phi} = \oint \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

GAUSSOV ZAKON - TOK VEKTORA JAKOSTI EL. POLJA KROZ ZATVORENU PLOHU JEDNAK JE OTJERU PLOHE OBUHAĆENOG NABOJA I DIELEKTRIČNE KONSTAN. PROSTORA

$$\vec{\Phi} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

PRIMJER 1 IZVOD



$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

$d\vec{S} = dS \hat{r}$

$dS = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$

$d\vec{S} = r^2 d\Omega \hat{r}$

$\vec{\Phi} = \oint d\vec{S} \cos \theta$

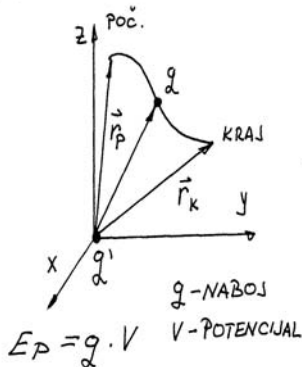
$\vec{\Phi} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot \hat{r} \cdot r^2 \sin \theta d\theta d\phi \hat{r} \cdot \hat{r} = 1$

$\vec{\Phi} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \phi \Big|_0^{2\pi} (-\cos \theta) \Big|_0^\pi =$

$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} 2\pi [-(-1-1)] = \frac{q}{\epsilon_0}$

I.B. 2003.g.

4. POTENCIJALNA ENERGIJA - JEDNAKA JE NEGATIVNOST VRIJEDNOSTI RADA POTREBNOG DA SE NABOJ q' DOVEDE IZ BESKONAČNOSTI NA UDALJENOST r OD NABOJA q .



NABOJ q VUČE/TO PO KRIVULJI OD \vec{r}_p DO \vec{r}_k PRI TOME SAVLAĐAVANO COULONBOVU SILU, A NEGATIVNA VRIJEDNOST ULOŽENOG RADA ŽOVE SE $P \cdot E$.

$$E_p(\vec{r}_k) = E_p(\vec{r}_p) + \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_k} - \frac{1}{r_p} \right) - \text{POTENCIJALNA ENERGIJA}$$

$$V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} - \text{POTENCIJAL N TOČKASTIH NABOJA}$$

$$E_p = \frac{1}{2} \int \rho(\vec{r}) V(\vec{r}) d^3r - \text{POTENCIJALNA ENERGIJA OPISANA KONTINUIRANOM RASPODJELOM}$$

$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}') d^3r'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \text{POTENCIJAL KONTINUIRANE NAKUPINE NABOJA}$$

I.B. 2003.g.

5. AKO NAM JE POZNAT POTENCIJAL POLJE RAČUNANO KAO NEGATIVNI GRADIJENT POTENCIJALA

$$\vec{E} = -\text{grad} V = -\vec{\nabla} V$$

- GRADIJENT FUNKCIJE JE VEKTOR KOJI OPISUJE PROMJENE FUNKCIJE f U OKOLIŠU NEKE TOČKE, NJEGOV SMJER JE JEDNAK SMJERU NAJBRIŽEG RASTA FUNKCIJE, A IZNOSOM JE JEDNAK DERIVACI FUNKCIJE PO POKAKU U TOM SMJERU.
- GRADIJENT JE VEKTOR SKALARNOG POLJA $f(x,y,z)$ U DANOJ TOČKI $T(x,y,z)$ I DEFINIRAN JE IZRAZOM

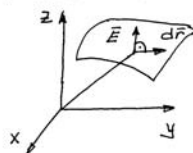
$$\text{grad} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

OKOMIT JE NA NIVO PLOHE OD TE SKAL. FUNKCIJE, IMA ORIJENTACIJU U SMJERU POVEĆANJA TE SKALARNE FUNKCIJE U BILU KOJOJ PROMATRAVOJ TOČKI. IZNOS GRADIJENTA

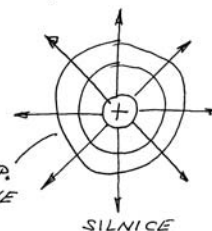
$$|\text{grad}| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}$$

EQUIPOTENCIJALNA PLOHA

- PLOHA U PROSTORU U KOJOJ POTENCIJAL IMA KONSTANTNU VRIJEDNOST
- U SVAKOJ SU TOČKI OKOMITE NA SMJER EL. POLJA (SILNICE EL. POLJA)



EKVIP. PLOHE



SILNICE

SILNICE

ZAMIŠLJENE KRIVULJE U PROSTORU KOJE POKAZUJU SMJER DJELOVANJA ELEKTRIČNOG POLJA

I.B. 2003.g.

6. OPĆI IZRAZ ZA POT. ENG. ELSTAT. POLJA

$$\textcircled{I} E_p = \frac{1}{2} \int V(\vec{r}) \cdot \rho(\vec{r}) d^3r = V - \text{EL. POTENCIJAL}$$

$$\vec{\nabla}(f \vec{\nabla} f) = \vec{\nabla} f \vec{\nabla} f + f \vec{\nabla}^2 f = (\vec{\nabla} f)^2 + f \vec{\nabla}^2 f$$

$$\vec{\nabla}^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \text{ JER SE } \vec{E} = -\vec{\nabla} V - \text{EL. POLJE JE NEG. GRADIJENT POTENCIJALA}$$

I MAXWELLOVA JEDNADŽBA

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = -\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) = -\vec{\nabla}^2 V$$

$$\textcircled{I} = -\frac{\epsilon_0}{2} \int V(\vec{r}) \vec{\nabla}^2 V(\vec{r}) d^3r =$$

$$\left| \vec{\nabla}(V \vec{\nabla} V) = \vec{\nabla} V \vec{\nabla} V + V \vec{\nabla}^2 V = (\vec{\nabla} V)^2 + V \vec{\nabla}^2 V \right|$$

$$V \vec{\nabla}^2 V = \vec{\nabla}(V \vec{\nabla} V) - \underbrace{(\vec{\nabla} V)^2}_{-E}$$

$$= -\frac{\epsilon_0}{2} \int [\vec{\nabla}(V \vec{\nabla} V) - (\vec{\nabla} V)^2] d^3r =$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \left[\int \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot (-E)) d^3r - \int E^2 d^3r \right] =$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \left[\int \vec{\nabla}(V E) d^3r + \int E^2 d^3r \right] =$$

$$= \frac{\epsilon_0}{2} \left[\oint V E \cdot d\vec{S} + \int E^2 d^3r \right]$$

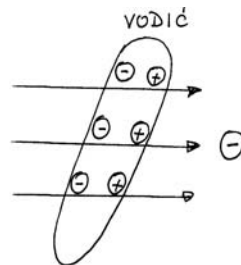
$$S \rightarrow \infty \quad V \rightarrow 0$$

$$E_p = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int E^2 d^3r$$

OPĆI IZRAZ ZA POTENCIJALNU ENERGIJU ELEKTROSTATSKOG POLJA

I.B. 2003.g.

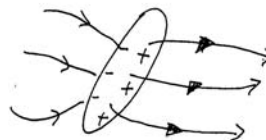
7.



UNUTAR METALA POLJE JE PO IZNOSU

$\vec{E} = 0$ JER $V = \text{KONST.}$ CIJELI METAL JE EQUIPOTENCIJALNA PLOHA $E = -\vec{\nabla} V$ ($V = \int \vec{E} d\vec{r} + \text{KONST.}$)

GIBANJE ELEKTRONA SE ODVIJA SVE DOK POLJE UNUTAR METALA NE IZJEDNAČI SE SA VANJSKIM



SILNICE EL. POLJA SU OKOMITE NA EQUIPOTENCIJALNE PLOHE

POLJE U ŠUPLJINI ODREĐENO JE LAPLASOVOM JEDNADŽBOM $\vec{\nabla}^2 V = 0$

$V = V_0 = \text{KONST.}$ - POTENCIJAL

$$\vec{E}_{IN} = 0 \quad V = \text{KONST} \quad \vec{E}_S^V = 0$$

LAPLASOVA JEDNADŽBA ZAĐOVOLJAVA ZA POT. U ŠUPLJINAMA, AKO U TOM PROSTORU NEMA EL. NABOJA. POVRŠINSKI NABOJI NA KUTJI ĆE SE RAZMJESTITI TAKO DA POLJE PONIŠTI POLJE VANJSKIH NABOJA U SVAKOJ TOČKI UNUTAR POVRŠINE.

I.B. 2003.g.

8.

ELEKTRIČNA INFLUENCIJA - POJAVA DA ELEKTRIČKI NEUTRALNO TIJELO POSTAJE S JEDNE STRANE ELEKTRIČN. POZITIVNO, A S DRUGE ELEKTRIČKI NEGATIVNO AKO SE NALAZI U ELEKTRIČNOM POLJU. VEKTOROM ELEKTRIČNOG POLJAKA \vec{D} OPISUJE SE INFLUENCIJSKO DJELOVANJE POLJA NA TIJELO KOJE SE NALAZI U TOM POLJU.

PRVA MAXWELLOVA JEDNAŽBA

 \vec{P} - VEKTOR POLARIZACIJE

$$\vec{P} \cdot \vec{E} = \frac{\rho + \rho_{VEZ}}{\epsilon_0} = \frac{\rho - \vec{P} \cdot \vec{P}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{P}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho \quad \text{DEF. } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{P} \cdot \vec{D} = \rho \quad \text{PRVA MAXW. PREKO } \vec{D}$$

$$\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\rho(\vec{r}') (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3 r'$$

9. ELEKTROSTATSKA POTENCIJALNA ENERGIJA U DIELEKTRIČNOJ SREDINI.

$$E_P = \frac{1}{2} \int \rho(\vec{r}) V(\vec{r}) d^3 r \quad 3) \vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

$$1) \rho = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} \quad 2) \vec{\nabla} \cdot (\vec{D}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) + \vec{D} \cdot (\vec{\nabla}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{D}) - (\vec{\nabla} \cdot \vec{D})$$

$$E_P = \frac{1}{2} \int (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) V d^3 r = \frac{1}{2} \left[\int (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) V d^3 r - \int (\vec{\nabla} \cdot \vec{D}) V d^3 r \right] = \frac{1}{2} \left[\oint V \vec{D} d\vec{S} + \int \vec{E} \cdot \vec{D} d^3 r \right]$$

$$E_P = \frac{1}{2} \int \vec{E} \cdot \vec{D} d^3 r + \frac{1}{2} \oint V \vec{D} d\vec{S}$$

I.B. 2003.g.

10.

STRUJA - USTJERENO GIBANJE ELEKTRONA POD UTJECajem ELEKTRIČNOG POLJA

- RAČUNA SE KAO KOLIČINA NABOJA KOJA U VREMENU Δt PROĐE KROZ PRESJEK VODIČA I OVISI SAMO O PROSJEČNOJ BRZINI ELEKTRONA

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{q \cdot \vec{S} \cdot \vec{v} \cdot n \Delta t}{\Delta t} = q \vec{S} \cdot \vec{v} n [A]$$

GUSTOĆA STRUJE - JE VEKTORSKA VELIČINA KOJA IMA SMJER GIBANJA ELEKTRONA

ODNOS JAKOSTI STRUJE I POVRŠINE PRESJEKA ZOVE SE GUSTOĆA STRUJE

$$\vec{J} = \sum_j q_j n_j \vec{v} \quad I = \vec{J} \cdot \vec{S} \leftarrow I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad \vec{J} = \text{KONST}$$

ZAKON O SAČUVANJU NABOJA

$I = -\frac{dQ}{dt}$ NEGATIVNO JER KAKO VRIJEME TEČE NABOJ SE SPANJUJE

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{dQ}{dt}$$

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int \rho d^3 r$$

GAUSSOV TEOREM

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int \vec{\nabla} \cdot \vec{J} d^3 r$$

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int \vec{\nabla} \cdot \vec{J} d^3 r$$

$$\int \vec{\nabla} \cdot \vec{J} d^3 r = -\int \frac{d\rho}{dt} d^3 r / d^3 r$$

- NABOJ SE NE POŽE STVARATI ILI PONIŠTAVATI, STRUJA POŽE POSTOJATI SAMO AKO SE NABOJ SPANJUJE U KONAČNOM VOLUMENU, T.J. KOLIKO NABOJA UĐE U SVAKI VOLUMEN, TOLIKO MORA IZĆI.

I.B. 2003.g.

11. IZRAZ ZA VODLJIVOST

$$G = \frac{1}{\rho} [S] \text{ VODLJIVOST } \rho - \text{SPEC. OTPOR [}\Omega \text{m]} \text{ MATERIJALA}$$

$$\vec{J} = G \vec{E} \quad \vec{F} = q \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a} \quad \vec{a} = \text{KONST}$$

MODEL

- SREDSTVO KROZ KOJE PROLAZI STRUJA (NPR. PLIN) SASTOJI SE OD POZITIVNIH I NEGATIVNIH NOSIOCA NABOJA (m_+, q_+ i m_-, q_-) ISTE GUSTOĆE
- GUSTOĆA STRUJE \vec{J} JE ODREĐENA NJIHOVOM PROSJEČNOM BRZINOM \vec{v} DJELOVANJE STALNE SILE ONI BI SE TREBALI JEDNOLIKO UBRZAVATI ALI POŠTO SE SUDARAJU GIBAJU SE STALNOM DRIFTNOM BRZINOM
- KADA NARINEMO EL. POLJE IMAĆO DVJE STRUJE (TOPLINSKOG EFEKTA I EL. POLJA)

$$\vec{P} = m_+ \vec{v}_+ + q_- \vec{E} \cdot \vec{t}$$

IMPULS-KOLIČINA GIBANJA ČESTICE
IZMEĐU DVA SUDARA

$$\vec{v}_+ = \frac{q_+ \vec{E}}{m_+} \vec{t}_+ \quad \text{SREDNJA BRZINA NOSILACA POZITIVNIH NABOJA RAZLIČNA JE ELEKTRIČNOM POLJU } \vec{E}$$

$$\vec{v}_- = -\frac{q_- \vec{E}}{m_-} \vec{t}_- \quad \text{NEGATIVNI NOSIOCI NABOJA}$$

GUSTOĆA STRUJE

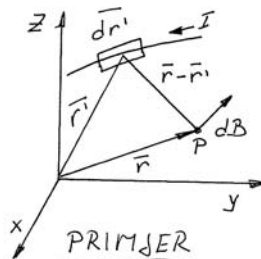
$$\vec{J} = \vec{J}_+ + \vec{J}_- = q_+ N \vec{v}_+ + (-q_-) N \vec{v}_-$$

$$\vec{J} = \sum_j N_j q_j \vec{v}_j \quad j = q_+ N \frac{q_+ \vec{E}}{m_+} + q_- N \frac{q_- \vec{E}}{m_-} \vec{E}$$

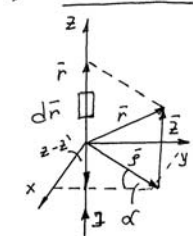
$$\vec{J} = q^2 N \left(\frac{\vec{E}}{m_+} + \frac{\vec{E}}{m_-} \right) \vec{E} \quad G = N q^2 \left(\frac{1}{m_+} + \frac{1}{m_-} \right)$$

I.B. 2003.g.

12. BIO-SAVARTOV ZAKON - BIT JE DA SE NASTAJANJE MAG. UZBUDE I MAG. GUSTOĆE MOŽE SHVATITI TAKO DA SVAKI $d\vec{r}$ VODIČA PROTJECAJ STRUJOM I , STVARA U PROMATRANOJ TOČKI P JEDAN DOPRINOS $d\vec{B}$ ZA UKUPNU UZBUĐU \vec{B} .



$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3 r'$$

PRIMJER

$$\vec{r} = \rho \hat{\rho} + z \hat{z} \quad \vec{r} - \vec{r}' = \rho \hat{\rho} + (z - z') \hat{z}$$

$$r' = z' \hat{z} \quad |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}$$

$$dr' = dz' \hat{z} \quad \sin \alpha = \frac{z - z'}{\sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}}$$

$$\alpha \in (-\pi/2, \pi/2)$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{d\vec{r}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

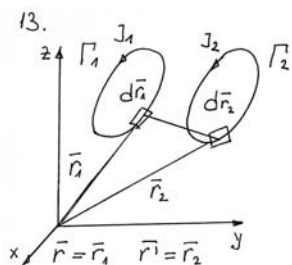
$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dz' \hat{z} \times (\rho \hat{\rho} + (z - z') \hat{z})}{[\rho^2 + (z - z')^2]^{3/2}}$$

$$dz' \hat{z} \times (\rho \hat{\rho} + (z - z') \hat{z}) = \begin{vmatrix} \hat{\rho} & \hat{z} \\ 0 & dz' \end{vmatrix} = -dz' \hat{\phi} = dz' \hat{\phi}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I \rho}{4\pi} \int \frac{dz'}{[\rho^2 + (z - z')^2]^{3/2}}$$

$$R_{j0} \quad \vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} \hat{\phi}$$

I.B. 2003.g.



LORENTZOVA SILA

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = dq \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I d\vec{r} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F}_{12} = I_1 d\vec{r}_1 \times \vec{B}_2(r_1) \text{ SILA POLJA } \vec{B}_1 \text{ NA } \vec{r}_2$$

BIOSAVARTOV ZAKON

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{r} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \Rightarrow d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{r} \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}$$

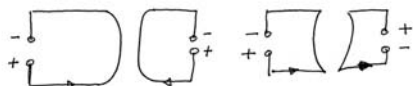
$$d\vec{B}_2(\vec{r}_1) = \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \frac{d\vec{r}_2 \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$$d\vec{F}_{12} = I_1 d\vec{r}_1 \times \frac{\mu_0 I_2}{4\pi} \frac{d\vec{r}_2 \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \int$$

$$\vec{F}_{12} = I_1 I_2 \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{\vec{r}_1} d\vec{r}_1 \times \oint_{\vec{r}_2} \frac{d\vec{r}_2 \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

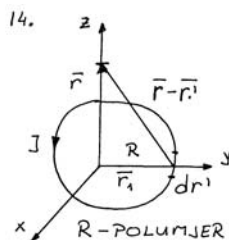
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

ÖRSTEDOVI POKUSI



U PROSTORU OKO VODIČA KOJIM TEČE STRUJA POSTOJI MAG. POLJE, UKOLIKO SE POLJA DVA SUSJEDNA VODIČA PONAŠTAJU - PRIVLAČE, ŽBRAĐAJU - ODBIJAJU

I.B. 2003.g.



IZRAZ ZA MAG. POLJE KOJE STVARA KRUŽNA PETLJA POLUMJERA R U OXY RAVNINI

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z}$$

ZAVOJNICA NA OSI SIMETRIJE

PROMATRAMO DIO ZAVOJNICE A ON SADRŽI nDL ZAVOJA PA JE EKIVALENTAN JEDNOM ZAVOJU KROZ KOJEG PROLAZI STRUJA IndL

IZRAZ ZA JEDNU PETLJU

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \hat{z}$$

$$I = n I dL$$

DOBIJEMO

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2} n I (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2) \hat{z}$$

MAGNETSKI DIPOLNI MOMENT

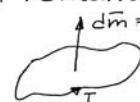
$$\vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{r} \times \vec{j}(\vec{r}) d^3 r \quad \vec{j} = \int \vec{j} dS$$

$$\vec{m} = \frac{1}{2} I \int \vec{r} \times d\vec{r} \quad \vec{B}(z) = \frac{\mu_0}{2} \frac{\vec{m}}{r^3}$$

TO JE UMNOŽAK STRUJE I POVRŠINE PETLJE, TJ VEKTOR U SMJERU OKOMICE NA POVRŠINU KRUŽNOG VODIČA \vec{S}

$$\vec{m} = \frac{R^2 \pi I}{2} \hat{z}$$

$$\vec{m} = I \vec{S}$$

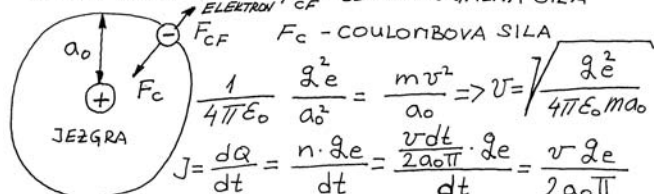


I.B. 2003.g.

15. $\vec{m} = I \vec{S}$ - MAGNETSKI DIPOLNI MOMENT

SVAKI ATOM IMA MALI MAGNETSKI MOMENT UZROKOVAN GIBANJEM ELEKTRONA OKO JEZGRE. UKOLIKO SU SVI MAG. MOMENTI ATOMA USMJERENI U ISTOM SMJERU ONDA DAJU MAKROSKOPSKI MOMENT STALNIH MAGNETA, DAKLE SVAKI ATOM JE MALI MAGNET. a_0 - UDALEŽENOS OD JEZGRE

ATOM VODIKA ELEKTRON F_{CF} - CENTRIFUGALNA SILA



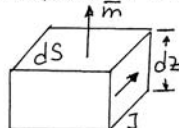
$$F_c = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_e^2}{a_0^2} = \frac{m v^2}{a_0} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 m a_0}}$$

$$J = \frac{dQ}{dt} = \frac{n \cdot q_e}{dt} = \frac{v dt}{2a_0 \pi} \cdot \frac{q_e}{dt} = \frac{v q_e}{2a_0 \pi}$$

MAGNETNI DIPOLNI MOMENT ZA VODIK

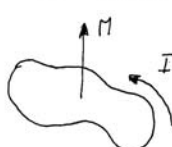
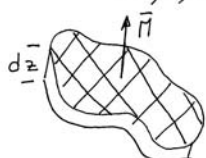
$$\vec{m} = I \vec{S} = \frac{v q_e}{2a_0 \pi} \vec{S} = \frac{v q_e}{2a_0 \pi} a_0^2 \pi = \frac{1}{2} v q_e a_0$$

MAGNETNO POLJE U TVARI



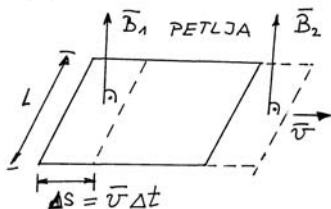
TVAR PODJELIIMO NA MNOGO MALIH KOCKICA, DOBIVAMO DA JE MAGNETIZACIJA ISTA KAO DA JE KOCKA PUNA. AKO IMAMO VELIK KOPAD TVARI SVIM dV SE STRUJE PONIŠTAVAJU OSIM ONIJA NA RUBU TVARI. ZBOG TOGA POŽELIMO TVAR ZAMJENITI SA STRUJNOM PETLJOM KOJA PROIZVODI GUSTOĆU MAGNETIZACIJE \vec{I} .

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot \vec{H} \quad \vec{H} - \text{JAKOST MAG. POLJA}$$



I.B. 2003.g.

16. FARADAYEV ZAKON - PROMATRAMO PETLJU U TREUTKU t I $t + \Delta t$



POMICANJEM PETLJE TOK SE NA LIJEVOJ STRANI SMANJI A DESNO POVEĆA

$$\text{SMANJI } \Delta \Phi_1 = B_1 L v \Delta t$$

$$\text{POVEĆA } \Delta \Phi_2 = B_2 L v \Delta t$$

FARADAYEV ZAKON EL. MAG. IND

$$d\Phi = (B_2 - B_1) L v dt$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$d\Phi = -(B_1 - B_2) L v \Delta t = -\mathcal{E} dt$$

UKAZUJE NA PROMJENU MAG. POLJA U VREMENU

LENZOVO PRAVILO

INDUCIRANA STRUJA IMA TAKAV SMJER DA PROIZVODI MAGNETSKI TOK KOJI SE SUPROSTAVLJA PROMJENI MAG. TOKA KOJI JE UZROKOVAO NJENO NASTAJANJE. KADA SE TOK KROZ PETLJU SMANJUJE INDUCIRANA STRUJA VLASTITIM TOKOM NASTOJI POVEĆATI TOK I OBRNUTO. PROIZLAZI IZ ZAKONA O OČUVANJU ENERGIJE NPR. GIBAMO VODIČ U MAG. POLJU RAD SE PRETVARA U ELEKTRIČNU ENERGIJU. KADA SE PROIZVEDENI MAG. TOK NE BI SUPROSTAVLJAO UZROKU SVOGA NASTANKA INDUCIRANA STRUJA BI RASLA ŠTO BI BILA NEKA VRSTA PERPETUM POBILJE, A TO JE U SUPROTNOSTI S ZAKONOM O OČUVANJU ENERGIJE.

LENZOVO PRAVILO - SMJER INDUCIRANOG NAPONA JE UVIJEK TAKAV DA SE OD NJEGA STVORENA STRUJA SVOJIM MAG. UČINKOM PROTIVI PROMJENI MAG. TOKA $d\Phi$

I.B. 2003.g.

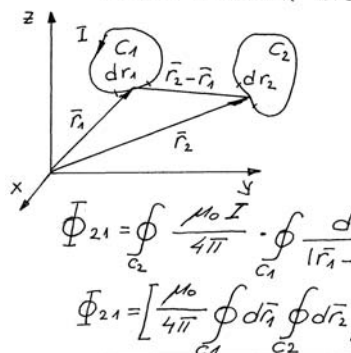
17. MEĐUVODIČKA INDUKCIJA - JE POJAVA KOJA SE OČITUJE TIME DA SE ZBOG PROMJENE JAKOSTI STRUJE U JEDNOM SVITKU INDUCIRA NAPON U DRUGOM AKO KROZ C_1 TEČE $J_1(t)$ TO STVARA PROMJENJIVI TOK KOJI U PETLJI C_2 INDUCIRA EMF.

$$\Phi_{21} = \int \vec{B}_1 d\vec{S}_2 = \mu_{21} J_1(t) \quad \mu_{21} - \text{KOEFIČIJENT [H]} \\ \text{TOK POLJA } \vec{B}_1 \text{ KROZ } C_2 \quad \text{MEĐUVODIČKE INDUKCIJE} \\ \mathcal{E}_{21} = - \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21} \frac{dJ_1(t)}{dt} \quad L_1 = \mu \frac{N_1^2 S}{L_1} \quad L_2 = \mu \frac{N_2^2 S}{L_2}$$

SAMOINDUKCIJA - POJAVA DA SE U SAMOM SVITKU KROZ KOJI PROLAZI PROMJENJIVA STRUJA INDUCIRA NAPON ZBOG PROMJENJIVOG TOKA Φ ŠTO GA JE PROIZVELA VLASTITA STRUJA TOGA SVITKA

$\mu_{11} = L$ - SAMOINDUKTIVNOST STRUJNOG KRUGA

TEOREM O UZAJAMNOJ JEDNAKOSTI MEĐU VODIČKIM INDUKCIJAMA



$$\Phi_{21} = \oint_{C_2} \vec{A}_1(r_2) d\vec{r}_2 \\ \Phi_{12} = M_{12} I \\ \Phi_{21} = \oint_{C_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \oint_{C_1} \frac{d\vec{r}_1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_2 \quad M_{12} = M_{21} = I \\ \Phi_{21} = \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} d\vec{r}_1 \oint_{C_2} d\vec{r}_2 \frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|} \right] I = M_{21} I$$

I.B. 2003.g.

18. ZA \vec{J} KOJI SE NE MIJENJA U VREMENU

$$a) \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad b) \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad c) \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

AKO SE \vec{J} MIJENJA U VREMENU $\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$

\vec{E} KONDEZATORA JE $|\vec{E}| = \frac{\phi}{\epsilon_0}$; $\phi = \frac{Q}{S}$ ϕ - POVRŠINSKA GUSTOĆA NABOJA

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{S \epsilon_0} \frac{\partial}{\partial t} \Rightarrow \epsilon_0 S \frac{d|\vec{E}|}{dt} = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow J'$$

OSIM STRUJE J KROZ VODIČ IZMEĐU PLOČA KONDEZATORA DOLAZI DO PROMJENE \vec{E} KOJA ODGOVARA STRUJI J'

$$J' = S \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; J' = \vec{J}' S; \vec{J}' S = S \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \vec{J}' = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{J} = \vec{J} + \vec{J}' \Rightarrow \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = \mu_0 (\vec{J} + \vec{J}') = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} - \text{ZAKON OČUVANJA NABOJA}$$

MAXWELLOVE JEDNADŽBE

VAKUUM	PRISUSTVO TVARI
1) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ FARADAY	1) $\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
2) $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ AMPERE + MAXWELL	2) $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
3) $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ GAUS	3) $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$
4) $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ NE POSTOJI MAG. MONOPOL II GAUS ZAKON	4) $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

I.B. 2003.g.

19. МАТЕМАТИКА

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 3. \text{ MAXWELL} = \rho / \epsilon_0 \\ \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = - \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{B} \\ \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \\ \vec{\nabla}^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \vec{\nabla} \rho + \mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad A$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \times (\mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}) \\ \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{E} \\ I. \text{ NJ } \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad 4. \text{ M. J. } \\ - \nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (- \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) \quad / (-1) \\ \vec{\nabla}^2 \vec{B} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = - \mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{J} \quad B$$

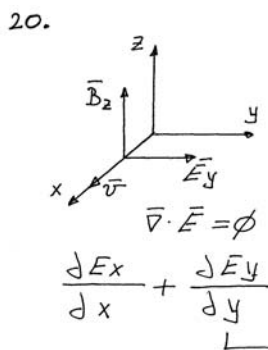
A I B - PARCIJALNE DIFERENCIJALNE JEDNADŽBE KOJE SE MOGU SHVATITI KAO VALNE JEDNADŽBE

A - JEDNADŽBA ZA ELEKTRIČNO POLJE GOVORI NAM DA NEPIA IZOLIRANIH NABOJA

B - JEDNADŽBA ZA MAGNETSKO POLJE GOVORI NAM DA OKO SILNICA PROPATRANOG MAG. POLJA A OKONITO NA NJIH NASTAJU ZATVORENE SILNICE EL. POLJA

I.B. 2003.g.

20. $\vec{E}, \vec{B}, \vec{E}$ - MEĐUSOBNO OKONITI



$$\vec{E}(x,t) = E_x(x,t) \hat{x} + E_y(x,t) \hat{y} + E_z(x,t) \hat{z} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad \text{JER SE GIBA SAMO POSI X}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \rightarrow E_x - \text{KONSTANTA} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad II \text{ MAXW. JED.} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_y(x) & 0 \end{vmatrix} = \hat{x} (0 - \frac{\partial}{\partial z} E_y) - \hat{y} (0 - 0) + \hat{z} (\frac{\partial E_y}{\partial x} - 0) = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{B}(x,t) = B_x(x,t) \hat{x} + B_y(x,t) \hat{y} + B_z(x,t) \hat{z}$$

$$\frac{\partial B_x(x,t)}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial B_y(x,t)}{\partial t} = 0 \\ - \frac{\partial B_z(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial E_y(x,t)}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial E_y}{\partial x} = - \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

TRI SMJERA (OKONITA) 1) SMJER ŠIRENJA VALA (TRANSVERZALNI) 2) SMJER EL. POLJA (E I VAL) 3) SMJER MAG. POLJA

TRANSVERZALNI POREMEĆAJ - KOD KOJEGA ČESTICE TITRAJU OKONITO NA SMJER ŠIRENJA POREMEĆAJA

I.B. 2003.g.

21.

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \rho + \mu_0 \frac{d\vec{J}}{dt}$$

$$\nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2} = -\mu_0 \nabla \times \vec{J}$$

$$\nabla^2 V - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 V}{dt^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{A}}{dt^2} = -\mu_0 \vec{J}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad \text{VAKUM}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \quad \text{OPĆENITO SREDSTVO}$$

$$\nabla^2 \ell - \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \ell}{dt^2} = -\rho$$

$$\ell_H = \frac{2(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

- IZRAZ ZA VALNU JEDNADŽBU U BLIZINI IZVORA VALA DEFINIRA KUGLASTI VAL, DOK ZA PROSTOR DALEKO OD IZVORA VALA, VAL POSTAJE RAVNI VAL

- KRUŽNICA ČIJI $\vec{r} \rightarrow \infty$ POSTAJE RAVNINA
 $\vec{r} = (\vec{r} - \vec{r}')$

PUTUJUĆI KUGLAST VAL

$$\ell = \frac{2(r \pm ct)}{r}$$

I.B. 2003.g.

22.

$$V(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \vec{E} = -\nabla V - \frac{d\vec{A}}{dt} \quad t' = t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$$

ZBOG POPIKA NABOJ NE MOŽE TRENUTNO DJELOVATI NA CIJELI PROSTOR IMA OGRANIČENJA

1) NEPA NABOJA, NEPA I UBRZANJA

2) NE OVISI O r

3) $t' = t - \frac{r}{c}$ ONO ZRAČENJE KOJE PROLAZI NA SFERI r JE U VREMENU

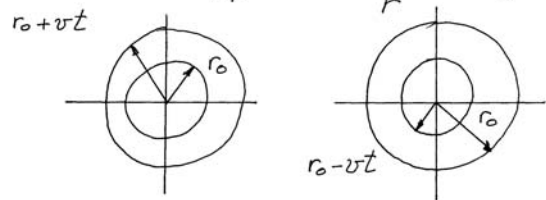
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{2}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{a_{\perp}(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

a_{\perp} - AKCELERACIJA (UBRZANJE)

RETARDACIJA - DOLAZI DO KAŠNJENJA VALA

$$\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0 + vt} \quad \psi_- = \frac{2_-(t - \frac{r}{c})}{r} \Rightarrow r = r_0 + vt$$

$$\psi_+ = \frac{2_+(t + \frac{r}{c})}{r} \Rightarrow r = r_0 - vt$$



I.B. 2003.g.

23.

MAXWELLOVE JEDNADŽBE
 U IZOTROPNOM I HOMOGENOM SREDSTVU

$$1) \nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$2) \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

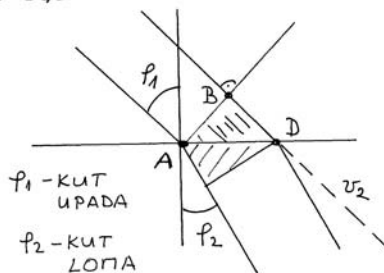
$$3) \nabla \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$4) \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{d\vec{D}}{dt}$$

$$v_1 = \frac{BD}{t}$$

$$v_2 = \frac{AC}{t}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin p_1}{\sin p_2} = n$$



p_1 - KUT UPADA

p_2 - KUT LOMA

$$\frac{BD}{AC} = \frac{AD \sin p_1}{AD \sin p_2} = \frac{\sin p_1}{\sin p_2}$$

$$n = \frac{\sqrt{\epsilon_r(2)}}{\sqrt{\epsilon_r(1)}} \quad \text{ZAKON LOMA SNELLOV ZAKON}$$

LOM SVJETLOSTI

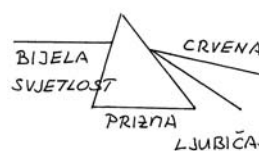
LOM ILI REFRAKCIJA VALOVA NASTAJE KADA VAL DOSPIJE NA GRANICU DVAJU SREDSTAVA U KOJIMA SE ŠIRI RAZLIČITIM BRZINAMA I PREMA HAYGENSOVOM PRINCIPU NOVA ĆE SE VALNA FRONTA ŠIRITI DRUGIM SMJEROM

"SVAKU TOČKU VALA MOŽEMO SMATRATI IZVOROM NOVOG ELEMENTARNOG VALA. VAL KOJI REZULTIRA IZ INTERFERENCIJE SVIH ELEMENTARNIH VALOVA IZ SVIH TOČAKA TOG ORIGINALNOG VALA INDEKCIJOM JE ORIGINALNOM VALU"

PRI PRELASKU IZ JEDNOG SREDSTVA U DRUGO VAL MIJENJA VALNU DULJINU I BRZINU ŠIRENJA A FREKVENCIJA OSTAJE ISTA.

I.B. 2003.g.

24.



POJAVU DA DIELEKTRIČNOST MATERIJALA, BRZINA SVJETLOSTI U SREDSTVU OVISI O FREKV. SVJETLOSTI NAZIVA SE DISPERSIJA - UZROK JE ZA SPEKTRALNO RAZLAGANJE SVJETLOSTI.

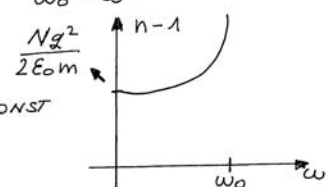
$$n = \sqrt{\epsilon_r} \quad \text{INDEKS LOMA}$$

$$\epsilon_r = \epsilon_r(\omega) - \text{DIELEKTRIČNA KONSTANTA OVISI O FREKVENCiji}$$

$$n = 1 + \frac{Nq^2}{2\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$1) \omega \ll \omega_0$$

$$n = 1 + \frac{Nq^2}{2\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2} = \text{KONST}$$



$$2) \omega \rightarrow \omega_0 \text{ VIDLJIVA SVJETLOST } \omega_g > \omega_0 \quad n = 1$$

$$n_g > n_c \quad n = \frac{\sin p_c}{\sin p_g} \quad \sin p_g = \frac{\sin p_c}{n}$$

$$3) \omega = \omega_0 \quad x_c \rightarrow \infty$$

$$4) \omega > \omega_0 \quad (x - \text{ZRAKE}) \text{ VAL SE GIBA BRŽE OD SVJETLOSTI}$$

$$n < 1 \quad v = v_f = v_g$$

$$v = \frac{c}{n} \quad v_f - \text{FAZNA BRZINA}$$

$$v_g - \text{GRUPNA BRZINA}$$

I.B. 2003.g.

25.

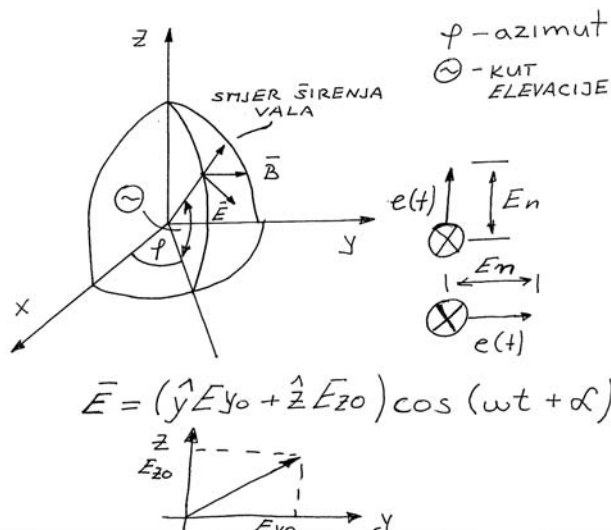
POLARIZACIJA ELEKTROMAGNETSKOG VALA JE KRIVULJA KOJA OPISUJE VRH VEKTORA ELEKTRIČNOG POLJA.

LINEARNO POLARIZIRAN VAL JE VAL KOD KOJEGA PRAVAC VEKTORA EL. POLJA OSTAJE KONSTANTAN A S VREĆENOM NI SE MIJENJA SAMO VELIČINA.

POLARIZACIJA MOŽE BITI:

HORIZONTALNA - PRAVAC EL. POLJA JE PARALELAN SA ZEMLJINOM POVRŠINOM

VERTIKALNA - OKOMIT NA ZEMLJINU POVRŠINU

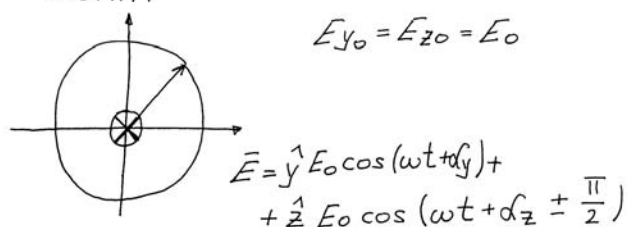


I.B. 2003.g.

26.

KRUŽNA POLARIZACIJA - KADA VEKTOR EL. POLJA OSTAJE PO VELIČINI KONSTANTAN ALI MIJENJA SMJER TJ. ROTIRA KONSTANTNOM BRZINOM. ZAVISNO DA LI VEKTOR ROTIRA KAO LIJEVI ILI DESNI VIJAK GLEDANO U SMJERU ŠIRENJA VALA RAZLIKUJEMO LJEVU I DESNU KRUŽNU POLARIZACIJU.

KRUŽNO POLARIZIRANI VAL MOŽEMO SHVATITI KAO ZBROJ DVAJU LINEARNO POLARIZIRANIH VALOVA ISTIH AMPLITUDA I FREKVENCIJA KOJI SU FAZNO POMAKNUTI ZA $\pi/2$ I TO UZ UVJET DA SU PRIPADNI VEKTORI MEĐUSOBNO OKOMITI



$$e_1(t) = E_m \cos \omega t$$

$$e_2(t) = E_m \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

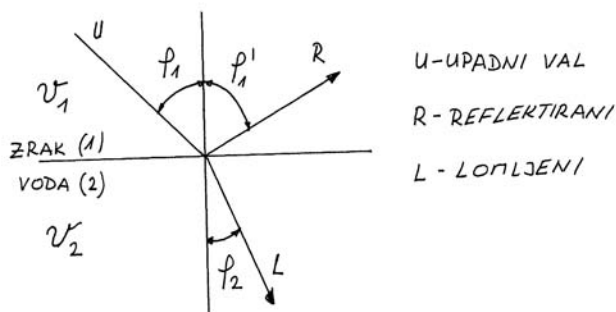
$$e(t) = e_1(t) + e_2(t)$$

REZULTANTNI VEKTOR DVAJU MEĐUSOBNO OKOMITIH VEKTORA IMA MODUL

$$\text{Iz } e(t) \text{ uz } \varphi = \pm \frac{\pi}{2} \Rightarrow e(t) = E_m$$

I.B. 2003.g.

27.



UPADNI VAL POD KUTOM OD φ_1 DOLAZI NA GRANICU DVA SREDSTVA. ZA LOMLJENI VAL VRIJEDI SNELLOV ZAKON

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = n \quad n = \frac{\sqrt{\epsilon_r(2)}}{\sqrt{\epsilon_r(1)}}$$

LOM ILI REFRAKCIJA VALOVA NASTAJE KADA VAL DOSPIJE NA GRANICU DVAJU SREDSTAVA U KOJIMA SE ŠIRI RAZLIČITIM BRZINAMA. U DRUGOM SREDSTVU NOVI VAL SE ŠIRI S RAZLIČITOM BRZINOM I PREMA HUYGENSOVOM PRINCIPU NOVA ĆE SE VALNA FRONTA ŠIRITI DRUGIM SMJEROM. PRI PRELASKU IZ JEDNOG SREDSTVA U DRUGO VAL MIJENJA VALNU DULJINU I BRZINU ŠIRENJA A FREKVEN. OSTAJE ISTA.

ZA REFLEKTIRAJUĆI VAL VRIJEDI ZAKON REFLEKSIJE KUT UPADA = KUTU REFLEKSIJE

$$\varphi_1 = \varphi'_1$$

I.B. 2003.g.

28. INTERFERENCIJA VALOVA JE U OPĆEM SLUČAJU SUPERPOZICIJA DVAJU VALNIH GIBANJA. U UŽETI SMISLU RADI SE O DVA VALA ISTE FREKVENCIJE IZMEĐU KOJIH POSTOJI ODREĐENI FAZNI ODNOSI

KOHERENTNI IZVORI - DVA IZVORA KOJA TITRAJU KONSTANTNOM RAZLIKOM U FAZI
- POLARIZACIJA = KONSTANTNA
- FAZA = KONSTANTNA

$$\bar{P} = c^2 \epsilon_0 \bar{E} \times \bar{B} \quad [W/m^2] \quad \text{POINTINGOV VEKTOR}$$

- DAJE SNAGU KOJA U PROMATRANOJ TOČKI PROSTORA PROĐE KROZ JEDINIČNU POVRŠINU OKOMITO NA SMJER ŠIRENJA VALA.

$$\langle P \rangle = \frac{c \epsilon_0}{2} |\bar{E}_0|^2 \quad \text{INTENZITET ZRAČENJA}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{- VALNI BROJ}$$

- INTERFERENCIJA SVJETLA

$$1 + \cos k(r_1 - r_2) = 2 \quad k(r_1 - r_2) = 0, 2\pi, 4\pi$$

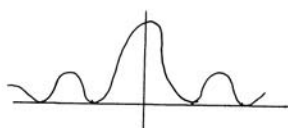
$$\text{MAX. SVJETLO} = r_1 - r_2 = n\pi$$

TAMNA

$$1 + \cos k(r_1 - r_2) = 0 \quad k(r_1 - r_2) = \pi, 3\pi, 5\pi$$

$$\text{MIN. TAMNA} = r_1 - r_2 = (2n+1) \frac{\pi}{2}$$

NA ZASTORU SE EPI VALOVI IZ JEDNOG I DRUGOG IZVORA ZBRAJAJU I DAJU INTERFERENCIJSKU SLIKU

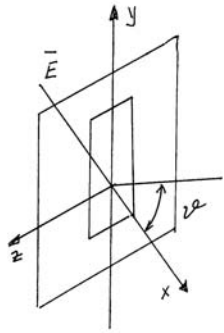


max je u nuli

min je u $\pi, 2\pi, 3\pi$

I.B. 2003.g.

29. FRAUNHOFEROV OGIB NA USKOJ PUKOTINI
- PUKOTINU ZAMISLIMO KAO NIZ KOHERENTNIH IZVORA
NA KOJU PRIMJENIMO FORMULU



$$\langle P \rangle = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0^2 \frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \vartheta$$

MAX. INTENZITET SVJETLOSTI

$$\langle P \rangle = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0^2 N^2 \frac{\sin^2 \beta}{\beta^2}$$

$$\langle P \rangle = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0^2 N^2$$

POLOŽAJ PRAVOG MAXIMUMA

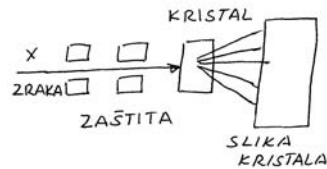
$$\frac{\langle P \rangle}{\langle P \rangle} = \frac{\sin \beta}{\beta^2}$$

- 1) $\sin \beta = 0$ $\beta = \pi, 2\pi, 3\pi \dots p\pi$ MINIMUM
- 2) $\tan \beta = \beta$ $\beta = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ MAXIMUM
- 3) $N \rightarrow \infty$
 $\vartheta \rightarrow 0$ $\langle P \rangle = \frac{\epsilon_0 c^2}{2} N^2 E_1^2$ GLAVNI MAX.

I.B. 2003.g.

30.

X-ZRAKE SU ELEKTROMAGNETSKI VALOVI VALNE DULJINE OD NEKOLIKO NANOMETARA DO STOTINKI NANOMETARA. ŠIRE SE PRAVOCRTNO BRZINOM VIDLJIVE SVJETLOSTI U VAKUMU $3 \cdot 10^8$ m/s NE OTKLANJAJU SE U ELEKTRIČNOM I MAG. POLJU KAO NI PROLASKOM KROZ LEĆU. ALI PROLASKOM KROZ KRISTAL MIJENJAJU SMJER ŠIRENJA, PRODIRU U TVAR A DUBINA PRODIRANJA OVISI O VRSTI TVARI I TE ENERGIJI X-ZRAKA.



$$2d \sin \vartheta = p\lambda$$

$$p = 1, 2, 3 \dots$$

BRAGOVA REFLEKSIJA

$$\sin \vartheta = \frac{\lambda}{2d}; \Delta L = p\lambda$$

$$2d \sin \vartheta = p\lambda$$

X-ZRAKE SUSREĆU KRISTAL POD KUĆEM ϑ , RASPRŠE SE PARALELNI RAVNANAMA ATOMA U KRISTALU, A NI NJERINO KUT DIFRAKCIJE 2ϑ - KUT IZMEĐU ZRAKE KOJA PROĐE KROZ KRISTAL I REFLEKTIRANE ZRAKE

I.B. 2003.g.