

1. Izrazite zadane istinitosne funkcije iskazima u potpunom disjunktivnom normalnom obliku.

$P$	$Q$	$R$	1	2	3	4	5
i	i	i	n	n	n	n	i
i	i	n	n	n	n	i	i
i	n	i	n	n	n	n	i
i	n	n	n	n	n	i	i
n	i	i	n	i	n	n	n
n	i	n	n	n	n	i	n
n	n	i	n	n	i	n	n
n	n	n	n	n	i	n	n

2. Izrazite zadane istinitosne funkcije iskazima u potpunom konjunktivnom normalnom obliku.

$P$	$Q$	$R$	1	2	3	4	5
i	i	i	i	i	i	i	n
i	i	n	i	i	i	i	n
i	n	i	i	i	n	i	i
i	n	n	i	i	i	n	i
n	i	i	i	i	i	i	n
n	i	n	i	i	i	n	n
n	n	i	i	i	n	i	i
n	n	n	i	n	i	n	i

3. Zadane iskaze preoblikujte (ukoliko već nisu u traženom obliku) u njima istovrijedne koristeći isključivo skup poveznika:

- A.  $\{\neg, \vee\}$
- B.  $\{\neg, \wedge\}$
- C.  $\{\neg, \rightarrow\}$

- a)  $P \rightarrow Q$
- b)  $P \vee \neg Q$
- c)  $\neg(P \wedge Q)$
- d)  $\neg P \leftrightarrow Q$
- e)  $(P \leftrightarrow \neg Q) \vee \neg R$
- f)  $(Q \rightarrow \neg P) \wedge (R \rightarrow Q)$
- g)  $(\neg Q \wedge P) \leftrightarrow (R \vee \neg P)$

(4.) Izrazite svaku istinitosnu funkciju jednog argumenta iskazom:

- a) u PDNO
- b) u PKNO
- c) koristeći poveznike skupa  $\{\neg, \vee\}$
- d) koristeći poveznike skupa  $\{\neg, \wedge\}$
- e) koristeći poveznike skupa  $\{\neg, \rightarrow\}$

## Rješenja nekih zadataka

1. 1)  $(P \wedge \neg P) \wedge (Q \wedge \neg Q) \wedge (R \wedge \neg R)$  PDNO ima samo jedan disjunkt  
 3)  $(\neg P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$   
 5)  $(P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R)$
2. 2)  $P \vee Q \vee R$  PKNO ima samo jedan konjunkt  
 4)  $(\neg P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (P \vee Q \vee \neg R)$
3. Za rješavanje ovoga zadatka dovoljno je znati De Morganove zakone, svodenje pogodbe na disjunkciju i bilo koji rastav dvopogodbe. (Sve ostalo nije nužno, ali može vam olakšati.)

$$\text{b) } P \vee \neg Q \\ \equiv \neg(\neg P \wedge Q) \quad \text{D.M. (B.)}$$

$$P \vee \neg Q \\ \equiv \neg P \rightarrow \neg Q \quad \rightarrow/\vee \quad \text{(C.)}$$

$$\text{d) } \neg P \leftrightarrow Q \\ \equiv (\neg P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow \neg P) \\ \equiv \neg(\neg(\neg P \rightarrow Q) \vee \neg(Q \rightarrow \neg P)) \quad \text{D.M.} \\ \equiv \neg((\neg P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow \neg P)) \quad \rightarrow/\vee \quad \text{(C.)} \\ \equiv \neg(\neg(\neg P \rightarrow Q) \vee \neg(Q \rightarrow \neg P)) \quad \rightarrow/\vee \\ \equiv \neg(\neg(P \vee Q) \vee \neg(\neg Q \vee \neg P)) \quad \rightarrow/\vee \quad \text{(A.)} \\ \equiv (P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee \neg P) \quad \text{D.M.} \\ \equiv \neg(\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg(Q \wedge P) \quad \text{D.M. (B.)}$$

$$\text{g) } (\neg Q \wedge P) \leftrightarrow (R \vee \neg P) \\ \equiv ((\neg Q \wedge P) \rightarrow (R \vee \neg P)) \wedge ((R \vee \neg P) \rightarrow (\neg Q \wedge P)) \\ \equiv \neg[\neg((\neg Q \wedge P) \rightarrow (R \vee \neg P)) \vee \neg((R \vee \neg P) \rightarrow (\neg Q \wedge P))] \quad \text{D.M.} \\ \equiv \neg[(\neg Q \wedge P) \rightarrow (R \vee \neg P) \rightarrow \neg((R \vee \neg P) \rightarrow (\neg Q \wedge P))] \quad \rightarrow/\vee \\ \equiv \neg[(\neg(Q \vee \neg P) \rightarrow (R \vee \neg P)) \rightarrow \neg((R \vee \neg P) \rightarrow \neg(Q \vee \neg P))] \quad \text{D.M.} \\ \equiv \neg[(\neg(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)) \rightarrow \neg((P \rightarrow R) \rightarrow \neg(P \rightarrow Q))] \quad \rightarrow/\vee \quad \text{(C.)} \\ \equiv \neg[(\neg(Q \vee \neg P) \rightarrow (R \vee \neg P)) \rightarrow \neg((R \vee \neg P) \rightarrow \neg(Q \vee \neg P))] \quad \rightarrow/\vee \\ \equiv \neg[(\neg(Q \vee \neg P) \vee (R \vee \neg P)) \rightarrow \neg(\neg(R \vee \neg P) \vee \neg(Q \vee \neg P))] \quad \rightarrow/\vee \\ \equiv \neg[\neg((Q \vee \neg P) \vee (R \vee \neg P)) \vee \neg(\neg(R \vee \neg P) \vee \neg(Q \vee \neg P))] \quad \rightarrow/\vee \quad \text{(A.)} \\ \equiv \neg[\neg(\neg(\neg Q \wedge P) \vee \neg(\neg R \wedge P)) \vee \neg((\neg R \wedge P) \vee (\neg Q \wedge P))] \quad \text{D.M.} \\ \equiv \neg[(\neg Q \wedge P) \wedge (\neg R \wedge P) \vee \neg(\neg R \wedge P) \wedge \neg(\neg Q \wedge P)] \quad \text{D.M.} \\ \equiv \neg((\neg Q \wedge P) \wedge (\neg R \wedge P)) \wedge \neg(\neg(\neg R \wedge P) \wedge \neg(\neg Q \wedge P)) \quad \text{D.M. (B.)}$$

4.

	PDNO	PKNO	$\{\neg, \vee\}$	$\{\neg, \wedge\}$	$\{\neg, \rightarrow\}$
f. identiteta	$P$		$P \vee P$		$\neg P \rightarrow P$
negacija		$\neg P$		$\neg P \wedge \neg P / \neg(P \wedge P)$	
valjanost	$P \vee \neg P$	$P \vee \neg P$		$\neg(\neg P \wedge P)$	
nezadovoljivost			$\neg(\neg P \vee P)$		$\neg(P \rightarrow P)$