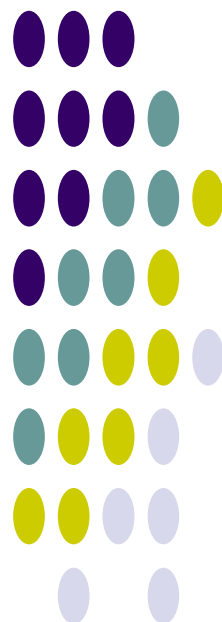


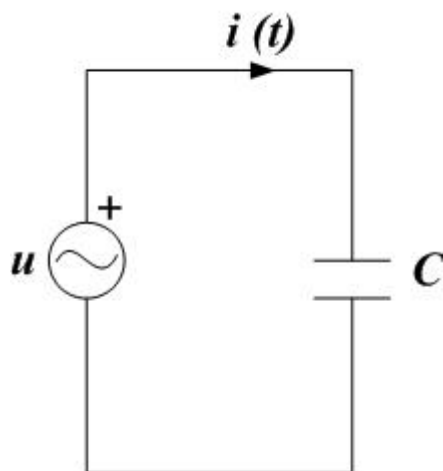
Izmjenična struja



1. zadatak

Kondenzator kapaciteta $C=2\text{mF}$ spojen je na naponski izvor

$u = 2\sqrt{2} \sin(1000t)$. Napiši izraz za struju.



Uvodni pojmovi



- U strujnim krugovima radi se o naponima i strujama:

$$u(t) = U_{MAX} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u) [\text{V}]$$
$$i(t) = I_{MAX} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_i) [\text{A}]$$

gdje je:

- $\omega = 2 \cdot \pi f$ [rad/s] - kružna frekvencija,
- f [Hz], - frekvencija ($f = 1/T$, T [s] - period),
- φ [rad], [°] - fazni pomak.

Efektivna vrijednost:

- Kako bi se baratalo s efektivnom vrijednosti sinusoidalne veličine vrši se dijeljenje amplitude s faktorom $\sqrt{2}$.

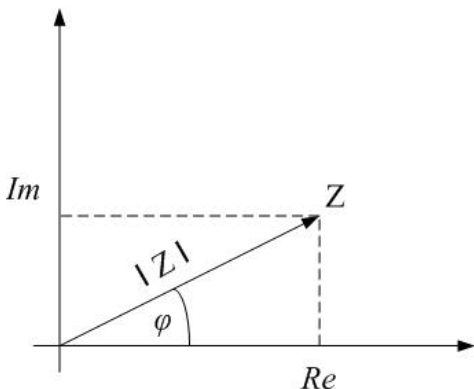
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Efektivne vrijednosti sinusoidealne struje i napona

Eksponecijalni oblik: $\bar{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = Z \cdot \cos \varphi + j \cdot Z \sin \varphi$

- Prikaz kompleksnog broja



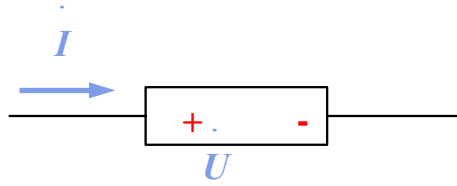
$$\bar{Z} = R_e + j \cdot I_m ; j = \sqrt{-1}$$

$$|\bar{Z}| = \sqrt{R_e^2 + I_m^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_m}{R_e}$$

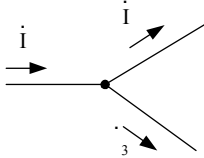
- Ohmov zakon:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} [A]$$



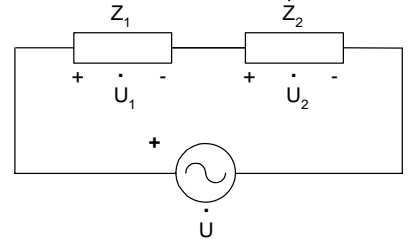
- I Kirchhoffov zakon:

$$\sum_{k=1}^n \vec{I}_k = 0$$



- II Kirchhoffov zakon:

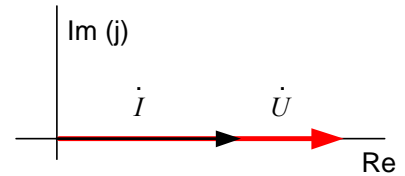
$$\sum_{k=0}^n \vec{U}_k = \sum I_k \cdot Z_k$$



- Strujno-naponske prilike na otporu, induktivitetu i kapacitetu kod sinusoidalnih napona i struja (kompleksno područje):

- Otpor (R):

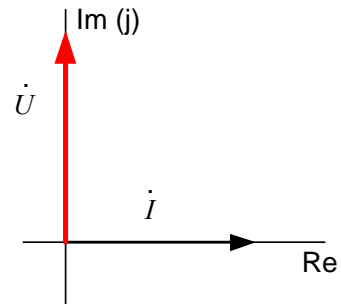
$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{R} \quad R - \text{radni otpor } (R; R \angle 0^\circ)$$



- Induktivitet (L):

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{jX_L}$$

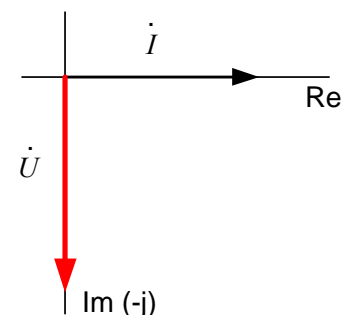
$$jX_L = j\omega \cdot L - \text{ind. otpor } (X_L \angle 90^\circ)$$



- Kapacitet (C):

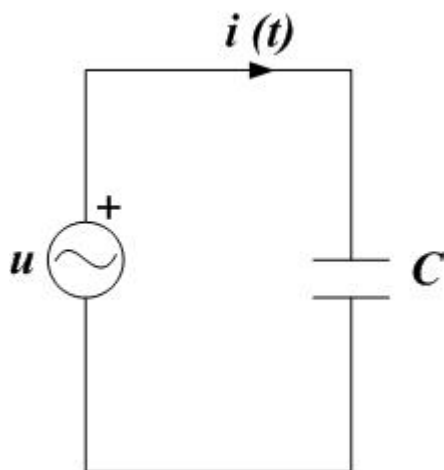
$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{-jX_C}$$

$$-jX_C = \frac{1}{j\omega \cdot C} - \text{kap. otpor } (X_C \angle -90^\circ)$$





Rješenje zadatka



$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}}$$

$$u = 2\sqrt{2} \cdot \sin(1000t)$$

$$U_m = 2\sqrt{2}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$\varphi = 0$$

$$\omega = 1000$$

$$\vec{Z} = -\frac{j}{\omega C} = -\frac{j}{1000 \cdot 0,002} = -j0,5 = 0,5 \angle -90^\circ$$

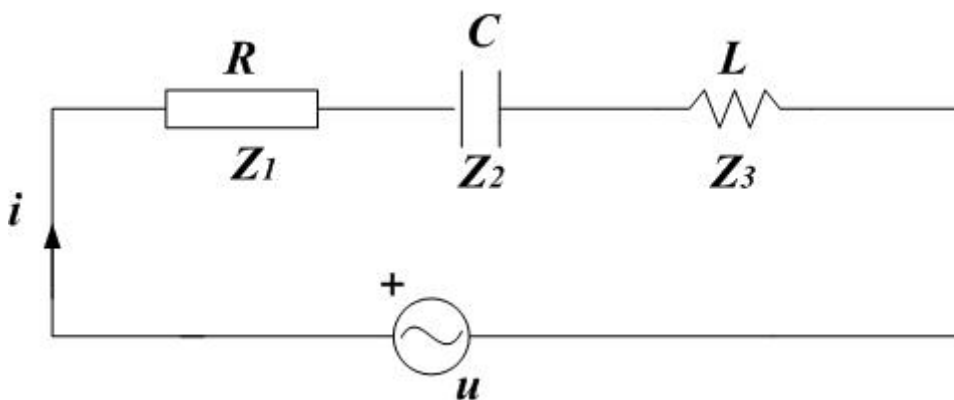
$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} = \frac{2 \angle 0^\circ}{0,5 \angle -90^\circ} = 4 \angle 0^\circ - (-90^\circ) = 4 \angle 90^\circ$$



2. zadatak

Otpornik $R=4\Omega$, zavojnica induktiviteta $L=8\text{mH}$ i kondenzator kapaciteta $C=0,25\text{mF}$ spojeni su u seriju i na izmjenični naponski izvor efektivnog napona $U=8\text{V}$ i frekvencije $f=159\text{Hz}$.

- nađi impedanciju spoja
- napiši izraz za struju i odredite njen efektivni iznos
- nađi pad napona na svakom elementu
- skiciraj vektorski prikaz napona i struje



Rješenje zadatka



a) $\vec{Z} = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 + \vec{Z}_3$

$$\vec{Z}_1 = R = 4\Omega = 4\angle 0^\circ$$

$$\vec{Z}_2 = -\frac{j}{\omega C} = -j4\Omega = 4\angle -90^\circ$$

$$\vec{Z}_3 = j\omega L = j8\Omega = 8\angle 90^\circ$$

$$Z_{uk} = Z_1 - Z_2 + Z_3$$

$$= 4 - j4 + j8 = 4 + j4\Omega$$

$$|\vec{Z}| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{I_m}{R_e} = 45^\circ \Rightarrow \vec{Z}_{uk} = 4\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

b) $\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}}$

$$\vec{I} = \frac{8\angle 0^\circ}{4\sqrt{2}\angle 45^\circ} = \sqrt{2}\angle -45^\circ$$

$$I = \sqrt{2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_m = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2A$$

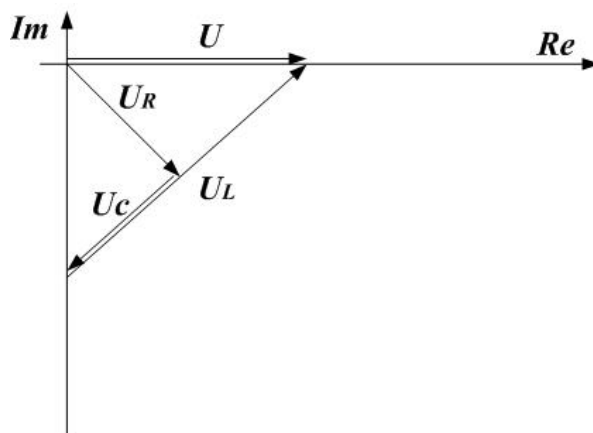
$$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi) = i = 2 \cdot \sin(1000t - 45^\circ)$$

c)

$$\vec{U}_R = \vec{I} \cdot \vec{Z}_1 = 4\sqrt{2}\angle -45^\circ$$

$$\vec{U}_C = \vec{I} \cdot \vec{Z}_2 = 4\sqrt{2}\angle -135^\circ$$

$$\vec{U}_L = \vec{I} \cdot \vec{Z}_3 = 8\sqrt{2}\angle 45^\circ$$

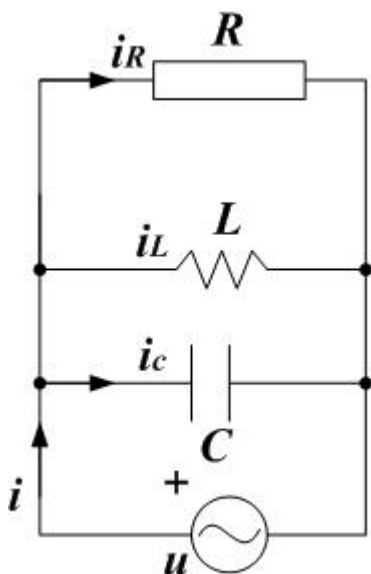




3. zadatak

Na izmjenični izvor efektivnog napona 10V i kružne frekvencije 1000Hz paralelno priključimo otpor $R=4\Omega$, kondenzator $C=0,025\text{mF}$ i induktivitet $L=8\text{mH}$.

- a) Izračunaj impedanciju priključenu na izvor
- b) Kolika je efektivna struja i kolike su njene komponente



Rješenje zadatka



a) $R = 4\Omega$

$$\bar{X}_L = j\omega L = j8\Omega$$

$$\bar{X}_C = -j4\Omega$$

$$\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\bar{X}_L} + \frac{1}{\bar{X}_C} \Rightarrow \bar{Z} = 3.2 - 1.6j \Rightarrow \bar{Z} = 3.57 \angle -26.57^\circ$$

b)

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{Z_{ef}} = \frac{10 \angle 0^\circ}{3.57 \angle -26.57^\circ} = 2.79 \angle 26.57^\circ$$

$$\bar{I}_R = \frac{U_{ef}}{R} = 2.5 A$$

$$\bar{I}_L = \frac{U_{ef}}{\bar{X}_L} = 1.25 \angle -90^\circ A$$

$$\bar{I}_C = \frac{U_{ef}}{\bar{X}_C} = 2.5 A \angle 90^\circ A$$



4. zadatak

Zavojnica nekog omskog otpora 10Ω i induktiviteta L priključena je na izmjenični napon $U=127V$ i $F=50Hz$. Zavojnica troši snagu $P=400W$, a fazni pomak između struje i napona je 60° .

- a) Koliki je induktivitet zavojnice?
- b) Kolika je struja kroz zavojnicu?
- c) Kolika je jalova snaga?

Prividna snaga

$$S = U \cdot I \Rightarrow VA$$

Radna (Djelatna) snaga – snaga na otporima

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \Rightarrow W$$

$$P = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

Reaktivan (Jalova) snaga

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi \Rightarrow VAr - Volt \text{ Amper reaktivni}$$

Rješenje zadatka



a)

$$\operatorname{tg} \varphi = 60^\circ = \frac{I_m}{R} = \frac{\omega L}{R} \Rightarrow L = \frac{R \cdot \operatorname{tg} \varphi}{\omega} = 0,055 H$$

b)

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U \cos \varphi} = 6,29 A$$

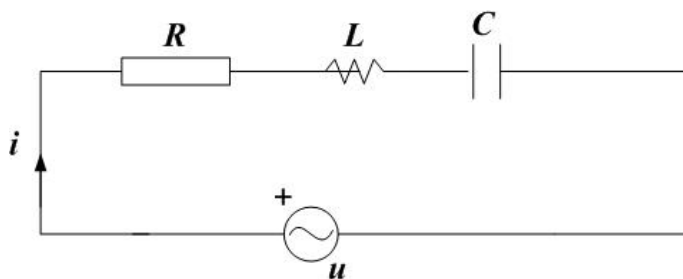
c)

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = Q = 691 \text{Var}$$

5. zadatak



U krugu s izmjeničnim izvorom efektivnog napona 200V serijski su spojeni zavojnica radnog otpora 30Ω i induktiviteta $0,2\text{H}$ i kondenzator kapaciteta $0,2\mu\text{F}$. Kolika treba biti frekvencija izvora da bi struja bila maksimalna i koliko iznosi ta struja?



Struja je maksimalna u serijsko (naponskoj) rezonanciji

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Impedancija paralele L i C je beskonačna pa je struja $I=I_R$ – minimalna struja

Rješenje zadatka

$$f_R = \frac{\omega_R}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 796\text{Hz}$$

Na rezonantnoj frekvenciji L i C predstavljaju kratki spoj, pa je:

$$\bar{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R = 30\Omega$$

$$\bar{I} = \frac{U}{\bar{Z}} = 6.67\text{A}$$