

DIGITALNA ELEKTRONIKA

SVEUČILIŠNI

DIGITALNA ELEKTRONIKA
FESB 72x, 110

DIGITALNI SUSTAVI I
STRUKTURE
FESB 750

DISKRETNİ SUSTAVI I
STRUKTURE
FESB 120

STRUČNI

DIGITALNA TEHNIKA
FESB 612, 650, 412, 450

DIGITALNA I
MIKROPROCESORSKA
TEHNIKA
OSS RAČUNARSTVO

DIGITALNA ELEKTRONIKA

DIGITALNI SUSTAVI I STRUKTURE

DISKRETNI SUSTAVI I STRUKTURE

1. UVOD

2. SINTEZA KOMBINACIJSKIH
LOGIČKIH STRUKTURA

3. SINTEZA SEKVENCIJALNIH
SKLOPOVA, regularni izrazi

DIGITALNA TEHNIKA



1. UVOD

2. SINTEZA KOMBINACIJSKIH
LOGIČKIH STRUKTURA

3. SINTEZA SEKVENCIJALNIH
SKLOPOVA

DIGITALNA I MIKROPROCESORSKA TEHNIKA



1. UVOD

2. SINTEZA KOMBINACIJSKIH
LOGIČKIH STRUKTURA

3. SINTEZA SEKVENCIJALNIH
SKLOPOVA

4. OSNOVE ARHITEKTURE
MIKRORAČUNALA

NASTAVA

- KOMUNIKACIJA
 - E-learning portal,
 - www.fesb.hr/~julijs
 - julije.ozegovic@fesb.hr
- Predavanja 3 sata
 - J. Ožegović: **Digitalna i mikroprocesorska tehnika**
 - Tkalić, Kunštić: **Logičko projektiranje digitalnih sustava (FER)**
 - Glavinić: **Digitalni sustavi (FER novo)**
 - test svaki termin, potrebno 50% pozitivnih testova

NASTAVA

- E-learning portal, www.fesb.hr/~julije
- Auditorne vježbe 2 sata
 - provjera znanja na ploči, testovi
 - zbirke nema, neke zadaće na ~julije i ~pravdica
- Laboratorijske vježbe 1 sat
 - **ulazni test** svake vježbe, 100% obavezne
 - upute u skriptarnici i na portalu

ISPITNA PITANJA – 1/3

1. PRIKAZ INFORMACIJA U DIGITALNIM SUSTAVIMA
2. BROJEVNI SUSTAVI
3. ARITMETIKA PO MODULU
4. ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI
5. BOOLEOVA ALGEBRA
6. BOOLEOVE FUNKCIJE
7. NORMALNI ALGEBARSKI OBLICI
8. POTPUNI SKUPOVI FUNKCIJA
9. MINIMIZACIJA NORMALNIH OBLIKA
10. POSTUPCI MINIMIZACIJE I REALIZACIJA NI I NILI VRATIMA

ISPITNA PITANJA – 2/3

11. KOMBINACIJSKI SKLOPOVI SREDNJEG STUPNJA INTEGRACIJE
12. REALIZACIJA BF MULTIPLEKSEROM
13. REALIZACIJA BF DEMULTIPLEKSEROM
14. MULTIPLEKSKO-DEMULTIPLEKSKA (MD) STRUKTURA
15. PROGRAMABILNE LOGIČKE STRUKTURE
16. SEKVENCIJALNI SKLOPOVI
17. RAD SKLOPA U DISKRETNOM VREMENU
18. BISTABIL KAO SKLOP
19. SINTEZA OPĆIH BISTABILA
20. SLOŽENI SKLOPOVI S BISTABILIMA

ISPITNA PITANJA – 3/3

21. DIGITALNI AUTOMAT
22. APSTRAKTNI MODEL DIGITALNOG AUTOMATA
23. ZADAVANJE AUTOMATA
24. EKVIVALENTNOST AUTOMATA
25. NAPREDNI POSTUPCI MINIMIZACIJE AUTOMATA
26. STRUKTURNA SINTEZA AUTOMATA
27. AUTOMATI I ALGORITMI
28. AUTOMATI I JEZICI
29. ALGEBRA DOGAĐAJA
30. ZADAVANJE AUTOMATA REGULARNIM IZRAZOM

1. UVOD

1.1. ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI

1.2. KODOVI I KODIRANJE

1.3. PRIMJENE KODIRANJA

1.4. ARITMETIČKE OPERACIJE

1.5. ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

UVOD – ISPITNA PITANJA

1. PRIKAZ INFORMACIJA U DIGITALNIM SUSTAVIMA

- 1.1. Analogni i digitalni sustavi
- 1.2. Informacijski volumen i digitalni sustav
- 1.3. Kodovi i kodiranje

2. BROJEVNI SUSTAVI

- 2.1. Poliadski brojevnici sustavi
- 2.2. Izbor brojevnog sustava za digitalne sustave
- 2.3. Prikaz brojeva binarnim kodovima
- 2.4. Primjene binarnih kodova

UVOD – ISPITNA PITANJA

3. ARITMETIKA PO MODULU

- 3.1. Definicija sume po modulu kao grupe
- 3.2. Neutralni element i inverz za sumu po modulu
- 3.3. Binarni brojevni sustav i suma po modulu
- 3.4. Primjena drugog komplementa

4. ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

- 4.1. Koncept elementarnih logičkih sklopova
- 4.2. Klasifikacija digitalnih tehnologija
- 4.3. Diodna i diodno-tranzistorska logika
- 4.4. Tranzistorski-tranzistorska logika
- 4.5. Komplementarna MOS tehnologija
- 4.6. Primjena elementarnih logičkih sklopova

1.1. ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI

ELEKTROTEHNIKA = PRIMIJENJENA FIZIKA
FENOMEN ELEKTRICITETA I MAGNETIZMA

ELEKTROENERGETIKA

Električnim signalom
prenosimo energiju

ELEKTRONIKA

Električnim signalom
prenosimo informaciju

INFORMACIJA

- ČINJENICA
neka pojava postoji bez obzira da li je osjećamo
- INFORMACIJA
pojava je primijećena, a informacija o tome je priopćena (prenesena, zapisana)
- DRUŠTVO
ovisi o prijenosu i obradi informacija

MODULACIJA

UTISKIVANJE INFORMACIJE U SIGNAL
(MODULACIJA)

ANALOGNO

DIGITALNO

MODULACIJA

ANALOGNO

informaciji pridružujemo veličinu signala, npr.
masi napon ($1\text{ g} = 1\text{ mV}$; 0-10kg odgovara 0-9999mV)
povećanje točnosti \rightarrow povećati točnost sklopovlja

DIGITALNO

informaciji pridružujemo broj
broju pridružimo onoliko signala koliko ima znamenki
npr. masi broj od 4 znamenke, 0000-9999
broju pridružimo 4 signala, znamenki napon
povećanje točnosti \rightarrow povećati broj znamenki

INFORMACIJSKI VOLUMEN

$$V=2BDTK$$

2B DVOSTRUKA ŠIRINA POJASA

= BRZINA SIGNALIZACIJE

U jednom periodu prenosimo dva signalna elementa

D DINAMIKA

= BROJ BITA PO SIGNALNOM ELEMENTU

Po jednom signalnom elementu prenosimo jedan ili više bita (binarnih znamenki)

T VRIJEME

= PERIOD U KOJEM JE SUSTAV RASPOLOŽIV

Sustav može biti raspoloživ trajno ili samo dio ukupnog vremena

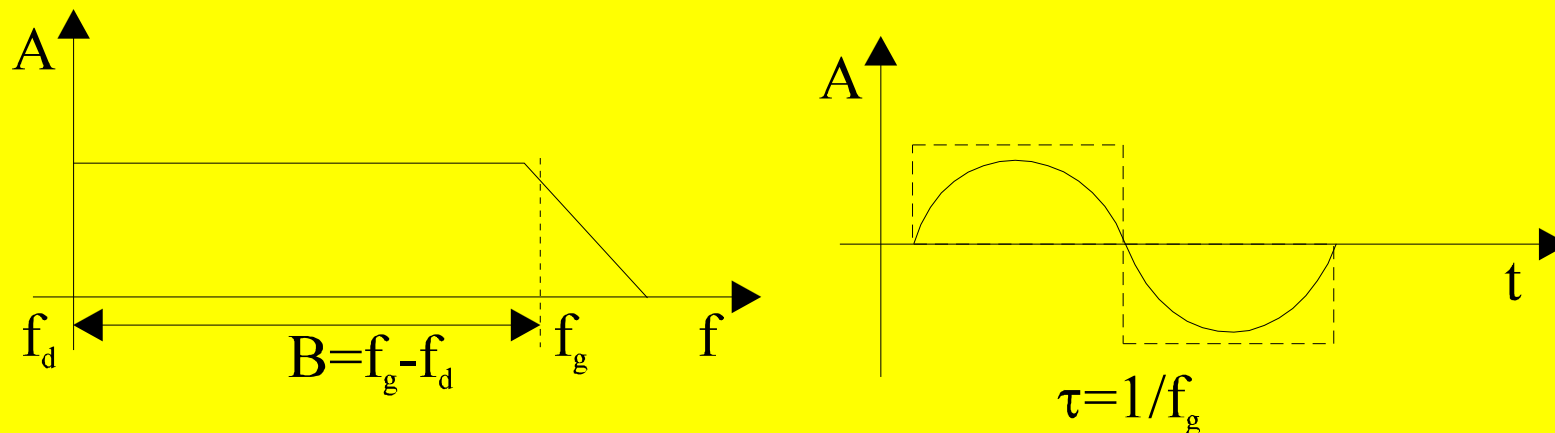
K BROJ KANALA

= BROJ PARALELNIH INFORMACIJSKIH SUSTAVA

Informaciju prenosimo, pamtimo ili obrđujemo paralelno po jednom ili više sustava

DVOSTRUKA ŠIRINA POJASA 2B

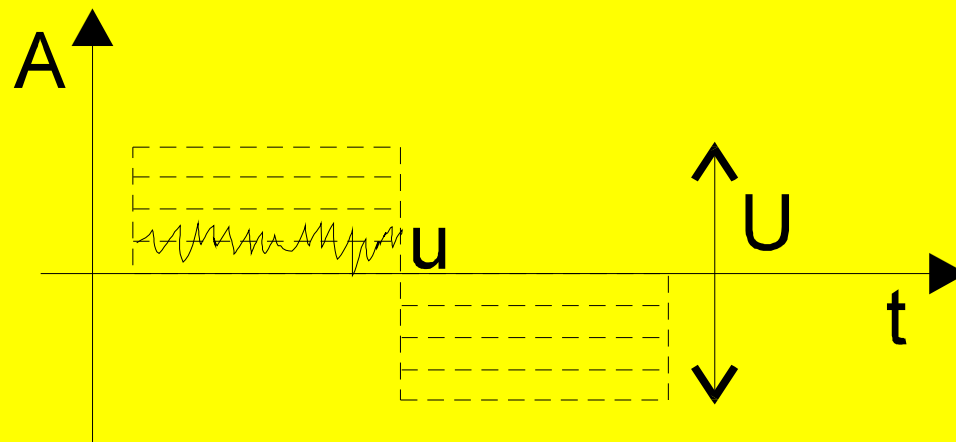
SUSTAV SA NISKIM PROPUSTOM



- širina pojasa $B = f_g - f_d = f_g - 0 = f_g$
- u jednom periodu signala f_g prenesemo
DVA signalna elementa
- odatle $2B$ signalnih elemenata u sekundi (Bd)

DINAMIKA D

BROJ RAZINA PO SIGNALNOM ELEMENTU



- Broj razina $R = U/u$
- Raspon signala ograničen dogovorom
- Minimalni signal ograničen smetnjama
- dogovor: $D = \log_2(R) = \text{ld}(R)$ bita/sign.elementu

KAPACITET $2B * D$

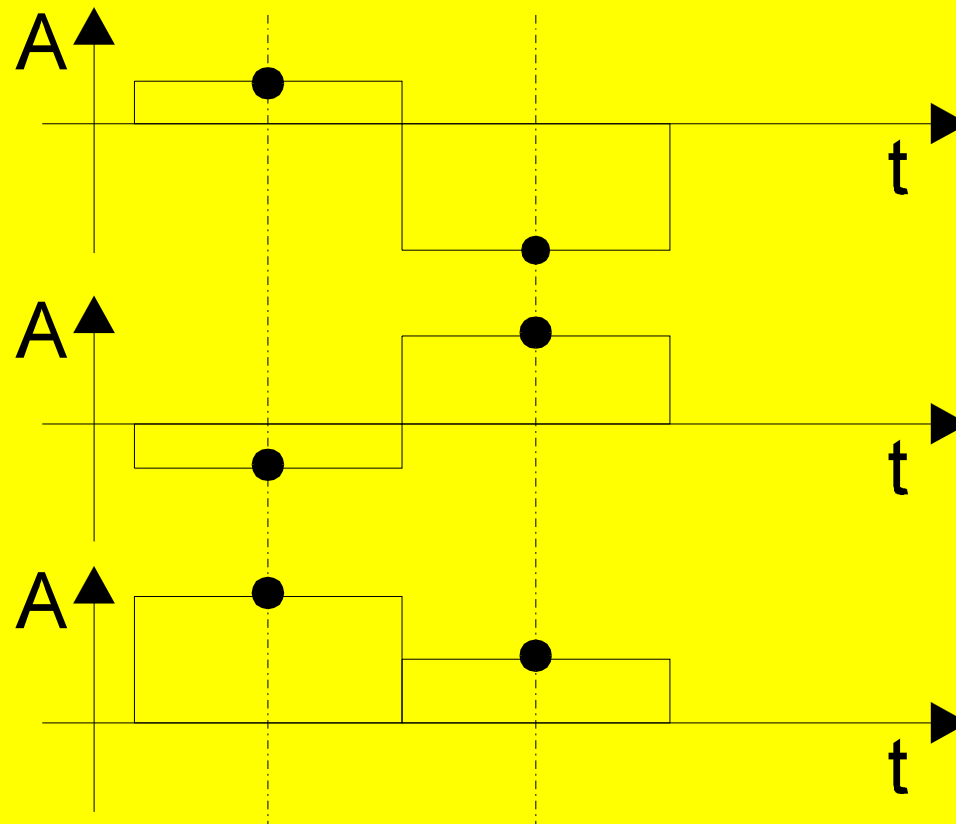
KAPACITET SUSTAVA

- Izražava
 - brzinu obrade
 - brzinu prijenosa
 - brzinu pristupa podacima
- Kapacitet C
$$C = 2B * D \quad [\text{se/sek} * \text{bit/se} = \text{bit/sek}]$$
- Kapacitet C je "bandwidth" u žargonu Interneta

BROJ PARALELNIH KANALA K

VIŠE ISTOVRISNIH KANALA

- volumen je $2BDTK$, inače suma pojedinačnih



MODULACIJA

ANALOGNO

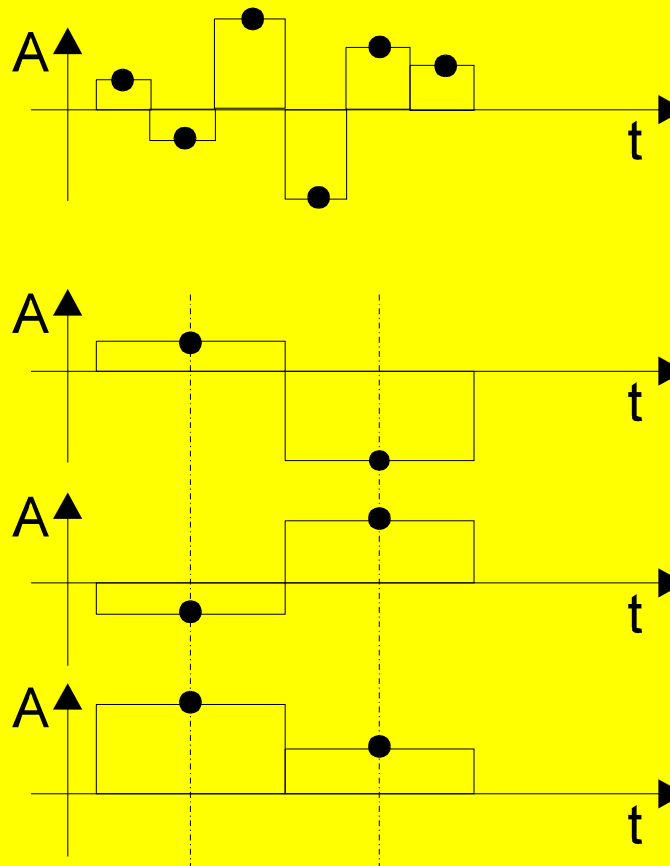
- informaciju prenosimo kroz dinamiku
- ograničeni smo točnošću očitavanja
- ovisi o točnosti sklopovlja i smetnjama
- cijena raste eksponencijalno s točnošću

DIGITALNO

- informaciju prenosimo kroz prostor
- ograničeni smo brojem znamenki
- ovisi o veličini sklopa (po volji velik, ali konačan)
- cijena raste linearno s točnošću

SERIJSKI I PARALELNI PRIJENOS

SERIJSKI: 1 kanal k puta veće brzine



PARALELNO: k kanala jedinične brzine

1.2. KODOVI I KODIRANJE

KOD

- dogovorno uspostavljen sustav simbola
- kojima označavamo neke pojmove (informacije)

JEDNOZNAČNOST I RAZLUČIVOST

- jednom pojmu najmanje jedan simbol
- treba dovoljan broj simbola

1.2. KODOVI I KODIRANJE

KODIRANJE SKUPA INFORMACIJA

- postupak konstrukcije koda (dodjeljivanje simbola)

KODIRANJE

- postupak primjene koda,
prevođenje informacije u simbole

DEKODIRANJE

- postupak primjene koda,
prevođenje simbole natrag u informacije

1.2. KODOVI I KODIRANJE

NEPOSREDNI KODOVI

- nekom pojmu zasebni simbol
- primjer: kinesko pismo

POSREDNI KODOVI

- nekom pojmu dodijelimo riječ
- riječ formiramo izborom malog broja simbola - slova
- primjer: latinično pismo

1.2. KODOVI I KODIRANJE

KODNA RIJEČ ili KOMPLEKSIJA

- kodnu riječ formiramo iz skupa elementarnih simbola
- elementarni simbol = slovo
- kompleksija: cjelina sastavljena od više dijelova

ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI

- analogni: neposredno kodiranje
- digitalni: posredno kodiranje

1.2. KODOVI I KODIRANJE

KONAČNI I BESKONAČNI KODOVI

- teoretski: mogu biti beskonačni
- u praksi: konačni
- neposredni: ograničeni konačnim brojem simbola
- posredni: ograničeni konačnom duljinom riječi

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

KORISTIMO BROJEVE

- \mathbf{N} prirodni
- \mathbf{N}_0 prirodni s nulom
- \mathbf{Z} cijeli
- \mathbf{Q} racionalni
- \mathbf{R} realni
- \mathbf{C} kompleksni

BROJEVE ZAPISUJEMO

- rimska notacija
- poliadska notacija - poliadski brojevni sustavi

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

$$a = \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k = a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$$

GDJE JE

- a_k znamenka na mjestu k
- s baza brojevnog sustava
- n broj znamenki u kodnoj riječi

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

BROJ ZAPISUJEMO

- pišemo samo znamenke jednu iza druge
- potencije baze ne pišemo, podrazumijevaju se
- govorimo o težini mjesta na kojem je znamenka
- kod je težinski
- desno od broja podrazumijevamo (decimalni) zarez
- za racionalne i realne pišemo zarez

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

ZA CIJELE BROJEVE

- znamenke iz skupa
- broj mogućih kodnih riječi
- maksimalni broj
- brojevi su iz skupa
- uvjet jednoznačnosti

$$a_k \in \{0, 1, 2, \dots, s-1\}$$

$$N = s^n$$

$$a_{\max} = \sum_{k=0}^{n-1} (s-1)s^k = s^n - 1$$

$$a \in F = \{0, 1, 2, \dots, s^n - 1\}$$

$$N \geq N' \quad : \quad n \geq \log_s(N')$$

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

ZA REALNE BROJEVE

- zapisujemo kao racionalni broj s djeliteljem s^d :

$$a = \frac{a_i}{s^d} = \frac{1}{s^d} \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k = \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^{k-d} =$$
$$= a_{n-1} s^{n-d-1} + a_{n-2} s^{n-d-2} + \dots + a_{d+1} s + a_d + a_{d-1} s^{-1} + a_{d-2} s^{-2} + \dots + a_0 s^{-d}$$

ili

$$a = \sum_{k=-d}^{n-d-1} a_k s^k = a_{n-d-1} s^{n-d-1} + a_{n-d-2} s^{n-d-2} + \dots + a_1 s + a_0 + a_{-1} s^{-1} + a_{-2} s^{-2} + \dots + a_{-d} s^{-d}$$

- dekadski: decimalni zarez (točka)
- binarni: binarni zarez (točka)

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

INTERESANTNI BROJEVNI SUSTAVI:

- **Dekadski:** $s=10$; $a_k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;

$$N=10^n; n \geq \log(N'); a_{\max}=10^n-1;$$

$$\text{npr. } 29_{10} = 2*10 + 9*1 = 20 + 9 = 29$$

- **Oktalni:** $s=8$; $a_k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$;

$$N=8^n; n \geq \log_8(N'); a_{\max}=8^n-1;$$

$$\text{npr. } 35_8 = 3*8 + 5*1 = 24 + 5 = 29$$

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

INTERESANTNI BROJEVNI SUSTAVI:

- **Ternarni:** $s=3$; $a_k \in \{0, 1, 2\}$; $N=3^n$; $n \geq \log_3(N')$; $a_{\max}=3^n-1$;

$$\text{npr. } 1002_3 = 1*27 + 0*9 + 0*3 + 2*1 = 27 + 2 = 29$$

- **Binarni:** $s=2$; $a_k \in \{0, 1\}$; $N=2^n$; $n \geq \log_2(N') = \text{ld}(N')$; $a_{\max}=2^n-1$;

$$\text{npr. } 11101_2 = 1*16 + 1*8 + 1*4 + 0*2 + 1*1 = 16 + 8 + 4 + 1 = 29$$

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

INTERESANTNI BROJEVNI SUSTAVI:

- **Heksadecimalni:** $s=16$; $N=16^n$; $n \geq \log_{16}(N')$; $a_{\max}=16^n-1$;

$$a_k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\};$$

$$\text{npr. } 1D_{16} = 1 \cdot 16 + 13 \cdot 1 = 16 + 13 = 29$$

- **Baza $s=1$????** --> rimska notacija !!!
 - koristi se i kod ispitivanja složenosti numeričkih algoritama Turingovim strojem

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

ODNOS BINARNOG; OKTALNOG I HEKSADECIMALNOG:

- **odnos baza je:**

$$s_8 = (s_2)^3 \quad ; \quad s_{16} = (s_2)^4$$

- **znamenke je moguće prevesti bez ostatka:**

$$\underbrace{011}_{3}\underbrace{101}_{5} \ 35_8 = 29_{10} \quad ; \quad \underbrace{0001}_{1}\underbrace{1101}_{D} \ 1D_{16} = 29_{10}$$

- **programski jezici: 0x1D**

KODIRANJE I BROJEVNI SUSTAVI

IZBOR BROJEVNOG SUSTAVA:

- povećavamo li bazu

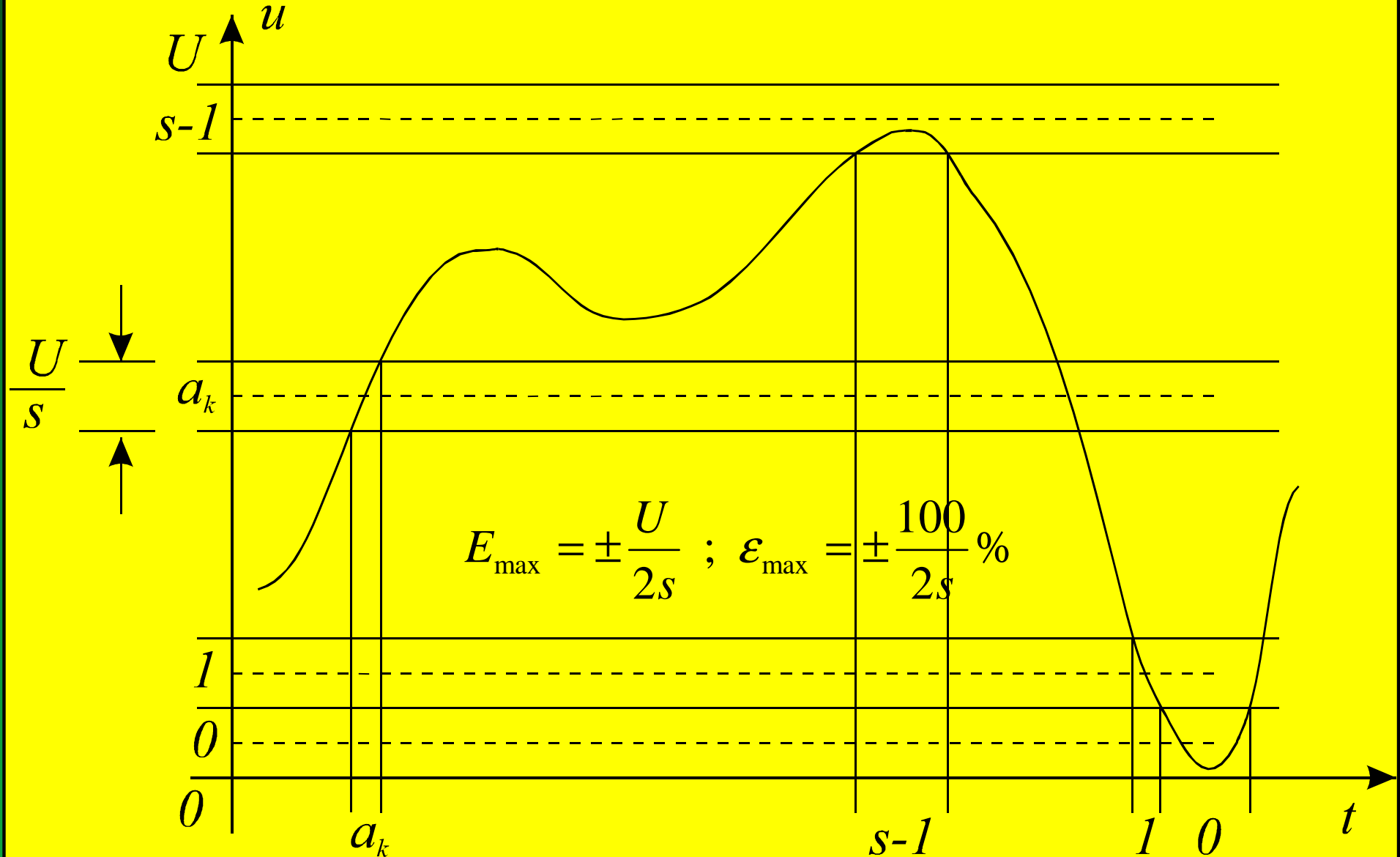
$$s_2 < s_3 < s_8 < s_{10} < s_{16}$$

- **trebamo sve manje znamenki:**

$$\log_2 N' > \log_3 N' > \log_8 N' > \log_{10} N' > \log_{16} N'$$

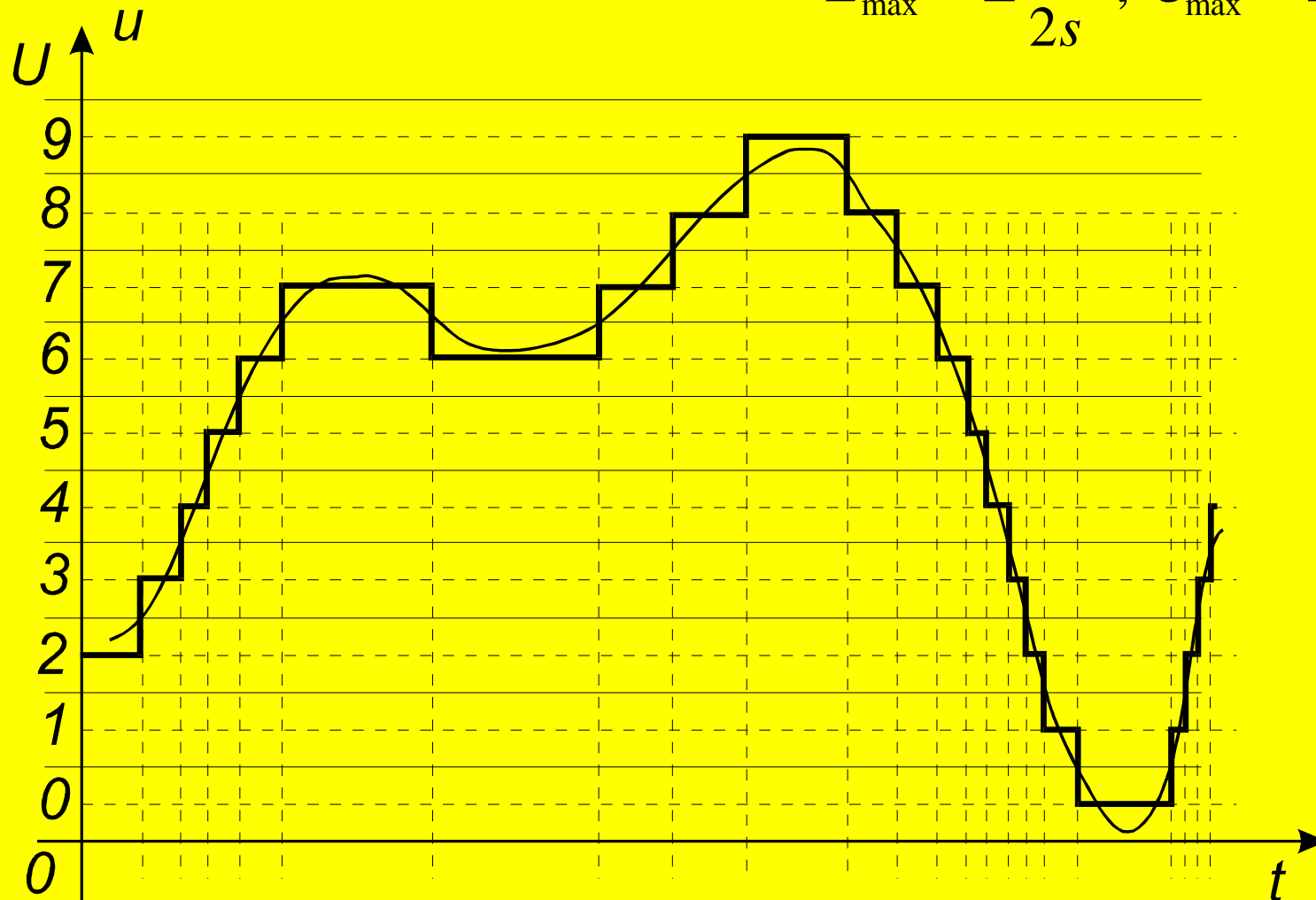
- **dovoljno velika baza \Rightarrow analogni signal!**

PRIKAŽIMO JEDNU ZNAMENKU ELEKTRIČNIM SIGNALOM (npr. koristimo napon):

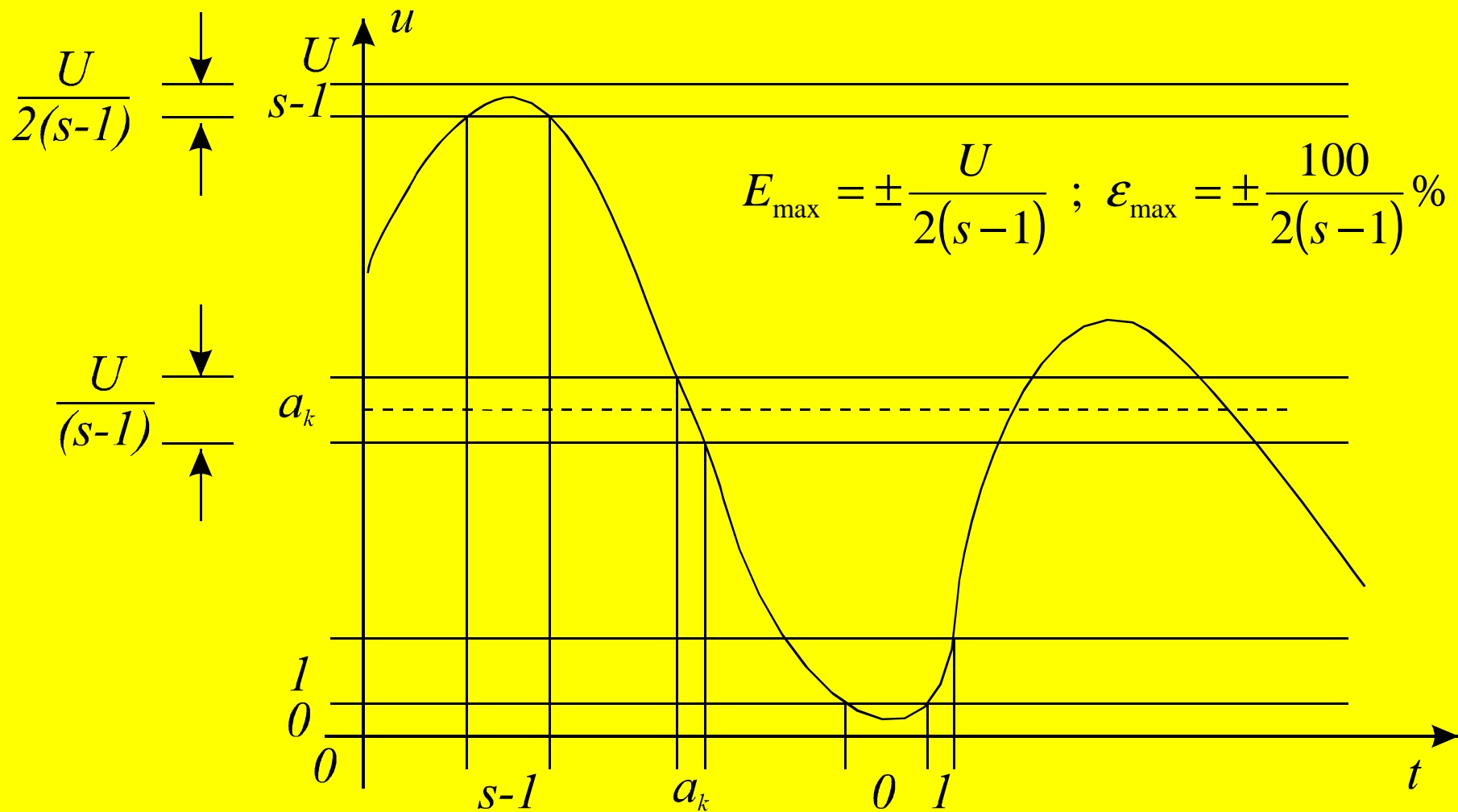


Želimo da signal bude u sredini pojasa:

$$E_{\max} = \pm \frac{U}{2s} ; \quad \varepsilon_{\max} = \pm \frac{100}{2s} \%$$



NAPON NE MOŽE IĆI IZVAN GRANICA:

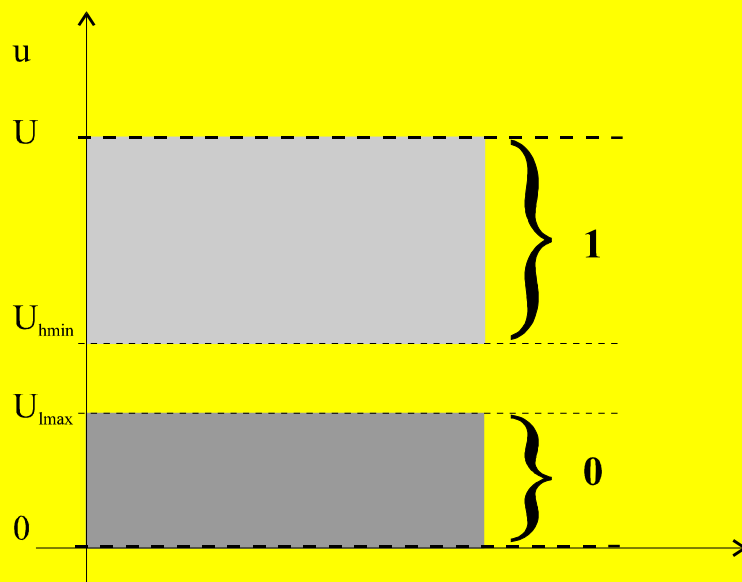


NAJVEĆA POGRJEŠKA ZA RAZNE BAZE:

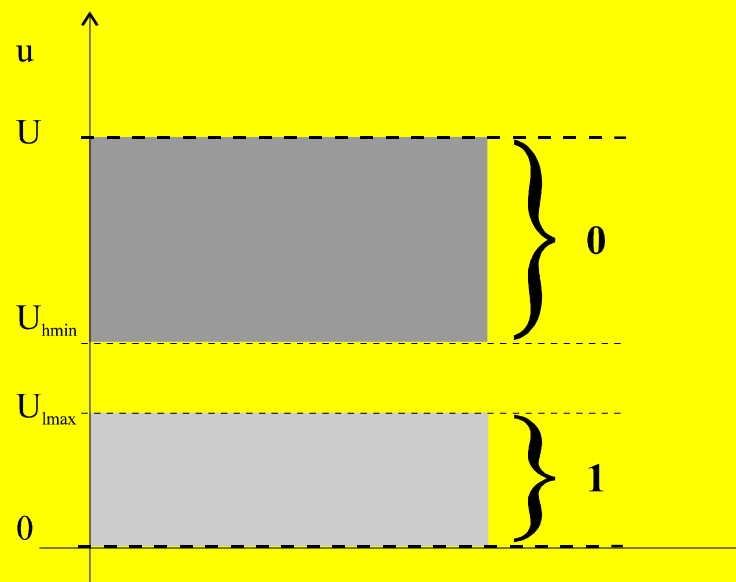
s	ϵ_{\max} (s razina)	ϵ_{\max} (s-1 razina)
2	$\pm 25\%$	$\pm 50\%$
3	$\pm 16,6\%$	$\pm 25\%$
8	$\pm 6,25\%$	$\pm 7,14\%$
10	$\pm 5\%$	$\pm 5,55\%$
16	$\pm 3,125\%$	$\pm 3,33\%$

OPTIMALAN JE BINARNI SUSTAV!

BINARNU ZNAMENKU PRIKAZUJEMO NAPONOM:



a) pozitivna logika



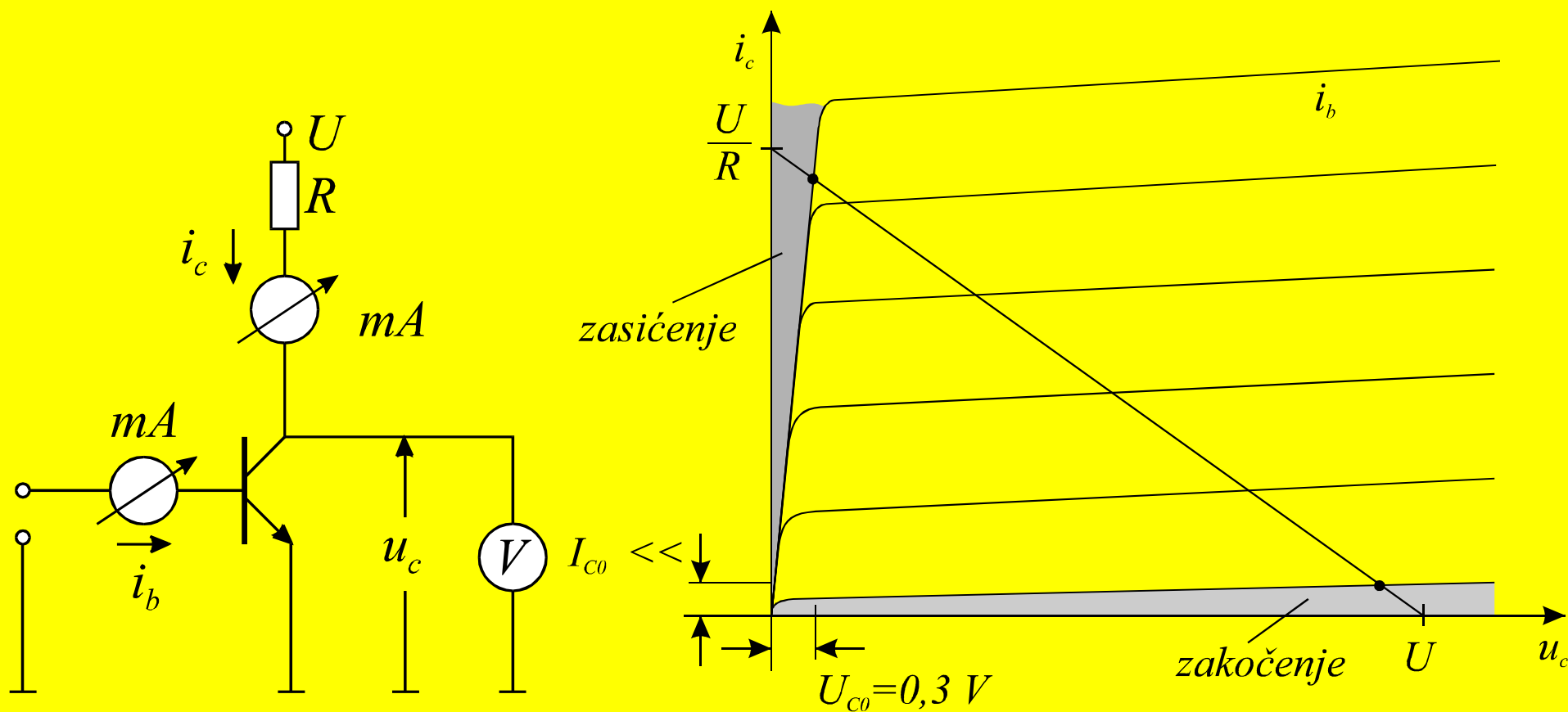
b) negativna logika

TRANZISTOR KAO SKLOPKA:

Struja kolektora: $I_c = I_{c0} + \beta \cdot I_b$ Napon kolektora: $u_c = U - R \cdot i_c$

Zakočenje: $I_b = 0$

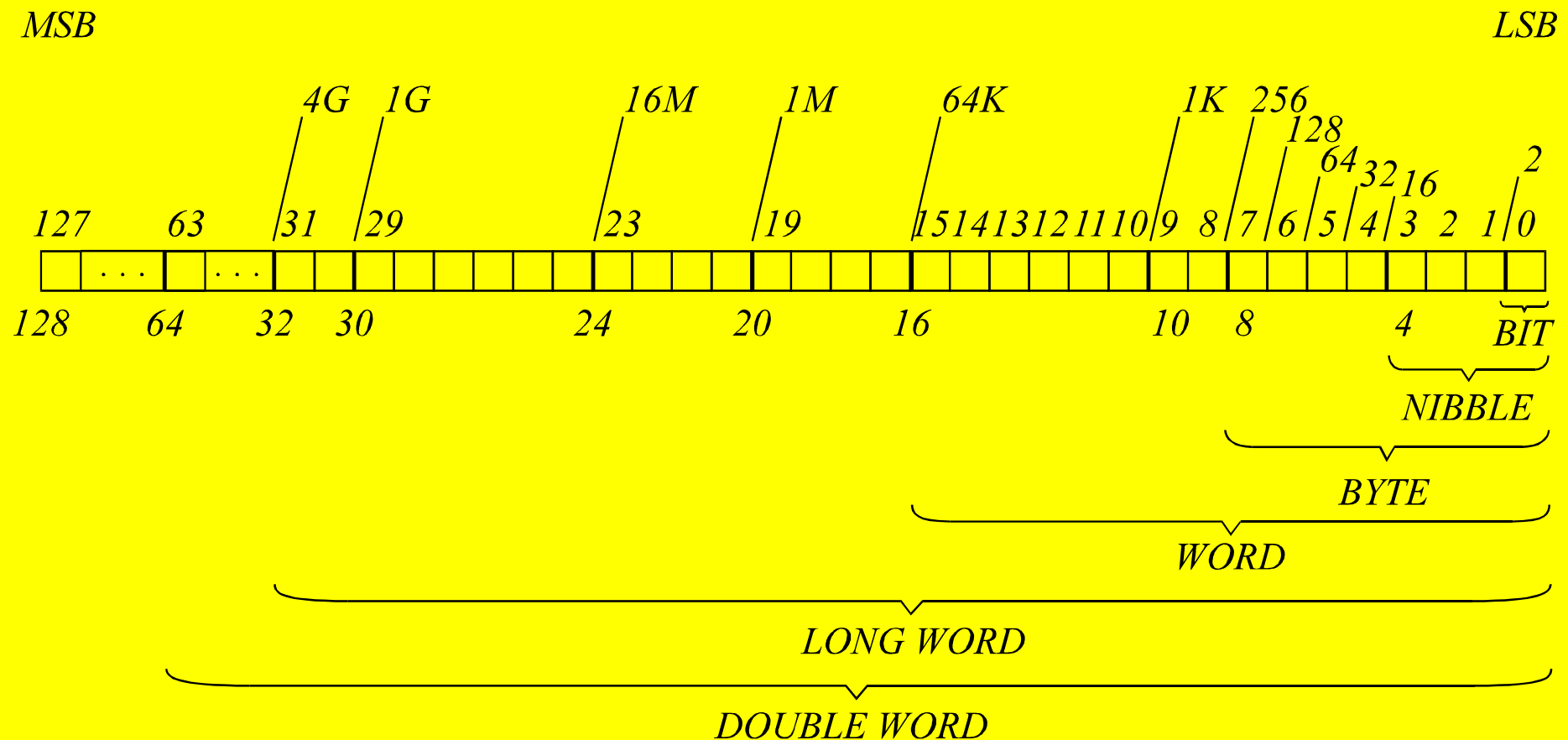
Zasićenje: $I_b > I_{c0} / \beta$



SVOJSTVA BINARNOG SUSTAVA

Binarna znamenka **bit** (binary digit)

Najčešće binarne kodne riječi:



SVOJSTVA BINARNOG SUSTAVA

Prirodni binarni kod:

	8 4 2 1		
TEŽINA	$2^3 2^2 2^1 2^0$		
DEK	3 2 1 0	HEX	OCT
0	0 0 0 0	0	0
1	0 0 0 1	1	1
2	0 0 1 0	2	2
3	0 0 1 1	3	3
4	0 1 0 0	4	4
5	0 1 0 1	5	5
6	0 1 1 0	6	6
7	0 1 1 1	7	7

	8 4 2 1		
TEŽINA	$2^3 2^2 2^1 2^0$		
DEK	3 2 1 0	HEX	OCT
8	1 0 0 0	8	10
9	1 0 0 1	9	11
10	1 0 1 0	A	12
11	1 0 1 1	B	13
12	1 1 0 0	C	14
13	1 1 0 1	D	15
14	1 1 1 0	E	16
15	1 1 1 1	F	17

1.3. PRIMJENE KODIRANJA

PRIKAZ BROJEVA

```
graph TD; A[PRIKAZ BROJEVA] --> B[PRIRODNI BINARNI KOD]; A --> C[BINARNO KODIRANI DECIMALNI BROJEVI];
```

PRIRODNI BINARNI KOD

BINARNO KODIRANI
DECIMALNI BROJEVI

Prirodni binarni kod:

$$a_{\max} = 2^n - 1 \quad \text{ili} \quad n = \text{ld}(a_{\max} + 1)$$

Čovjek: dekadski

Računalo: binarno \Rightarrow pretvorba!

Pretvorba dekadski-binarni

Čovjek:

$$a_{10} = 29$$

29:2	1	LSB
14:2	0	
7:2	1	
3:2	1	
1:2	1	MSB
0		

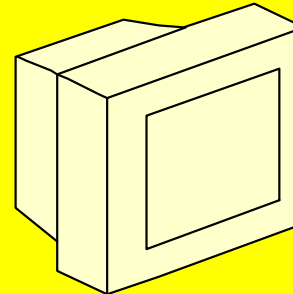
stupac čitamo od dole prema gore:

$$a_2 = 11101 = a_{10} = 29_{10}$$

Pretvorba dekadski-binarni

Stroj: binarno-dekadski sukcesivnim dijeljenjem s 10.

$$\text{BIN} \xRightarrow[\text{sukc}/10]{\text{BCD}} \xRightarrow[+0x30]{\text{ASCII}} \xRightarrow[\text{out}]{} \text{out}$$



Pretvorba binarni-dekadski

Čovjek:

izračunamo:

$$a_{10} = \sum_{k=0}^{n-1} a_k 2^k$$

ili:

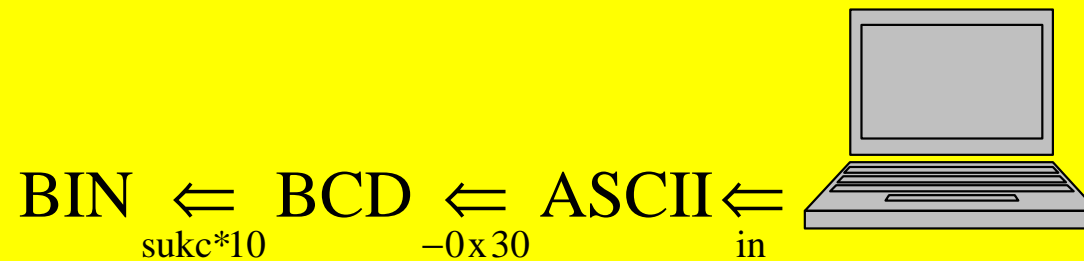
a_{n-1}	a_{n-2}	\dots	a_1	a_0	
+	+		+	+	
0	$c_{n-1} * 2$	\dots	$c_2 * 2$	$c_1 * 2$	
c_{n-1}	c_{n-2}	\dots	c_1	c_0	$= a_{10}$

npr.:

1	1	1	0	1	
+	+	+	+	+	
0	2	6	14	28	
1	3	7	14	29	$= 29$

Pretvorba binarni-dekadski

Stroj: dekadsko binarni sukcesivnim množenjem s 10.



PRIMJENE BINARNIH KODOVA

Binarno kodirani decimalni kodovi (BCD):

bin		8 4 2 1	2 4 2 1
0	0 0 0 0	0	0
1	0 0 0 1	1	1
2	0 0 1 0	2	2
3	0 0 1 1	3	3
4	0 1 0 0	4	4
5	0 1 0 1	5	R
6	0 1 1 0	6	R
7	0 1 1 1	7	R

bin		8 4 2 1	2 4 2 1
8	1 0 0 0	8	R
9	1 0 0 1	9	R
10	1 0 1 0	R	R
11	1 0 1 1	R	5
12	1 1 0 0	R	6
13	1 1 0 1	R	7
14	1 1 1 0	R	8
15	1 1 1 1	R	9

npr. 29_{10} :

8421: 0010 1001
 2_{10} 9_{10}

2421: 0010 1111
 2_{10} 9_{10}

PRIMJENE BINARNIH KODOVA

Kodovi za otkrivanje pogreški:

POGRJEŠKA: prevodi $1 \rightarrow 0$, $0 \rightarrow 1$

Novo nastala kodna riječ razlikuje se u onoliko bita, koliko ih je promijenjeno djelovanjem smetnje.

DISTANCA (kodna udaljenost) d :

Broj bita u kojima se razlikuju dvije kodne riječi.

SUSJEDNOST (kodnih riječi) $d=1$:

Dvije kodne riječi su susjedne, kada im je distanca (kodna udaljenost) jednaka 1, tj. razlikuju se u jednom bitu.

Kodovi za otkrivanje pogrješki

REDUNDANCIJA (zalihost):

U kodu neke kodne riječi nisu iskorištene. Namjerno povećavamo redundanciju korištenjem dužih kodnih riječi.

Tada će potreban broj kodnih riječi biti iskorišten, a veliki broj će biti neiskorišten.

OTKRIVANJE (detekcija) pogrješki:

Pogrješku je moguće otkriti, ako smetnja prevodi korištenu (ispravnu) kodnu riječ u neku neiskorištenu (neispravnu).

SVOJSTVO POGRJEŠKI:

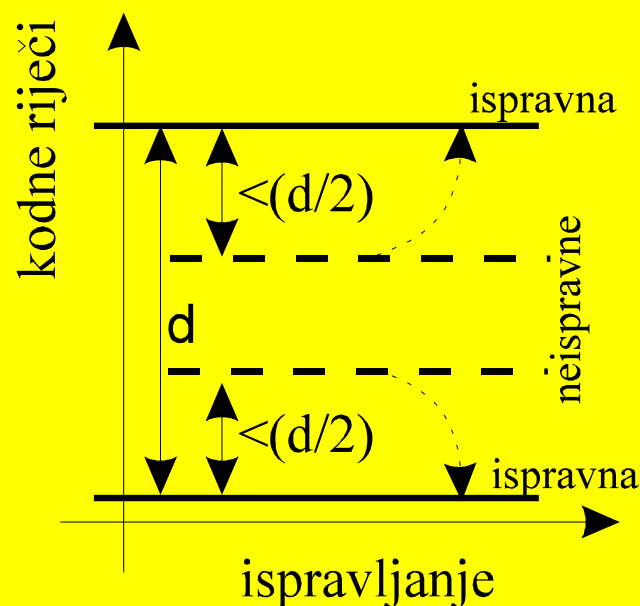
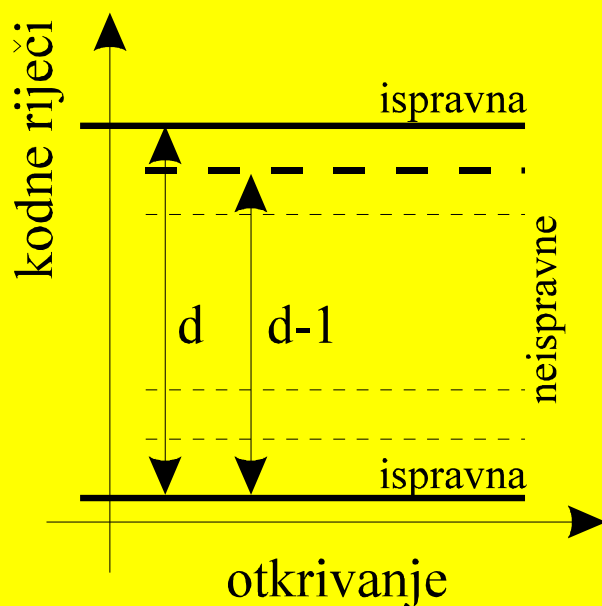
Višestruke pogrješke su manje vjerojatne (uglavnom)!

Kodovi za otkrivanje pogreški

KONSTRUKCIJA KODA:

Želimo da između bilo koje dvije ispravne kodne riječi distanca bude najmanje “ d ”. Tada možemo:

otkriti $d-1$ struku pogrešku **ispraviti** $(d/2)$ struku pogrešku:



1.4. ARITMETIČKE OPERACIJE

ZBRAJANJE:

$$\begin{array}{r} 01110 \\ + 01111 \\ \hline 11101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 14_{10} \\ + 15_{10} \\ \hline 29_{10} \end{array}$$

NA POJEDINOJ ZNAMENICI:

c_{k-1}	a_k	b_k	c_k	s_k
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

ARITMETIČKE OPERACIJE

MNOŽENJE:

$$\begin{array}{r} 011 \times 101 \\ 011 \\ 000 \\ + 011 \\ \hline 01111 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 3 \times 5 = 15 \\ \\ \\ = 15_{10} \end{array}$$

svodi se na pribrajanje broja ako je znamenka desnog u jedinici, te nakon toga pomak u lijevo

POMAK U LIJEVO (DESNO)

množenje (dijeljenje) s 2

BCD: znamenka po znamenka, pretek s četvrtog bita

ARITMETIKA PO MODULU

Stvarni sklopovi su konačni!

Definirajmo algebarsku grupu od:

$$\text{skup } F: \quad F = \{0, 1, 2, \dots, m-1\} \quad m : \text{modul}$$

$m \in \mathbb{N} \quad m > 1 \text{ ili } m \geq 2$

$$\text{operacija } \oplus: \quad a \oplus b = c = \text{Rez} \left(\frac{a + b}{m} \right)$$

“Rez” = ostatak cjelobrojnog dijeljenja

npr:

$$\left. \begin{array}{l} 3 + 4 \underset{\text{mod } 5}{=} 2^{\leftarrow \text{ostatak}} \\ 3 \underset{5}{\oplus} 4 = 2 \end{array} \right\} 7 : (\text{modul } 5) = 1 * 5 + 2^{\leftarrow \text{ostatak}}$$

ARITMETIKA PO MODULU

Vrijede svojstva:

$\forall a, b \in F : a \oplus b = c : c \in F$ zatvorenost

$\forall a \oplus b \oplus c = (a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$ asocijativnost

$\forall a, b \in F : a \oplus b = b \oplus a$ komutativnost

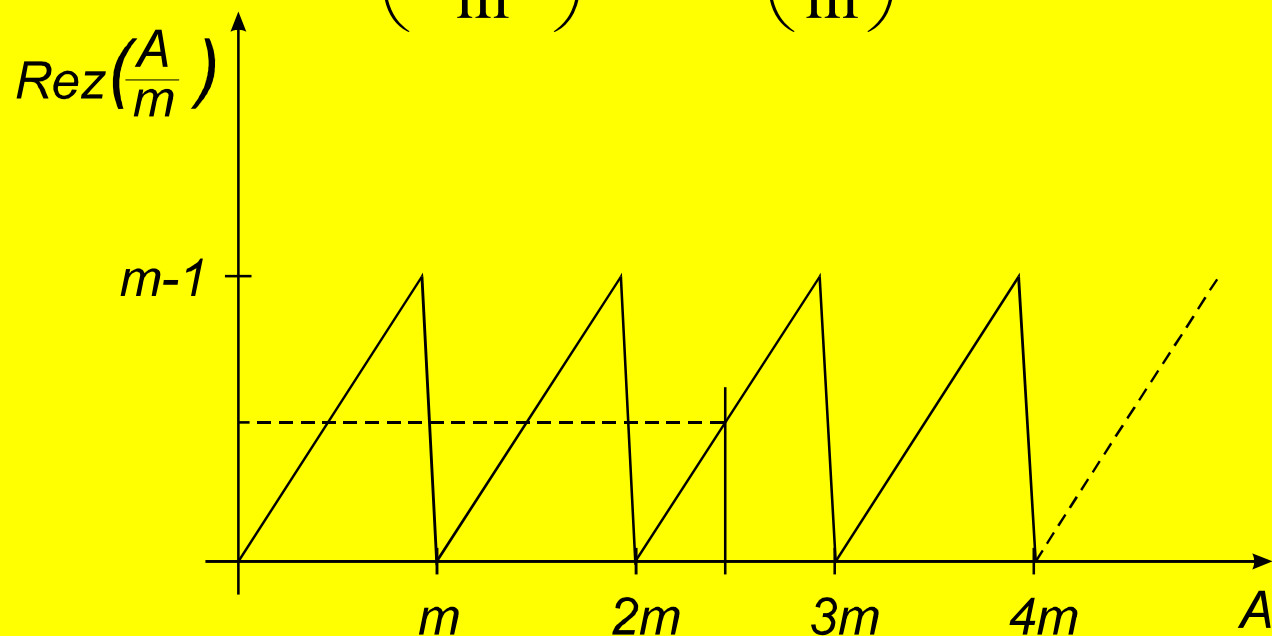
$\exists e \in F : \forall a \in F : a \oplus e = e \oplus a = a$ neutralni element

$\forall a \in F \exists a' \in F : a \oplus a' = a' \oplus a = e$ inverz

ARITMETIKA PO MODULU

Izračunajmo neutralni element:

$$a \oplus e = a \Rightarrow \text{Rez}\left(\frac{a+e}{m}\right) = \text{Rez}\left(\frac{a}{m}\right) \Rightarrow a+e = a \Rightarrow e = 0$$



$$\Rightarrow a + e + k'm = a + k''m$$

$$e = (k'' - k')m \quad e = km - \text{neutralni element}$$

$$k = 0 \Rightarrow e = 0 - \text{zbog uvjeta zatvorenosti}$$

ARITMETIKA PO MODULU

Izračunajmo inverzni element od a :

$$a \oplus a' = e = 0 \qquad a + a' = 0 + k m$$

$$a' = k m - a$$

Imamo dva slučaja:

$$a = 0 \Rightarrow k = 0 \Rightarrow a' = 0$$

$$a > 0 \Rightarrow k = 1 \quad a' = m - a$$

Slijedi:

$$a' = \begin{cases} a = 0 : a' = 0 \\ a > 0 : a' = m - a \end{cases}$$

ARITMETIKA PO MODULU

Konačni sklop za obično zbrajanje:

$$\begin{array}{r} 1001 \equiv 9 \\ + 1100 \equiv 12 \\ \hline 1\leftarrow 0101 \equiv 5 \end{array} \Bigg\}^{21}$$

$$5 = 21_{\text{mod } 16} = \text{rez}\left(\frac{21}{16}\right) = 5$$

jer je ograničen na 4 bita:

$$s = 2 \quad n = 4 \quad a_{\text{max}} = 2^n - 1 = 15 \quad N = 2^n = 16$$

Sklop se ponaša kao da imamo sumu po modulu $m=2^n$:

$$F \in \{0, \dots, m-1\} = \{0, \dots, 2^n - 1\} = \{0, \dots, a_{\text{max}}\}$$

Povezali smo binarni brojevni sustav i sumu po modulu!

ARITMETIKA PO MODULU

Izračunajmo inverz za binarni sustav:

$$a' = m - a \quad m = 2^n \quad a_{\max} = 2^n - 1 \Rightarrow 2^n = m = a_{\max} + 1$$

$$\Rightarrow a' = a_{\max} + 1 - a = a_{\max} - a + 1$$

Uvrstimo u formule za poliadske sustave:

$$a' = \sum_{k=0}^{n-1} (s-1)s^k - \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k + 1$$

Svedimo na jednu sumu:

$$a' = \sum_{k=0}^{n-1} (s-1-a_k)s^k + 1 \quad ; s-1-a_k = \bar{a}_k \equiv \text{komplement znamenke}$$

ARITMETIKA PO MODULU

Za binarni sustav $s=2$:

$$a' = \sum_{k=0}^{n-1} \bar{a}_k 2^k + 1$$

gdje je:

$$2 - 1 - a_k = 1 - a_k = \bar{a}_k$$

obični komplement (negacija) znamenke prema tablici:

a_k	$1 - a_k$
0	1
1	0

ARITMETIKA PO MODULU

odnosno:

Inverz ili “drugi komplement” ili “komplement po modulu 2”

$$a' = \bar{a} + 1$$

dobijemo povećanjem običnog komplementa za jedan

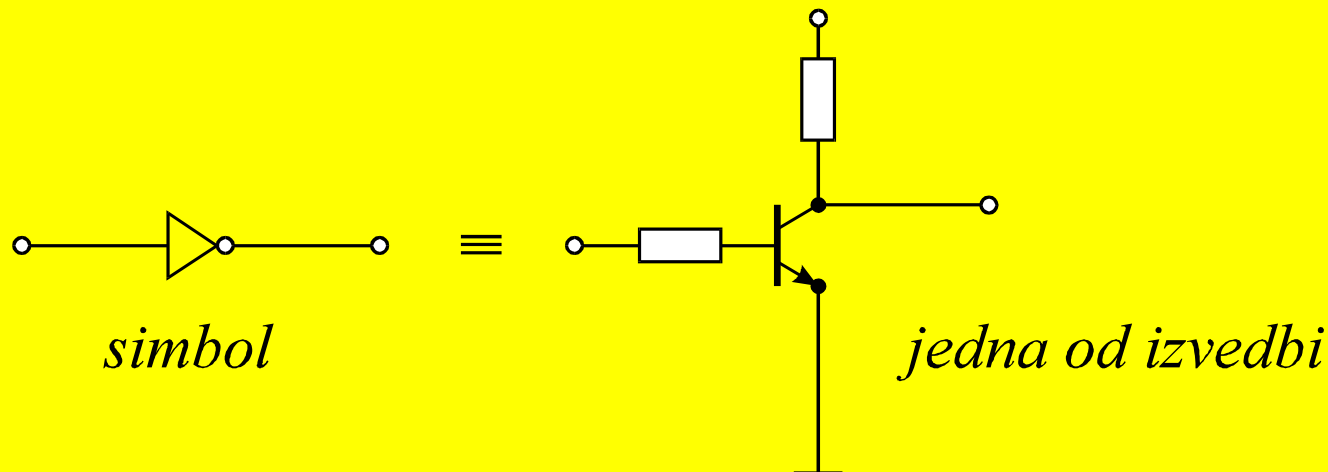
gdje je \bar{a} “obični komplement” ili “prvi komplement” ili “komplement po modulu 1” broja a dobiven komplementiranjem pojedinih znamenki

Sjetimo se i 0, pa dobijemo:

$$a' = \left\{ \begin{array}{ll} a = 0 & a' = 0 \\ a > 0 & a' = \bar{a} + 1 \end{array} \right\} = \bar{a} \oplus 1$$

ARITMETIKA PO MODULU

Obični komplement jednostavno izračunamo invertorima:



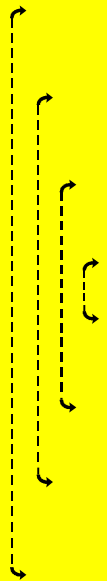
a povećanje za jedan ostvarimo istim sklopom za zbrajanje ili brojilom.

Ukratko, inverz je lako izračunati pa bi ga mogli koristiti u praksi!

ARITMETIKA PO MODULU

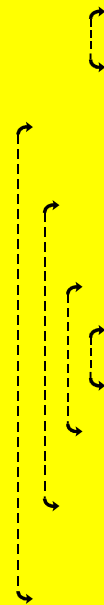
Svojstva prvog i drugog komplementa:

prvi komplement



0
1
2
3
4
5
6
7

drugi komplement



0
1
2
3
4
5
6
7

ARITMETIKA PO MODULU

Definirajmo oduzimanje po modulu:

$$\begin{aligned} a \ominus b &= \text{Re } z \left(\frac{a - b}{m} \right) = \text{ostatak} \left(\frac{a - b + k m}{m} \right)_{k=1}^{\infty} = \\ &= \text{Re } z \left(\frac{a + m - b}{m} \right) = \text{Re } z \left(\frac{a + b'}{m} \right) \end{aligned}$$

ili

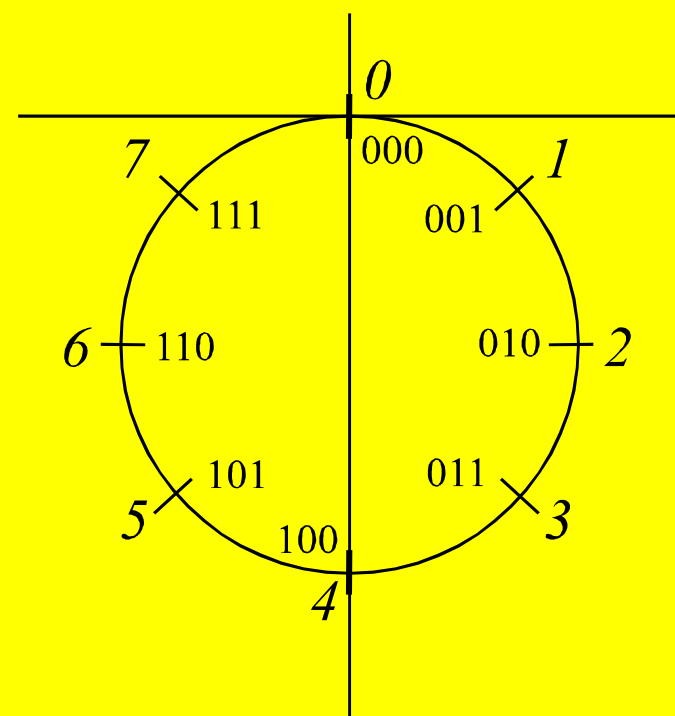
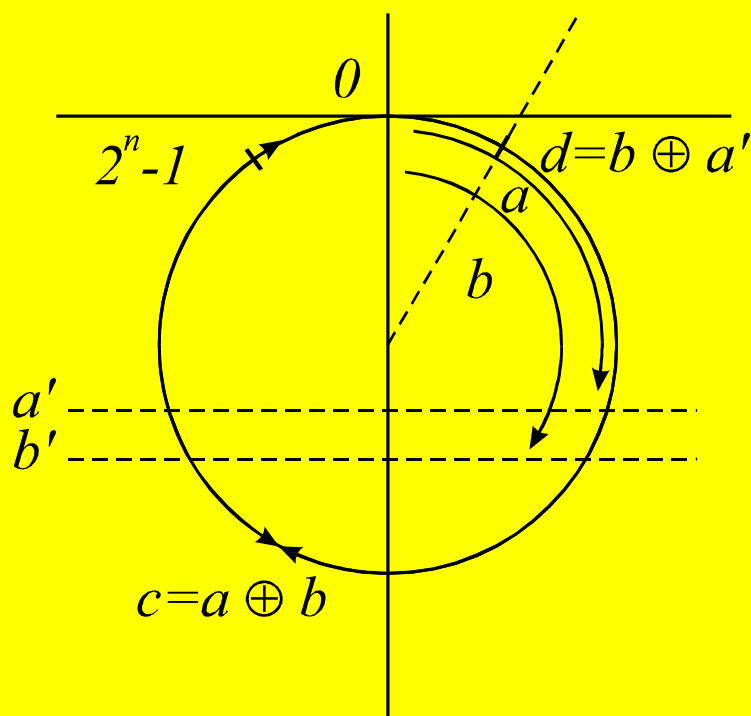
$$a \ominus b = a \oplus b'$$

odnosno, oduzimanje jednostavno ostvarimo pribrajanjem inverza.

Inverz ima značenje negativnog broja!

ARITMETIKA PO MODULU

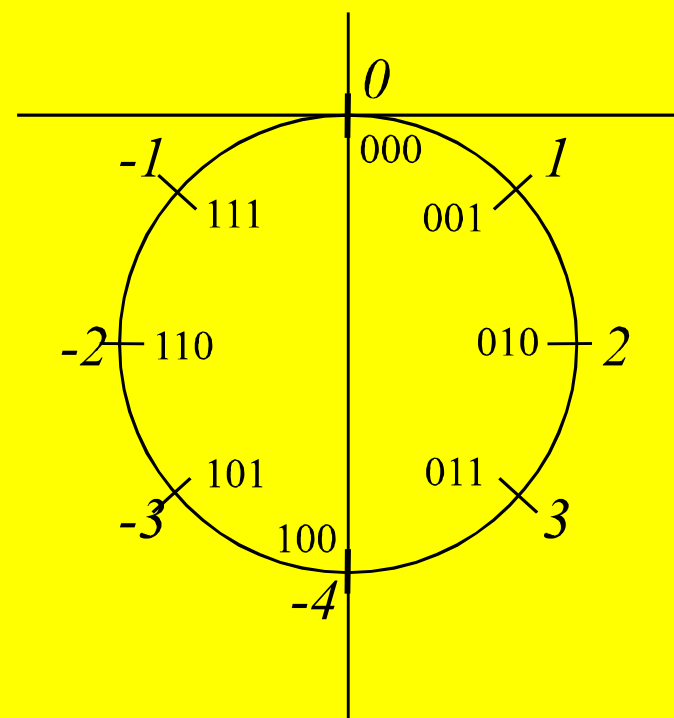
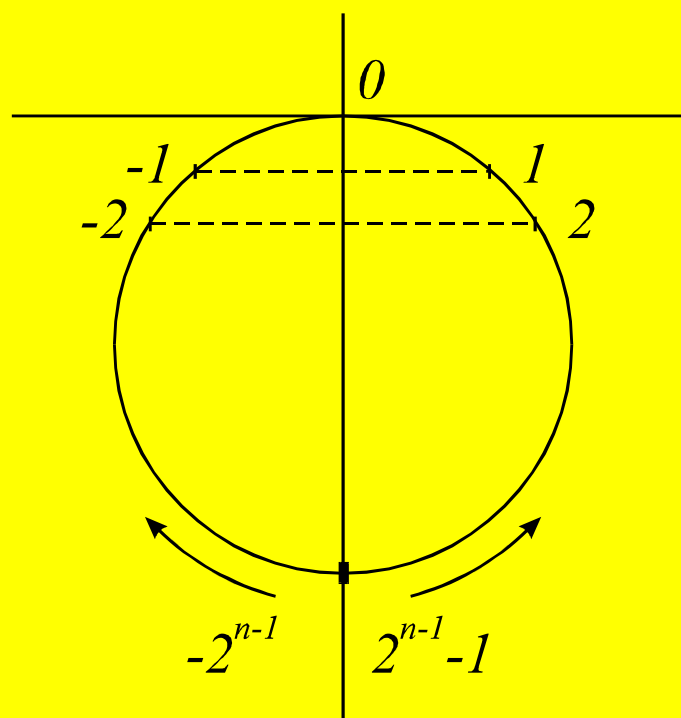
Raspoložive brojeve možemo smatrati
pozitivnima:



Kontroliramo pretek na najznačajnijem bitu (C, Carry)

ARITMETIKA PO MODULU

Raspoložive brojeve možemo smatrati
pozitivnima, a inverze negativnima:



Kontroliramo pretek na predzadnjem najznačajnijem bitu (V, Overflow).

1.5. ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

U ALGEBRI LOGIKE OPERATORI SU:

KONJUNKCIJA &

DISJUNKCIJA V

NEGACIJA -

Definiramo ih tablicom istine:

x_1	x_2	$x_1 \& x_2$	$x_1 V x_2$	\bar{x}_1
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

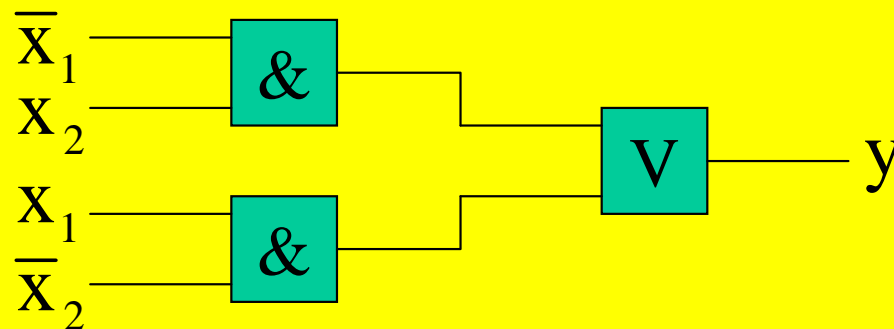
SINTEZA SKLOPA:

- funkciju zadamo tablicom istine
- odredimo algebarski oblik funkcije (minimalan)
- nacrtamo logički dijagram
- nacrtamo shema sklopa

NPR:

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

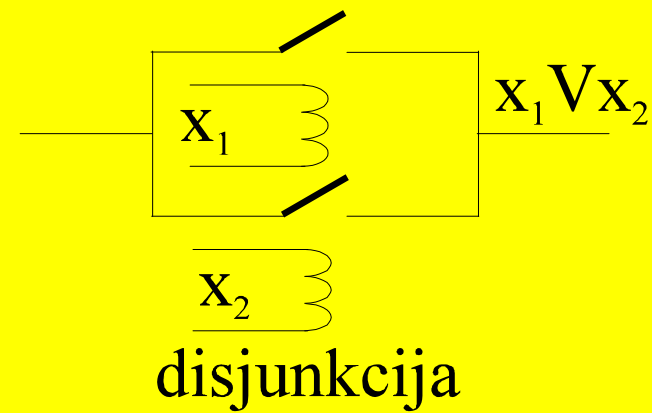
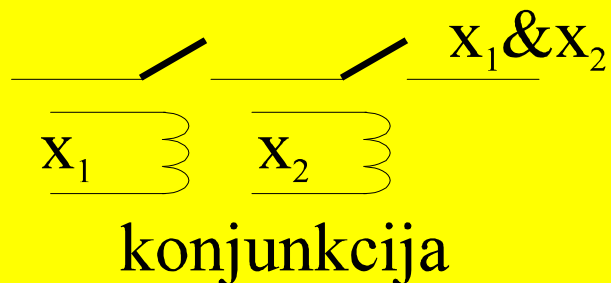
$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2$$



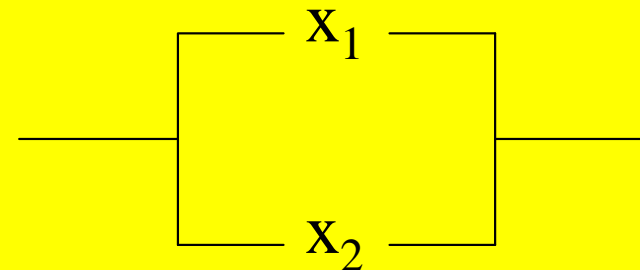
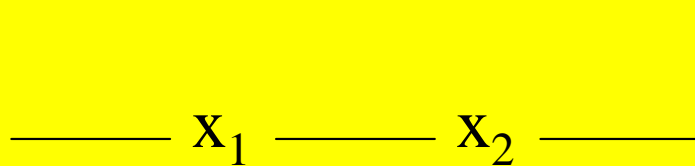
ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

SHEMU SKLOPA CRTAMO KORISTEĆI KOMPONENTE

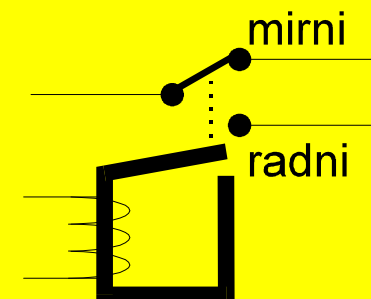
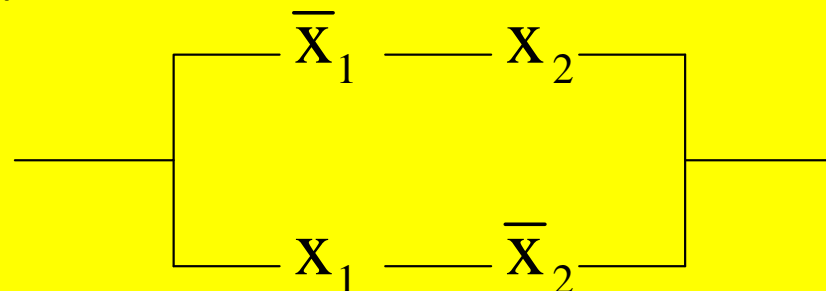
Npr. U relejnoj tehnici:



ili kraće:



za gornji primjer:

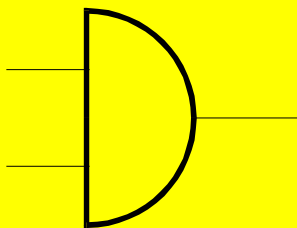


ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

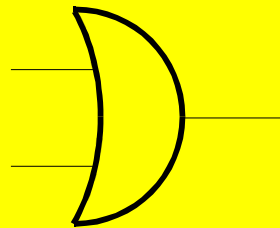
ELEKTRONIČKA REALIZACIJA:

Elementarni logički sklopovi - logička vrata:

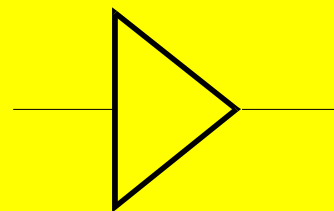
I (AND)



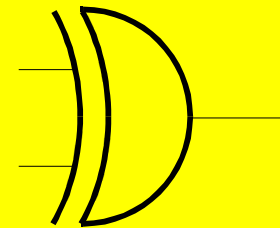
ILI (OR)



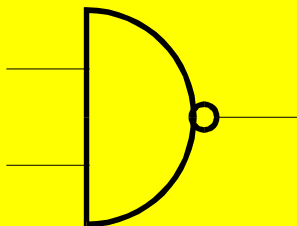
pojačalo



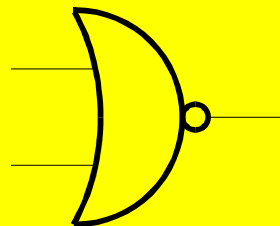
EX-ILI (EXOR)



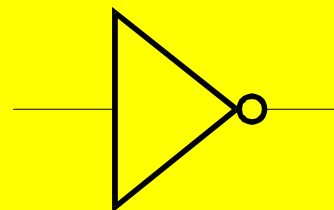
NI (NAND)



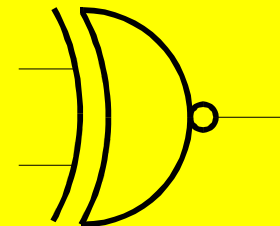
NILI (NOR)



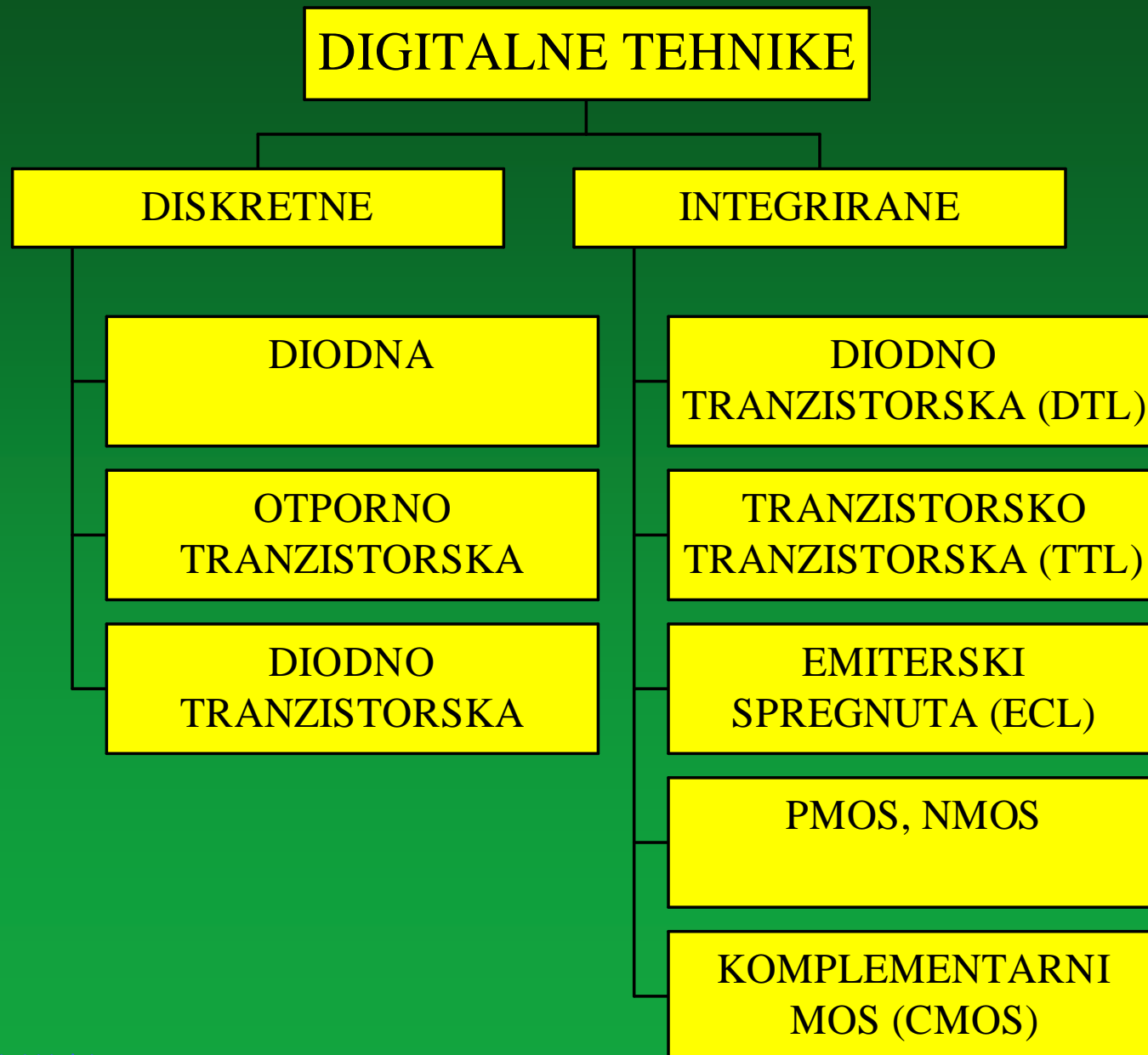
invertor



EX-NILI (EXNOR)



OSNOVNE DIGITALNE TEHNOLOGIJE



ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

PODJELA PO STUPNJU INTEGRACIJE:

- **SSI (Small Scale Integration):**
niski stupanj integracije,
do 100 tranzistora, do 10 logičkih vrata
- **MSI (Medium Scale Integration):**
srednji stupanj integracije,
do 1000 tranzistora, do 100 logičkih vrata
- **LSI (Large Scale integration):**
visoki stupanj integracije,
do 10000 tranzistora, do 1000 logičkih vrata
- **VLSI (Very Large Scale Integration)**
vrlo visoki stupanj integracije
danas oko 125 000 000 tranzistora

ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

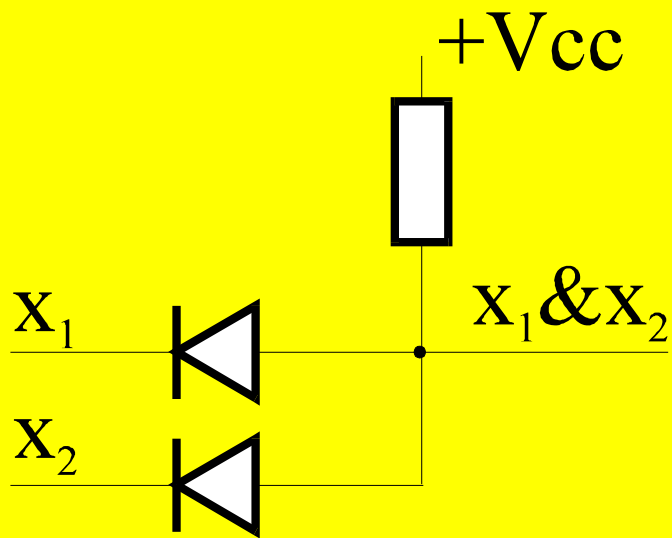
PODJELA PO VRSTI IZLAZA:

- **BIPOLARNI (Totem Pole, TP):**
aktivno generira nulu i jedinicu
- **S VISOKOM IMPEDANCIJOM (TRI-STATE, TS):**
za pogon sabirnice računala
- **S OTVORENIM KOLEKTOROM:**
(Open Collector, OC):
za aktiviranje potrošača (žaruljice, releji)
ožičeno & (Wired AND), starije sabirnice

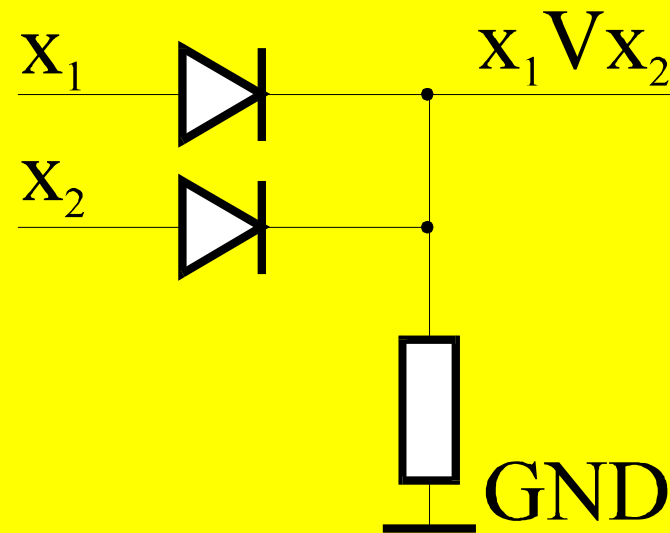
OSNOVNE DISKRETNE TEHNOLOGIJE

GRADIMO IH OD DIODA, OTPORNIKA, TRANZISTORA

DIODNA TEHNIKA (DL):



konjunkcija

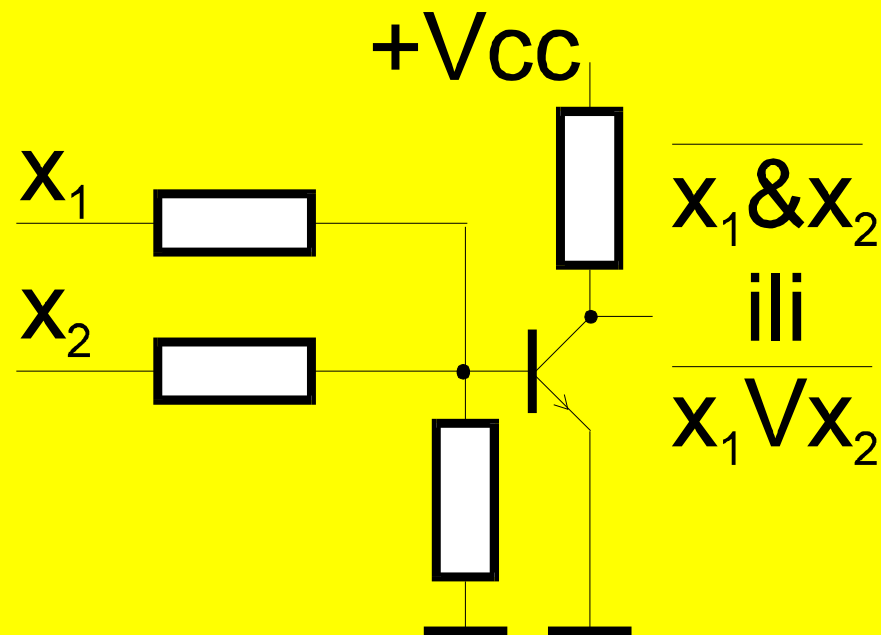


disjunkcija

mana: nemogućnost spajanja više od dva sklopa u seriju

OSNOVNE DISKRETNE TEHNOLOGIJE

OTPORNO-TRANZISTORSKA TEHNIKA (RTL):



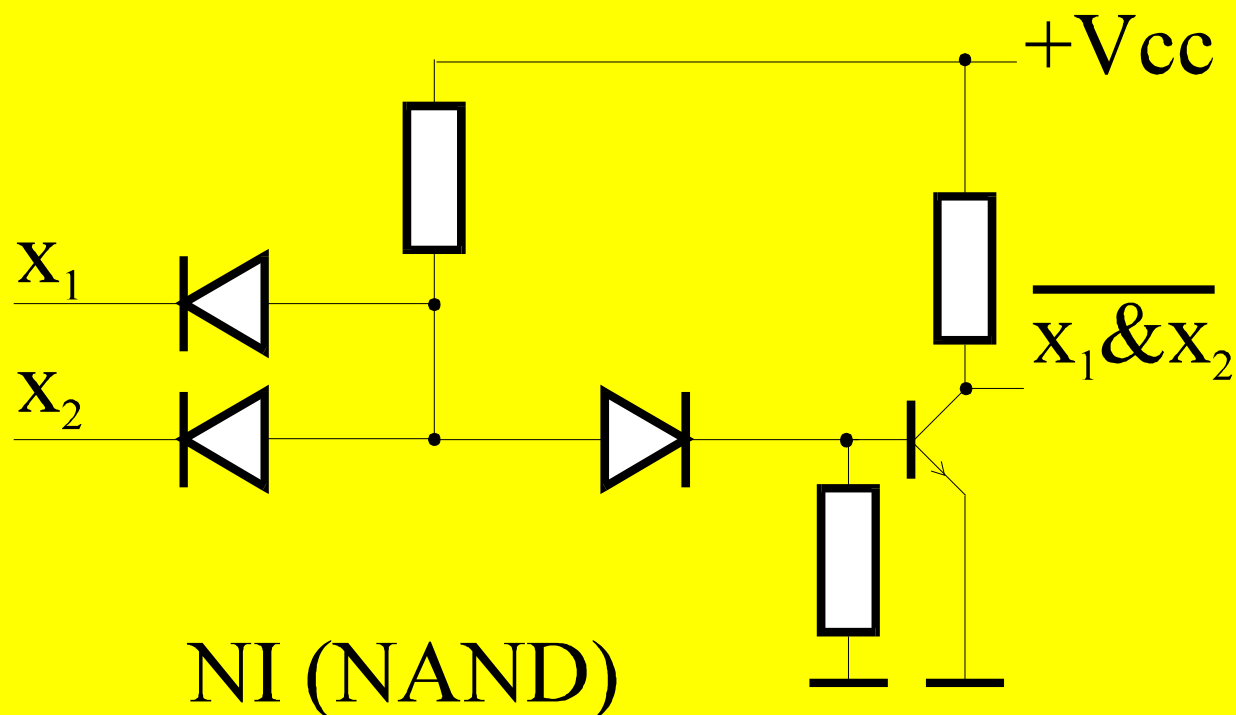
konjunkcija ili disjunkcija
ovisno o ulaznim otpornicima

mana: proračun i upotreba preciznih otpornika

OSNOVNE DISKRETNE TEHNOLOGIJE

DIODNO-TRANZISTORSKA TEHNIKA (DTL):

(ujedno prva integrirana tehnologija)



prednost: brza improvizacija ni i i nili vrata

OSNOVNE INTEGRIRANE TEHNOLOGIJE

TRANZISTORSKO-TRANZISTORSKA TEHNIKA (TTL):

- SSI i MSI integrirani sklopovi
- Višeemitterski tranzistori na ulazu
- Kašnjenje 2-10 ns, ovisno o RC članovima
- R moguće smanjiti, po cijeni povećane potrošnje

VIŠE FAMILIJA TTL INTEGRIRANIH KRUGOVA:

74xx = normalni,

74Lxx = niska potrošnja i brzina,

74Hxx = velika brzina i potrošnja,

74Sxx = normalni shottky,

74LSxx = shottky sa malom potrošnjom,

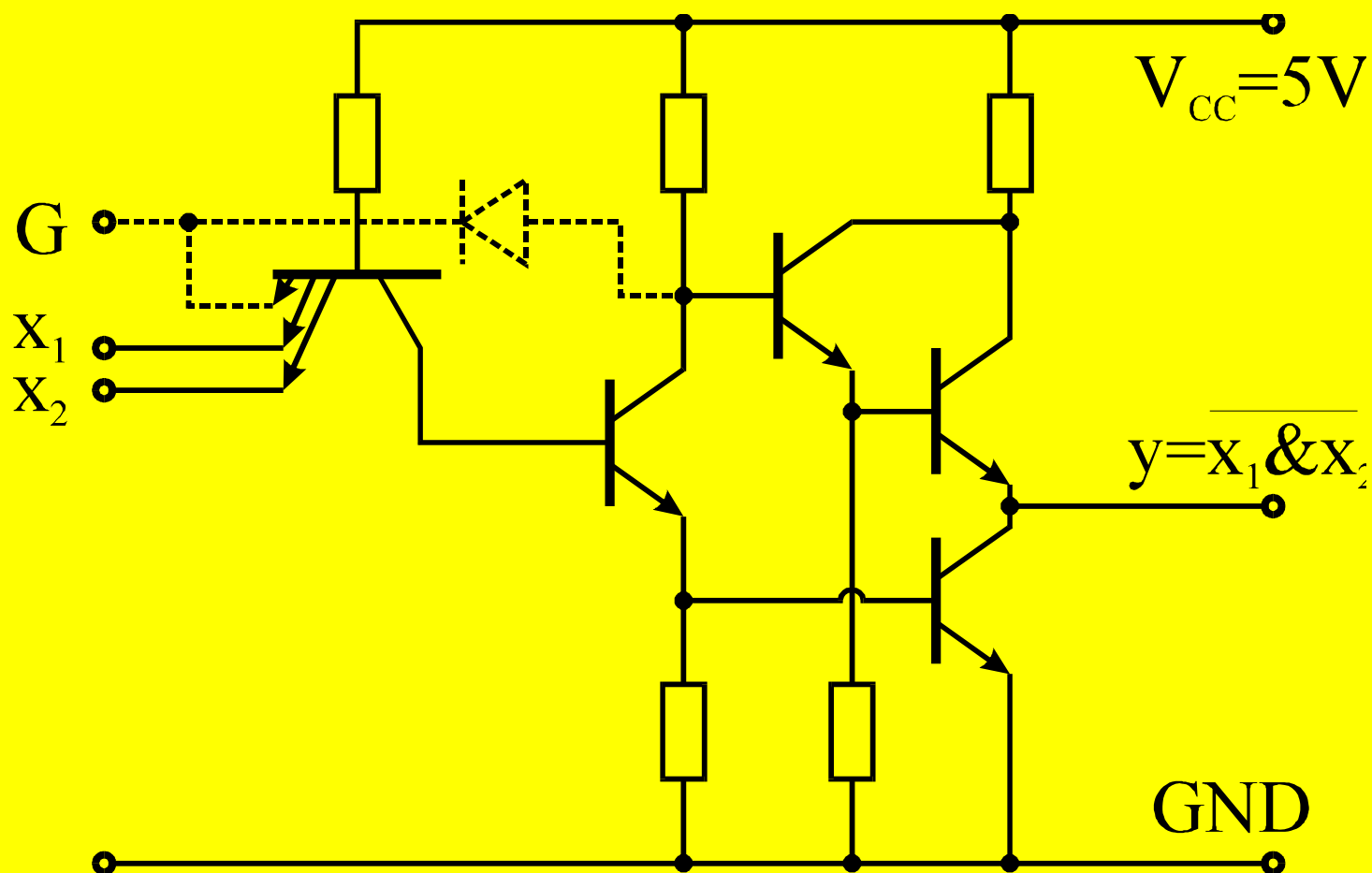
74ALSxx novija familija sa manjom dimenzijom tranzistora

74Fxx = novija familija brzih TTL integriranih krugova

OSNOVNE INTEGRIRANE TEHNOLOGIJE

TTL NI VRATA

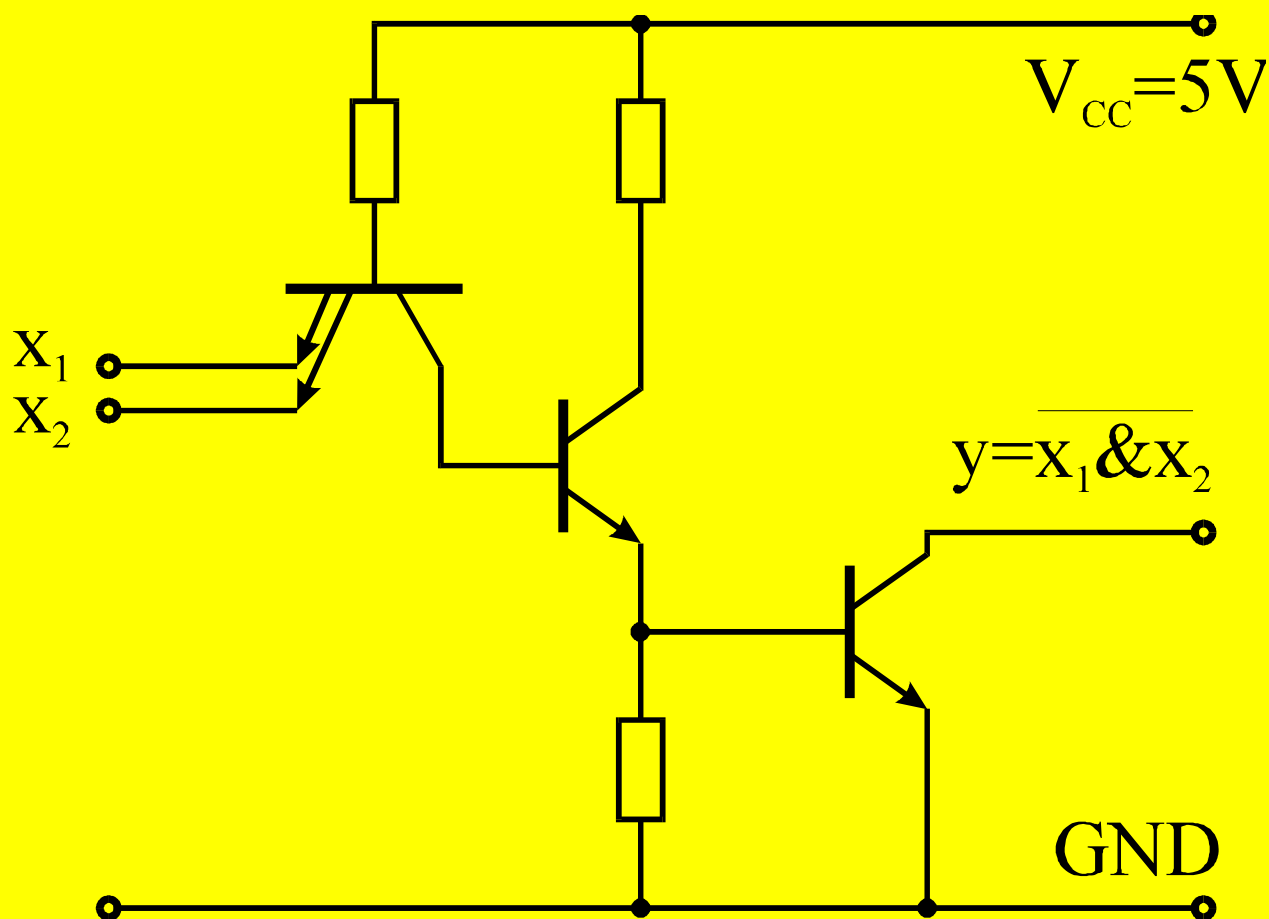
S BIPOLARNIM ILI TRI-STATE IZLAZOM:



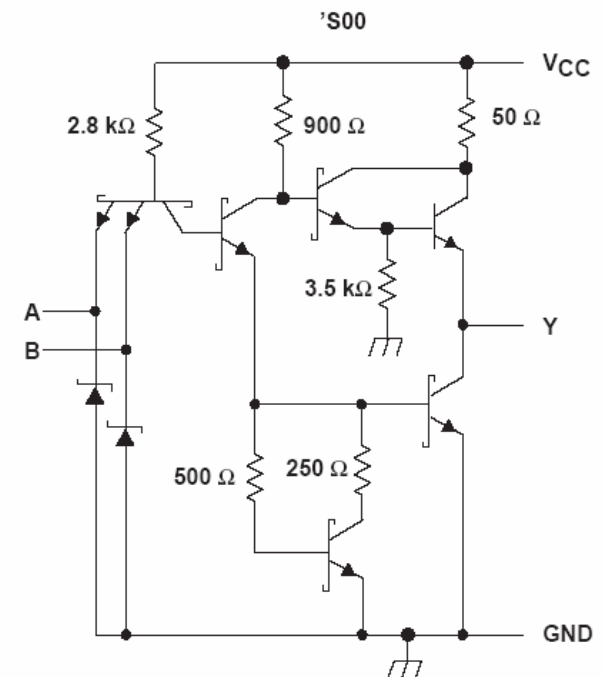
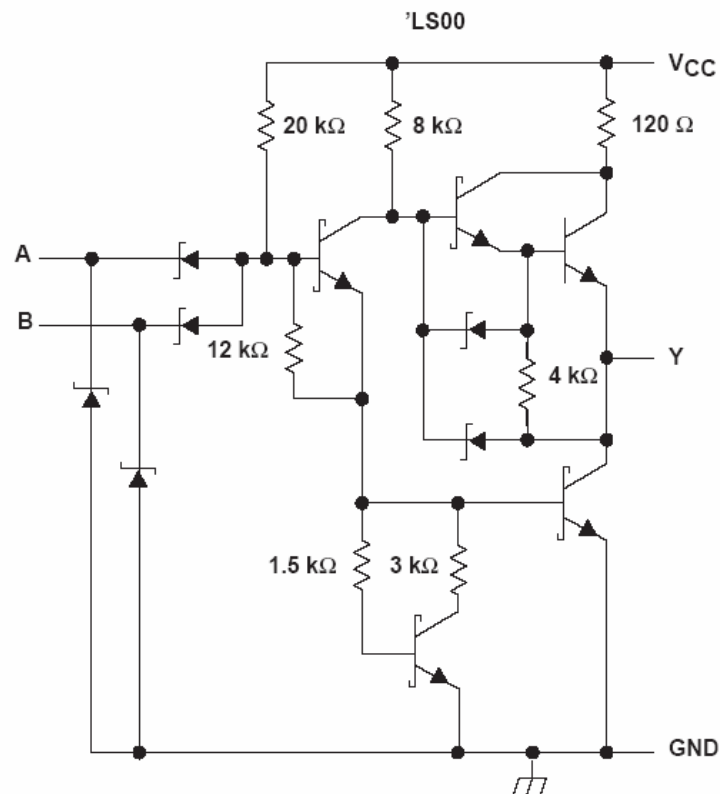
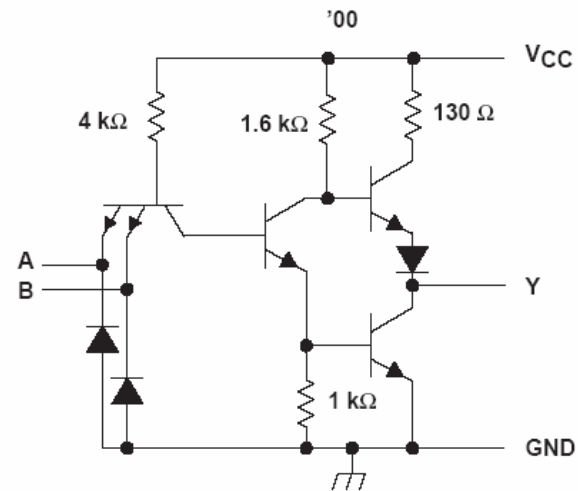
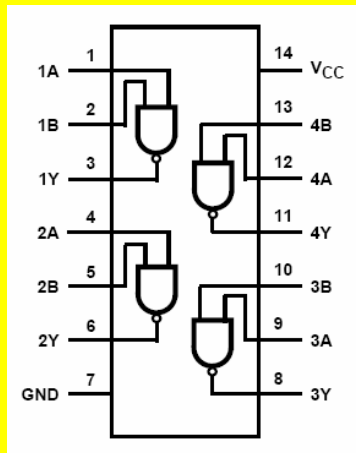
OSNOVNE INTEGRIRANE TEHNOLOGIJE

TTL NI VRATA

S OTVORENIM KOLEKTOROM NA IZLAZU:

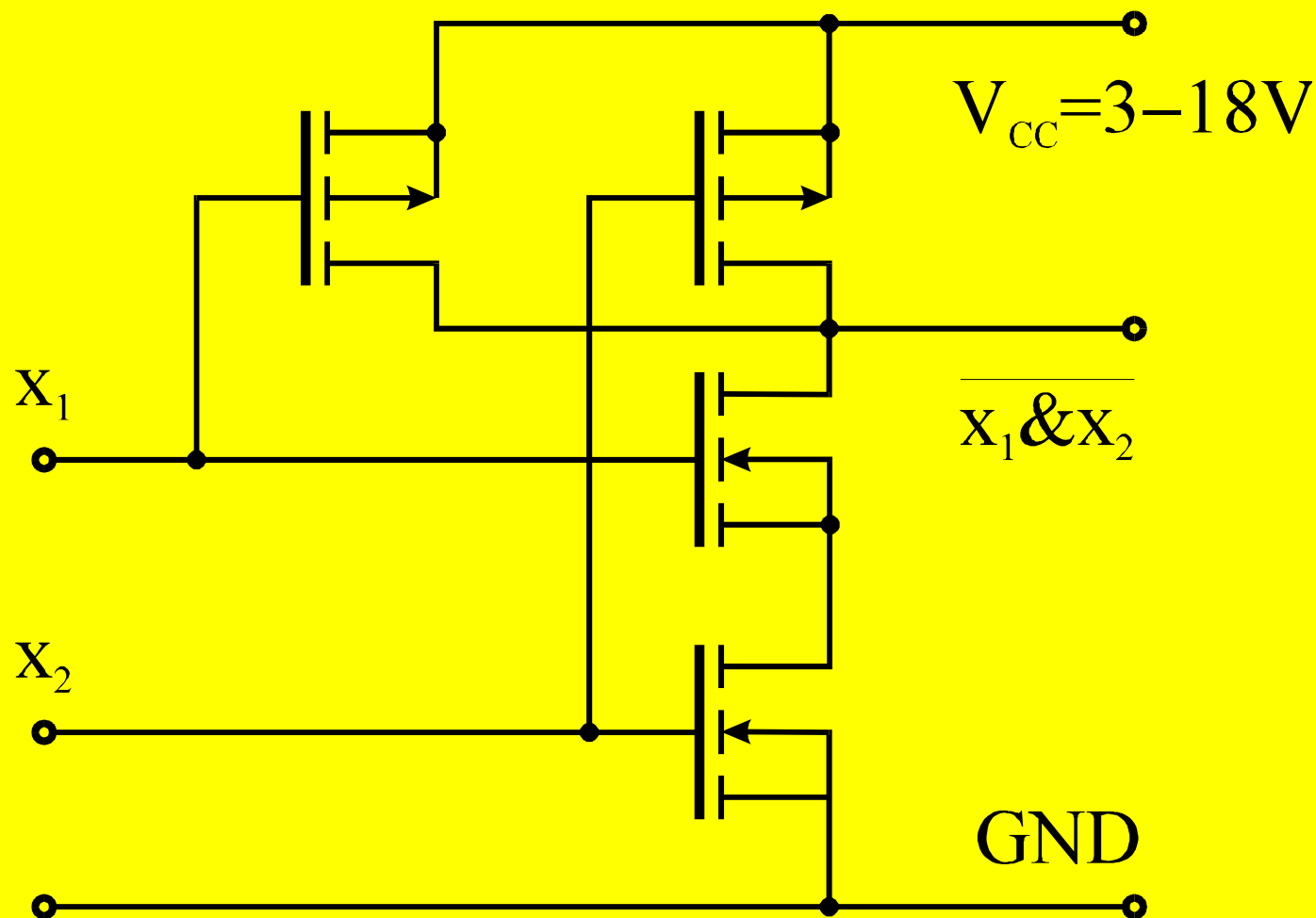


74xx00: (TTL)



OSNOVNE INTEGRIRANE TEHNOLOGIJE

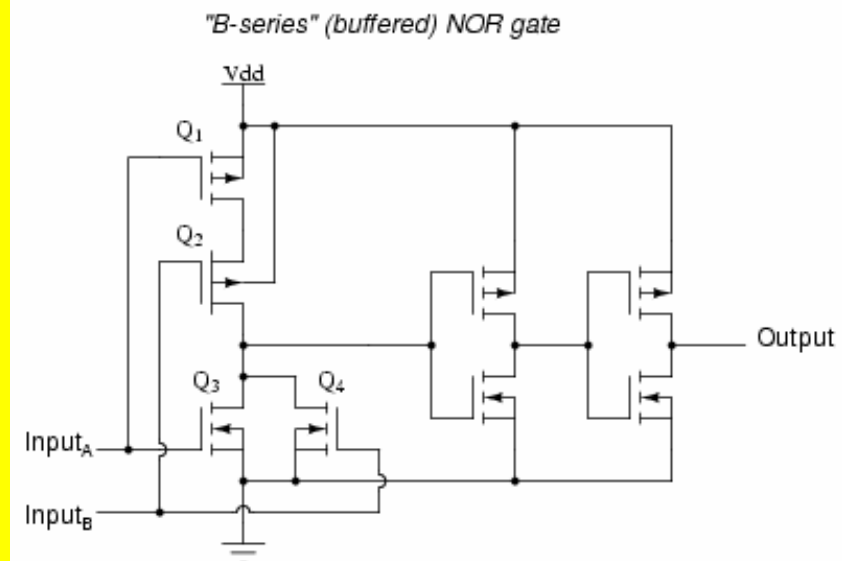
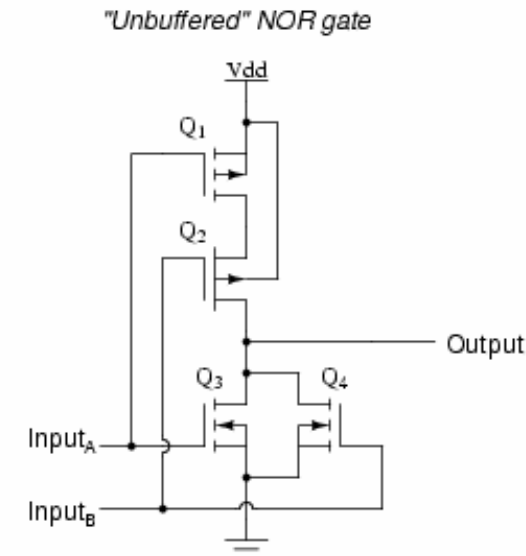
KOMPLEMENTARNI MOS (CMOS)



potrošnja ovisi o brzini (broju promjena u sekundi)

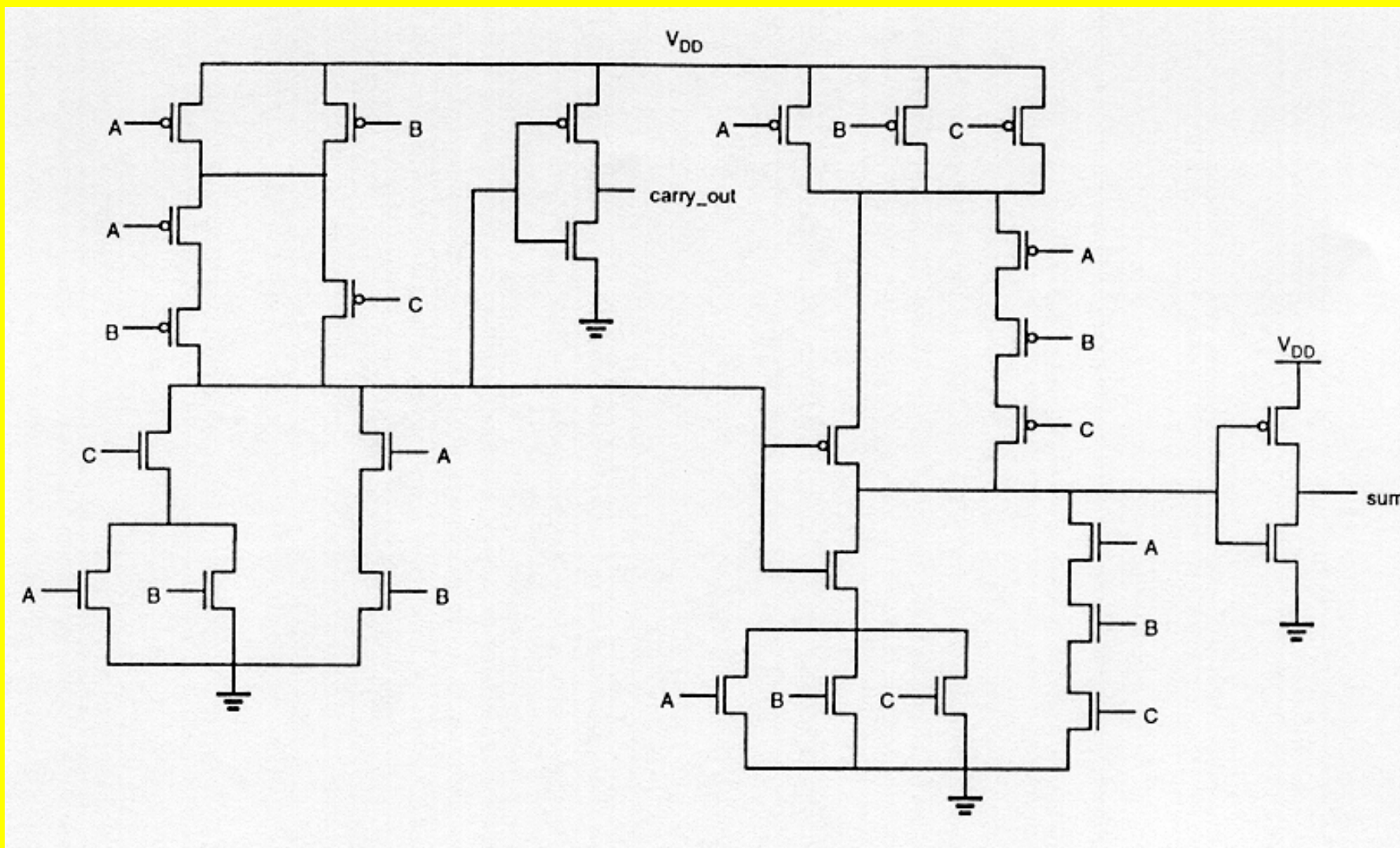
OSNOVNE INTEGRIRANE TEHNOLOGIJE

CMOS logička vrata



OSNOVNE INTEGRIRANE TEHNOLOGIJE

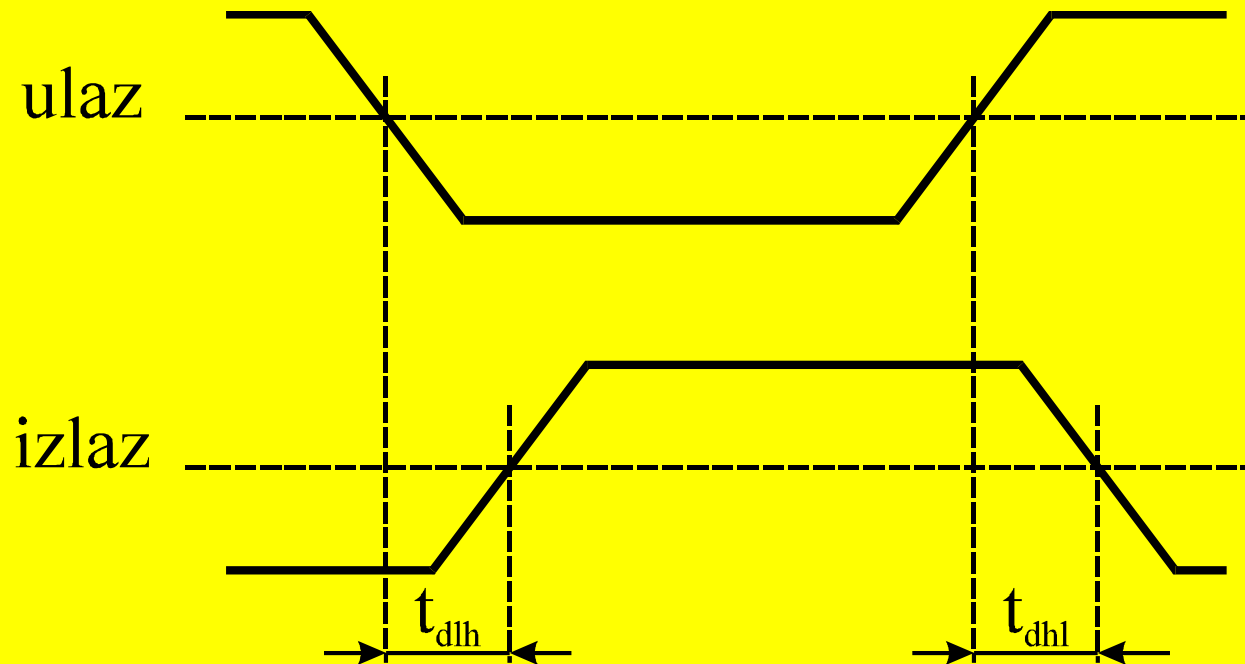
CMOS 1-bit sumator



PRIMJENA ELEMENTARNIH SKLOPOVA

KAŠNJENJE

(određuje brzinu rada sustava)



Razlikujemo:

kašnjenje jedinice t_{dlh}

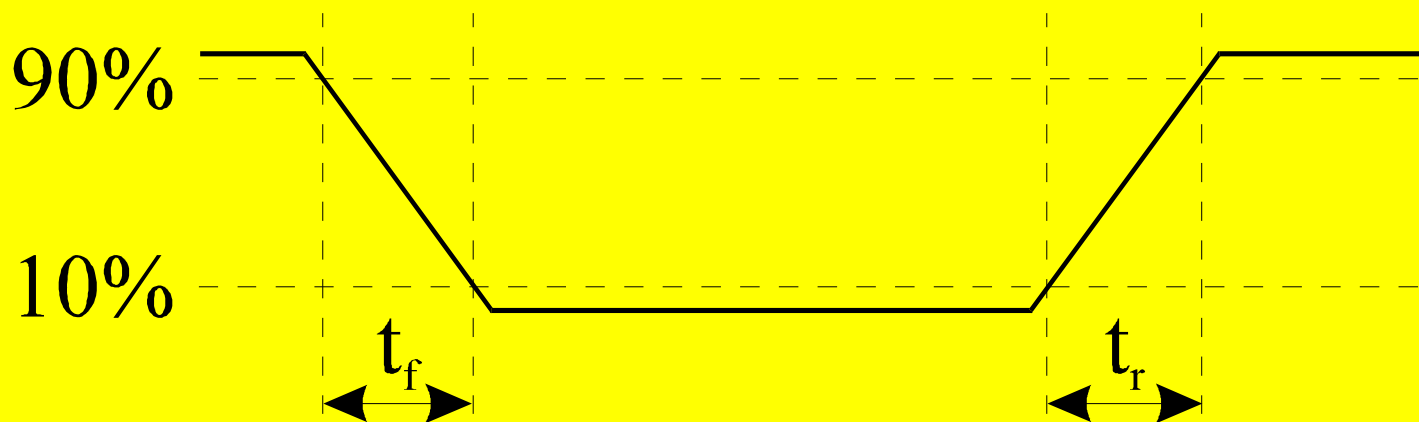
kašnjenje nule t_{dhl}

Mjerimo:

od sredine do sredine brida signala

PRIMJENA ELEMENTARNIH SKLOPOVA

VRIJEME PORASTA I PADA SIGNALA (što brže to bolje)



Razlikujemo:

vrijeme porasta t_r

vrijeme pada t_f

Mjerimo:

od 10% do 90% brida signala

PRIMJENA ELEMENTARNIH SKLOPOVA

FAKTOR GRANANJA

(jednostavna provjera ispravnosti dizajna)

ŽELIMO očuvati naponske razine za 0 i 1,
povijesno određene prema zahtjevima TTL tehnologije:

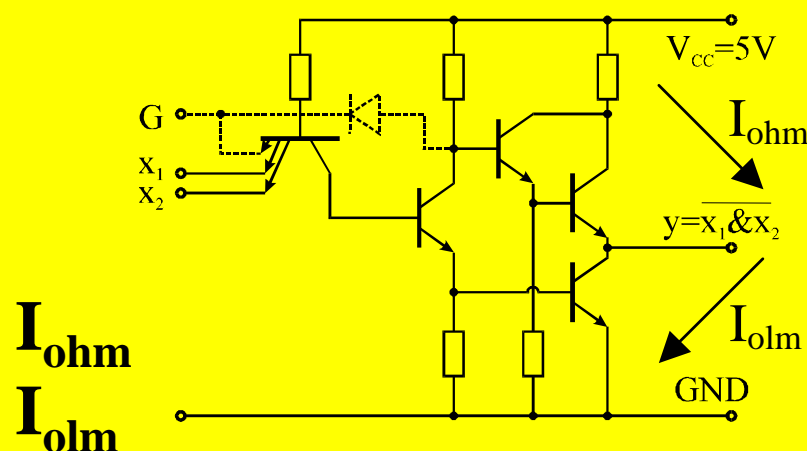
$$1 \quad U_{oh} > 2,4V$$

$$0 \quad U_{ol} < 0,8V$$

MJERIMO maksimalne struje

koje sklop može dati u 1

koje sklop može i primiti u 0



a da pri tome ostanu zadovoljeni definirani naponski uvjeti

PRIMJENA ELEMENTARNIH SKLOPOVA

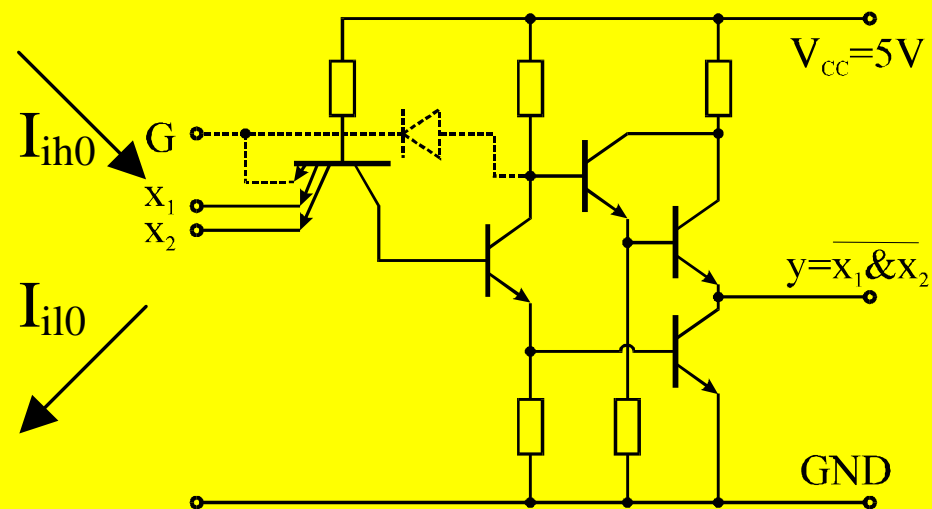
Mjerimo struje **STANDARDNOG ULAZA**
(ulazne struje):

1

I_{ih0}

0

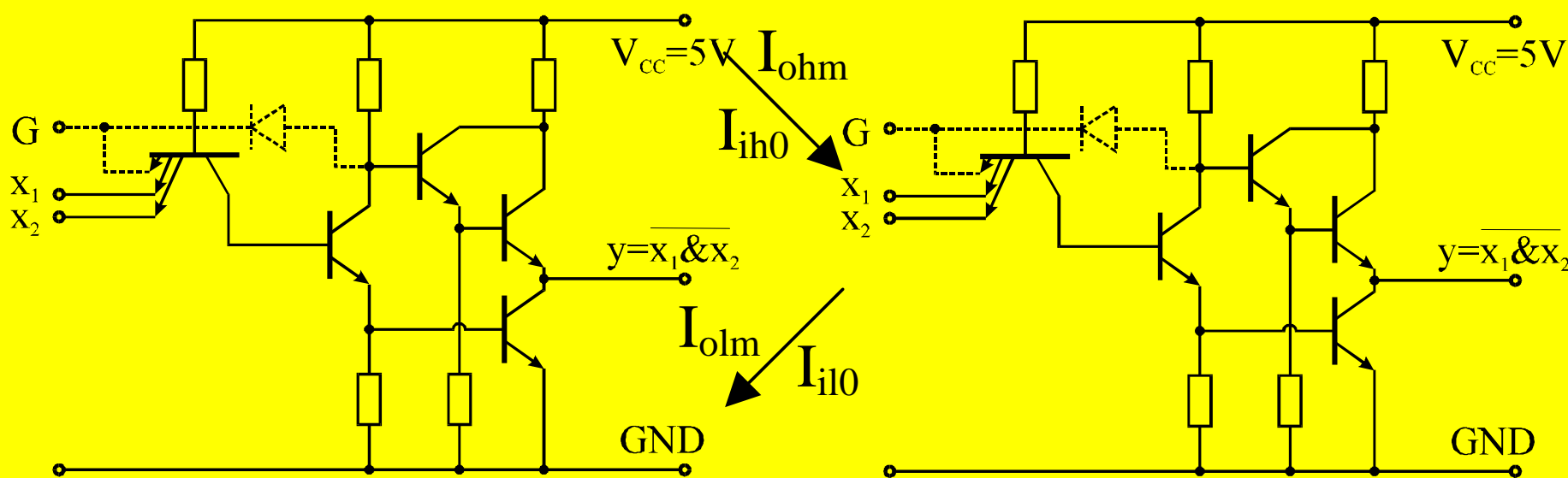
I_{il0}



PRIMJENA ELEMENTARNIH SKLOPOVA

definiramo **FAKTOR IZLAZNOG GRANANJA**
(koliko standardnih ulaza možemo spojiti na izlaz)

$$FG_{izl} = \min (I_{ohm} / I_{ih0} ; I_{olm} / I_{il0})$$

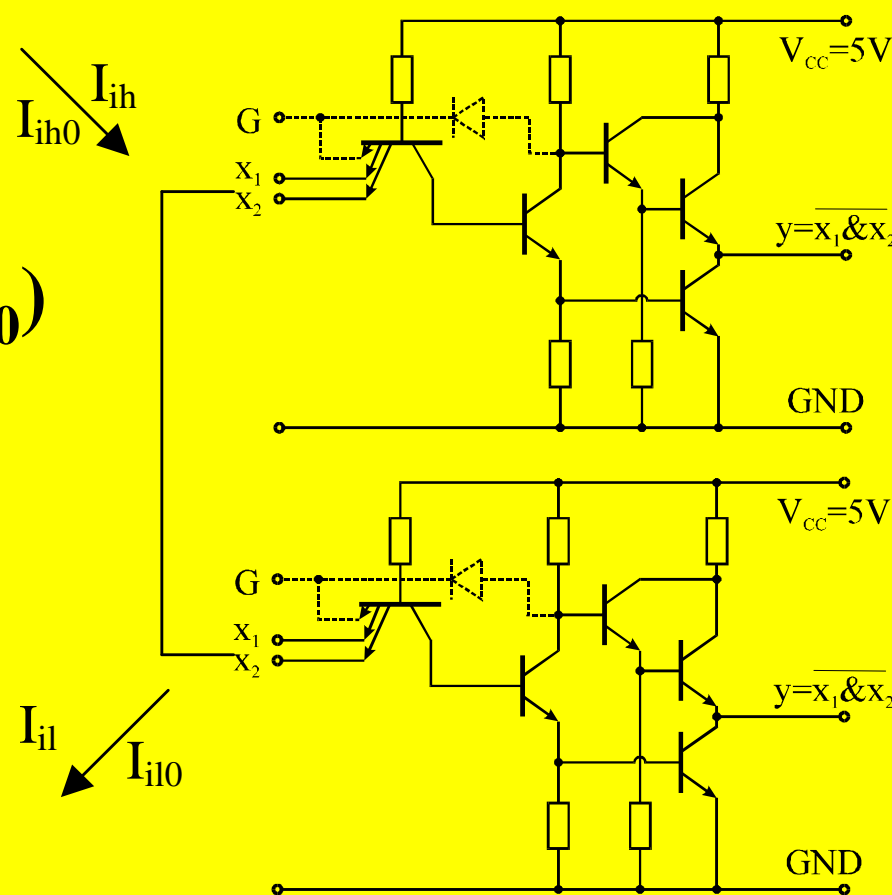


PRIMJENA ELEMENTARNIH SKLOPOVA

definiramo **FAKTOR ULAZNOG GRANANJA**

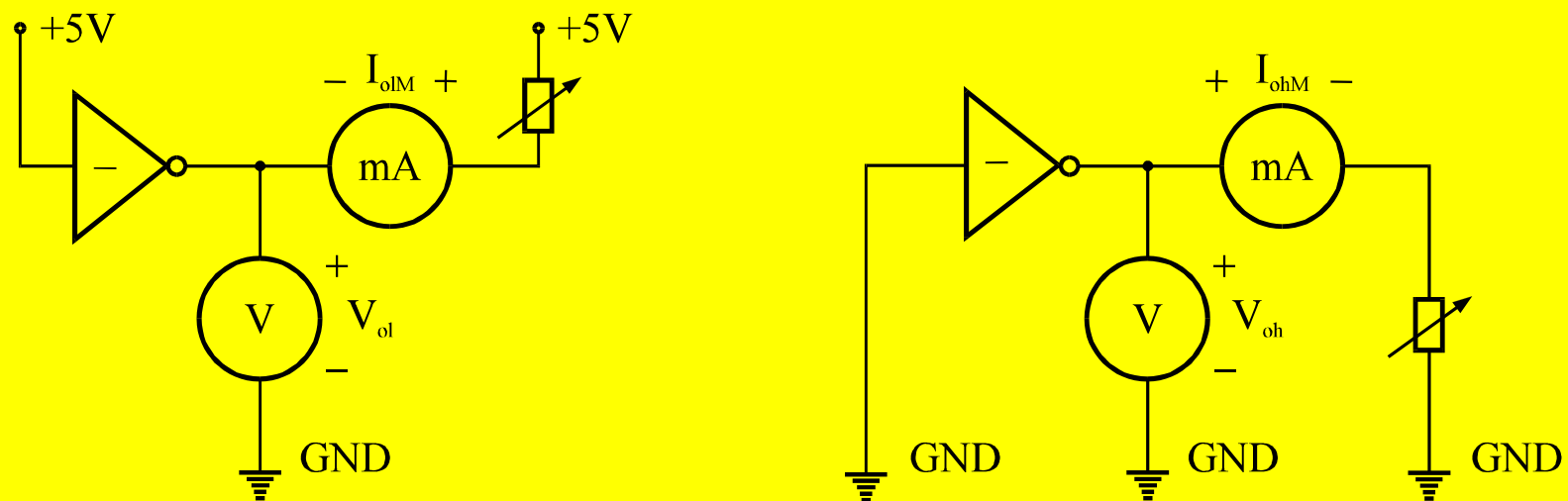
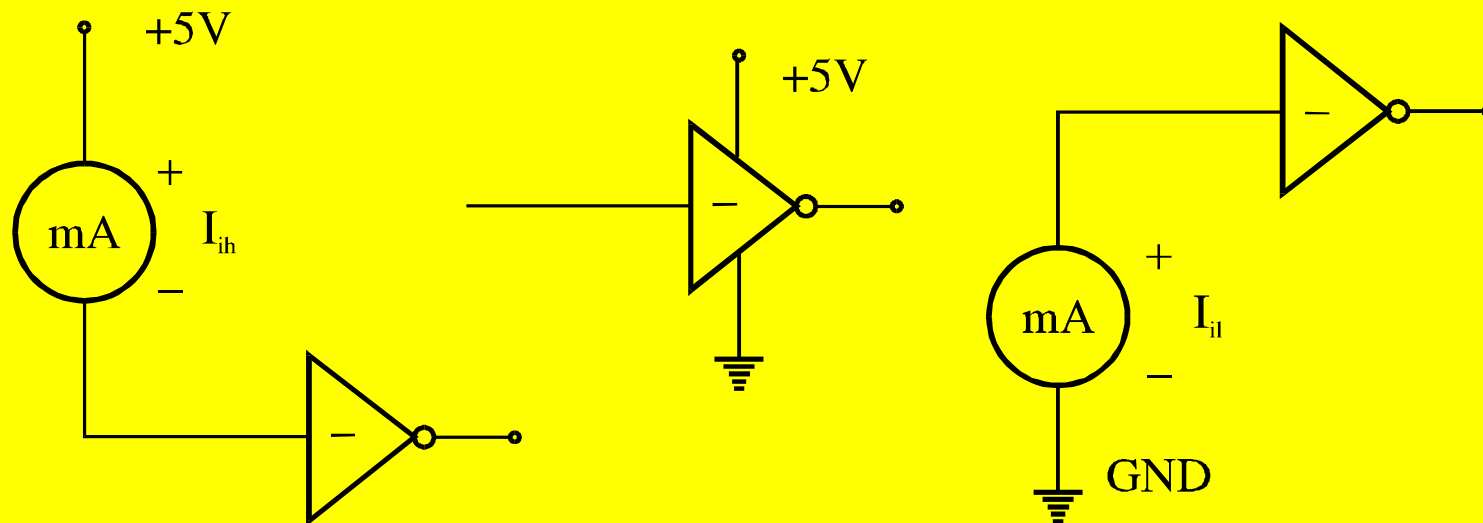
(koliko stvarni ulaz opterećuje izlaz
u odnosu na standardni ulaz)

$$FG_{ul} = \max (I_{ih} / I_{ih0} ; I_{il} / I_{il0})$$



PRIMJENA ELEMENTARNIH SKLOPOVA

STRUJE MJERIMO: (pazi na napajanje)



Vježba 1

Zadatak na vježbi 1:

Za TTL, LSTTL, OCTTL i CMOS invertore na modelu
snimiti

tablice istine za elementarna logička vrata

izmjeriti

struju potrošnje,
ulazne struje i

vremena kašnjenja,
maksimalne izlazne struje.

Izračunati

faktore grananja i produkte kašnjenja i potrošnje

Pod strujom potrošnje podrazumijevamo struju koju sklop uzima
iz izvora za napajanje (5V).