

Diferencijalne jednačbe

1. Što je diferencijalna jednačba?
2. Što je diferencijalna jednačba sa separiranim varijablama?
3. Opišite postupak za rješavanje homogene linearne diferencijalne jednačbe drugog reda?
4. Kojeg je oblika rješenje nehomogene linearne diferencijalne jednačbe drugog reda?
5. Riješite sljedeće diferencijalne jednačbe

$$(1) 2x^2yy' + y^2 = 2 \quad (2) xy + (x+1)y' = 0 \quad (3) (1+e^x)yy' = e^x$$

$$(4) \frac{1}{x}e^x \frac{y'}{y} = 1 \quad (5) x^2y^2y' + 1 = y$$

$$(1) y_1(x) = \pm\sqrt{2}, y_2 = \pm\sqrt{2 - De^{1/x}}, (2) y(x) = De^{-x}(x+1) \quad (3) y(x) = \pm\sqrt{1 + 2\ln\left(\frac{1+e^x}{2}\right)} + C, (4) y(x) = De^{xe^{-x} - e^{-x}}, D \neq 0, (5) y_1(x) = 1, x(y) = -\left(\frac{y^2}{2} + y + \ln|y-1| + C\right)^{-1}$$

6. Riješite sljedeće linearne diferencijalne jednačbe drugog reda:

$$\begin{array}{lll} (1) y'' + y' - 2y = 0 & (2) y'' - 4y' + 5y = 0 & (3) y'' + y = 0 \\ (4) y'' + y' + y = 0 & (5) y'' + 2y' - 3y = 0 & (6) y'' + y = x^2 \\ (7) y'' - 3y' + 2y = \sin x & (8) y'' + 6y' + 5y = 2\sin x - 3\cos x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1) y(x) = c_1 e^{-2x} + c_2 e^x, (2) y(x) = c_2 e^{2x} \cos(x) + c_1 e^{2x} \sin(x), (3) y(x) = c_1 \cos x + c_2 \sin x, (4) y(x) = c_1 e^{-x/2} \cos\left(\frac{\sqrt{3}x}{2}\right) + c_2 e^{-x/2} \sin\left(\frac{\sqrt{3}x}{2}\right), (5) y(x) = e^{-3x} c_1 + e^x c_2, (6) y(x) = -2 + x^2 + c_1 \cos x + c_2 \sin x, (7) y(x) = c_1 e^x + c_2 e^{2x} + \frac{1}{10}(3\cos x + \sin x), \\ (8) y(x) = c_1 e^{-5x} + c_2 e^{-x} + \frac{1}{26}(-12\cos(x) - 5\sin(x)), \end{array}$$