

Funkcije - pitanja iz teorije i zadatci

- Što je funkcija (preslikavanje), te što znači da su dvije funkcije jednake?
- Iskažite što je injektivnost, surjektivnost i bijektivnost. Za svako od ovih svojstava navedite primjer funkcije koja ima to svojstvo, te primjer funkcije koja nema to svojstvo.
- Provjerite injektivnost i monotonost funkcija $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ i $g(x) = (x^2 + 1)^{-1}$.
- Kako općenito glasi kvadratna funkcija? Navedite njena svojstva i skicirajte joj graf.
- Navedite svojstva eksponencijalne i logaritamske funkcija. Skicirajte njihove grafove.
- Nabrojite trigonometrijske funkcije i neka njihova svojstva. Skicirajte njihove grafove. Kako glase adicijske formule za sinus i kosinus?
- Nabrojite sve arkus funkcije. Za svaku od njih navedite njenu domenu i sliku.
- Odredite kvadratnu funkciju za koju vrijedi da je $f(0) = 4$, $f(1) = 3$, $f(2) = 6$.
- Definirajte kompoziciju funkcija, te riješite jednadžbu $(f \circ g)(x) \leq (g \circ f)(x)$ za $f(x) = 3^x$ i $g(x) = 2x + 1$.
- Što je inverzna funkcija? Sljedećim funkcijama odredite inverznu funkciju
(a) $f(x) = x^2 + 1$ (b) $f(x) = \ln \frac{x}{2}$ (c) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$.
- Objasnite pojmove parne i neparne funkcije, te provjerite (ne)parnost sljedećih funkcija:
(a) $f(x) = x^5 - 5x^3 + x$ (b) $f(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x})$ (c) $f(x) = x^3 + x^2$
- Definirajte monotonost funkcije. Jesu li sljedeće funkcije monotone?
(a) $f(x) = x + 2$ (b) $f(x) = x^2 - x + 2$ (c) $f(x) = \sin 2x$.
- Objasnite pojam realne funkcije realne varijable, te prirodne domene funkcije. Zatim odredite prirodne domene sljedećih funkcija:
(a) $f(x) = x^{14} - \frac{1}{4}x^4$ (b) $f(x) = \frac{x^3+7}{x^2-5x+6}$
(c) $f(x) = \sqrt{2x^2 + x + 9}$ (d) $f(x) = \ln \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 8} + \arcsin \frac{x^2+1}{x^2+2}$
(e) $f(x) = \frac{x^2-4+\ln(-x)}{1+\sqrt{x^2-4}}$ (f) $f(x) = \ln \arcsin \frac{x+2}{5-x}$
(g) $f(x) = \arcsin(\sin x)$ (h) $f(x) = \sqrt{\ln \frac{x-4}{x+2} + \sqrt{4-3x-x^2}}$
(i) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(4^x - 3 \cdot 2^x + 2) + \frac{1}{x^2-4}$ (j) $f(x) = \frac{\ln(x+3)}{\sqrt{x^2-x}}$.

Preporučeni linkovi:

<http://web.math.hr/nastava/em/EM1/materijali/Elementarne.pdf>

<http://www.fesb.hr/~borka/.../Elementarne%20funkcije-9-12-03.ppt>

<http://lavica.fesb.hr/mat1/predavanja/node95.html>