

Kolokviji i pismeni ispiti

Sadržaj

Matematika 1	2
Zadace	3
prva zadatac	4
druga zadatac	6
treca zadatac	8
cetvrta zadatac	10
peta zadatac	12
sesta zadatac	13
Kolokviji	15
drugi kolokvij, 18.12.2003.	16
drugi kolokvij, 18.12.2003.	17
ponovljeni 2. kolokvij, 06.02.2004.	18
1. kolokvij, 12.11.2004.	19
1. kolokvij, 12.11.2004.	20
ponovljeni 1. kolokvij, 04.02.2005.	21
2. kolokvij, 17.12.2004.	22
2. kolokvij, 17.12.2004.	23
2. kolokvij, 16.12.2005.	24
2. kolokvij, 16.12.2005.	26
ponovljeni 2. kolokvij, 04.02.2005.	28
3. kolokvij, 31.01.2005.	29
3. kolokvij, 31.01.2005.	30
ponovljeni 3. kolokvij, 04.02.2005.	31
1. kolokvij, 11.11.2005.	32
1. kolokvij, 11.11.2005.	33
Pismeni ispiti	34
16. Rujan, 2003.	35
01. Listopad, 2003.	36
10. Veljace 2004.	37
19. Studeni, 2004.	38
15. Veljace 2005.	39
23. Lipanj, 2005.	40
07. srpnja, 2005.	41
25. studeni, 2005.	42

MATEMATIKA

1

ZADAĆE IZ MATEMATIKE 1

MATEMATIKA 1

(prva zadaća)

Vektori i primjene

- U trokutu $\triangle ABC$ točke M i N dijele stranicu \overline{AB} na tri jednaka dijela. Označite $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ i izrazite vektore \overrightarrow{CM} i \overrightarrow{CN} pomoću vektora \vec{a} i \vec{b} .
- Zadani su vrhovi trokuta $A(1, 2, 3)$, $B(3, 2, 1)$ i $C(1, 4, 1)$. Pokažite da je trokut ABC jednakostraničan.
- Zadani su radij-vektori vrhova trokuta: $r_{\vec{A}} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $r_{\vec{B}} = \vec{i} + \vec{k}$ i $r_{\vec{C}} = \vec{j} + \vec{k}$. Odredite radij-vektor težišta trokuta.
- Za vektor $\vec{a} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$, $A(0, 0, 1)$, $B(3, 2, 1)$, $C(4, 6, 5)$ i $D(1, 6, 3)$ odredite duljinu i napišite vektor \vec{a}_0 (jedinični vektor vektora \vec{a}).
- Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $A(1, 2, 1)$ i
 - točkom $B(2, -1, -3)$
 - ima vektor smjera $\vec{s} = (3, 3, 4)$
 - paralelan je s pravcem određenim s $\frac{x-1}{2} = \frac{y+7}{0} = \frac{z+1}{3}$
 - okomit je na ravninu $5x - 11y + z = 2$.
- Odredite jednadžbu ravnine koja prolazi točkom $A(1, 2, 3)$ i paralelna je vektorima $\vec{p} = (-1, 0, 2)$ i $\vec{q} = (2, 1, 3)$.
- Izračunajte $\vec{a} \cdot \vec{b}$ i odredite kut koji zatvaraju vektori \vec{a} i \vec{b} ako je
 - $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (-2, 2, 1)$
 - $\vec{a} = (2, -1, 3)$, $\vec{b} = (-2, 1, 1)$
 - $\vec{a} = (1, -2, -1)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$.
- Odredite kuteve trokuta $\triangle ABC$ određenog vrhovima $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(2, 1, 2)$.
- Zadani su vektori $\vec{a} = (0, 2, -2)$ i $\vec{b} = (2, -2, 1)$. Izračunajte skalarnu projekciju a_b vektora \vec{a} na vektor \vec{b} , te kut $\angle(a, b)$ vektora \vec{a} i \vec{b} .
- Odredite projekcije vektora \vec{a} na koordinatne osi, ako je $\vec{a} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$, $A(1, 0, 1)$, $B(0, 1, -1)$, $C(-2, 0, 1)$ i $D(3, -2, 1)$.
- Odredite m tako da vektori $\vec{a} = (m, 4, -3)$ i $\vec{b} = (1, -2, \frac{3}{2})$ budu
 - okomiti;
 - kolinearni.
- Izračunajte
 - $(5\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$, ako je $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$ i $\vec{a} \perp \vec{b}$.
 - $|2\vec{a} - 5\vec{b}|$, ako je $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$ i $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$.
- Izračunajte vektorski produkt $\vec{a} \times \vec{b}$ za

- a) $\vec{a} = (2, 3, 5)$ i $\vec{b} = (1, 2, 1)$.
 b) $\vec{a} = (1, 3, 7)$ i $\vec{b} = (-2, -6, -14)$.
14. Odredite jedinični vektor koji je okomit na vektore \vec{a} i \vec{b} , ako je
 a) $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.
 b) $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $A(1, 0, 1)$, $B(2, 1, 3)$, a \vec{b} zatvara s osi y kut $\frac{\pi}{3}$, s osi z kut $\frac{\pi}{4}$ i $|\vec{b}| = 1$, te sa osi x zatvara oštar kut.
15. Neka je $\vec{a} = (1, 2, -1)$. Odredite dva vektora \vec{b} i \vec{c} tako da su vektori \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} međusobno okomiti.
16. Za trokut $\triangle ABC$ zadan s $A(1, 1, 1)$, $B(2, 3, 4)$, $C(4, 3, 2)$ odredite
 a) površinu; b) visinu na stranicu \overline{AB} .
17. Napišite jednadžbu ravnine koja sadrži točku $A(0, 1, 2)$ i
 a) okomita je na pravac $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{5} = \frac{z+2}{4}$.
 b) sadrži pravac iz zadatka a).
18. Napišite jednadžbu ravnine koja sadrži točke $A(0, 2, 0)$, $B(1, 1, \frac{1}{3})$, $C(-1, 1, 1)$.
19. Odredite m i n tako da ravnina $x - 2y + 7z = 4$ i pravac $\frac{x-n}{m} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{n}$ budu okomiti.
20. Odredite m tako da ravnine $x - 4y + z = 0$, $mx + y - 11z = 1$ budu međusobno okomite.
21. Nađite probodište pravca $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$ s ravninom $x + 2y + z = 3$.
22. Izračunajte $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ ako je
 a) $\vec{a} = (2, -1, -1)$, $\vec{b} = (1, 3, -1)$, $\vec{c} = (1, 1, 4)$.
 b) $\vec{a} = (2, 0, 1)$, $\vec{b} = (3, -1, 0)$, $\vec{c} = (4, 2, 3)$.
23. Ispitajte jesu li vektori $\vec{a} = (2, 5, 7)$, $\vec{b} = (1, 1, -1)$ i $\vec{c} = (1, 2, 2)$ komplanarni. Ako jesu, izrazite vektor \vec{c} pomoću vektora \vec{a} i \vec{b} .
24. Ispitajte leže li točke $A(5, 7, -2)$, $B(3, 1, -1)$, $C(9, 4, -4)$ i $D(1, 5, 0)$ u istoj ravnini.
25. Vrhovi trostrane piramide su: $A(2, 2, 2)$, $B(4, 3, 3)$, $C(4, 5, 4)$ i $D(5, 5, 6)$. Izračunajte
 a) volumen
 b) površinu baze $\triangle ABC$
 c) visinu piramide spuštene na bazu $\triangle ABC$.

MATEMATIKA 1

(druga zadaća)

Matrice, vektori

1. Ako je $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ naći:

a) $2A - 3B$, b) $(2A - 3B)^T$, c) $2A^T - 3B^T$.

2. Za matrice iz prethodnog zadatka izračunajte AB^T i $B^T A$.

3. Za matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ i } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

naći AB i BA .

4. Za matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ naći AB i BA .

5. Izračunajte a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

Rješavanje sustava linearnih jednadžbi

6. Riješite sustav:

$$2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6$$

$$3x_1 + 5x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 4$$

$$9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2.$$

7. Odrediti a tako da sustav

$$x - y + az = 1$$

$$2x + 4y - 2z = 2$$

$$3x + 5z = 5$$

nema rješenja.

8. Riješi sustave:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 8 \\ 3 & 2 & 17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$$

9. Dvije ravnine koje sadrže ishodište zadane su sa vektorima normala $\vec{n}_1 = (1, 2, 3)$ i $\vec{n}_2 = (0, 4, 5)$. Presjek ovih ravnina je pravac. Odredite parametarsku jednadžbu toga pravca rješavanjem sustava jednadžbi dobivenog iz jednadžbi ovih ravnina.

10. Odredite $\lambda \in \mathbb{R}$ tako da sustav

$$x_1 + 3x_3 = -3$$

$$2x_1 + \lambda x_2 + x_3 = -2$$

$$x_1 + 2x_2 - \lambda x_3 = 1$$

- a) ima jedinstveno rješenje,
b) nema rješenja,
c) ima beskonačno rješenja.

Inverzne matrice

11. Odredite inverzne matrice za:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 9 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{d) } \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{e) } \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

12. Odredi A^{-1} za

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \frac{\pi}{6} & \sin \frac{\pi}{6} \\ 0 & -\sin \frac{\pi}{6} & \cos \frac{\pi}{6} \end{bmatrix} \quad \text{c) } A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

13. Odredi A_1^{-1} i A_2^{-1} , za $A_1 = B^{-1}C^2$, $A_2 = B + C^{-1}$. Matrice B i C su zadane sa

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Svojstveni vektori i svojstvene vrijednosti

14. Odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene vektore matrica:

$$\text{a) } \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{d) } \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e) } \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MATEMATIKA 1

(treća zadaća)

Derivacija funkcije. Tangenta na krivulju

1. Nađite derivacije sljedećih funkcija tj. nađite $\frac{dy}{dx}$:

a) $y = x^6 - 3x^2 + 2x - 5$

b) $y = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}x + x^2 - \frac{x^4}{2}$

c) $y = \frac{-5x^3}{a}$

d) $y = \frac{\pi}{x} + \ln 2$

e) $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x^2}$

f) $y = 3x^{\frac{2}{3}} - x^{-3}$

g) $y = \operatorname{tg} x - x \cos x$

h) $y = \frac{2x+3}{x^2-2x+7}$

i) $y = x \cdot 3^x$

j) $y = e^x \cos x$

k) $y = (x^2 + 3x - 1) \ln x$

l) $y = 2x \sin x - (x^2 - 2) \cos x$

m) $y = \frac{x^2}{\ln x}$

n) $y = \frac{1}{x} + 2 \log_{10} x - \frac{\ln x}{x}$

2. Nađite jednadžbu tangente na krivulju

a) $y = x^2 - 3x + 1$

b) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

c) $y = 2^x$

d) $y = \sin \frac{\pi}{2}x$

u točki $x = 3$. Skicirajte krivulju i tangentu.

3. Nađite jednadžbu tangente na krivulju $y = x^2 - 4$ koja je okomita na pravac $y = -x + 1$.

Linearna aproksimacija i totalni diferencijal

4. Nađite linearnu aproksimaciju funkcije $y = \sqrt[3]{x}$ za $x = 1$. Koristeći se tom aproksimacijom približno izračunajte $\sqrt[3]{1.02}$.

5. Nađite linearnu aproksimaciju funkcije $y = e^x$ za $x = 0$. Koristeći se tom aproksimacijom približno izračunajte $e^{-0.02}$.

6. Za funkciju $y = \cos x$ i za $x = \frac{\pi}{6}$ i $\Delta x = \frac{\pi}{36}$ nađite diferencijal (linearnu aproksimaciju prirasta).

7. Za funkciju $y = \ln x$ i za $x = 1$ i $\Delta x = -0.5$ nađite diferencijal (linearnu aproksimaciju prirasta).

8. Položaj točke koja se giba po pravcu zadan je funkcijom $x(t) = 3t - t^3$ (t u sekundama, x u centimetrima). Nađite brzinu i ubrzanje te točke u trenutku $t = 2$.

9. Položaj točke koja se giba po pravcu zadan je funkcijom $x(t) = 2t - \frac{1}{2}t^4$ (t u sekundama, x u centimetrima). Nađite brzinu i ubrzanje te točke u trenutku $t = 4$.

Lančano deriviranje

10. Nađite derivacije sljedećih funkcija:

a) $y = \left(\frac{ax+1}{3}\right)^4$

b) $y = (3+2x)^{10}$

c) $y = \cos^3 x + \cos 3x$

d) $y = \sin 3x + \sin^3 x$

e) $y = \ln^2(2x^2+1)$

f) $y = \sqrt{\ln(3x^2+4)}$

11. Nađite

a) $y'(0)$ za $y = 5e^{-x^2} + 2e^{2x+1}$

b) $y'(0)$ za $y = 4e^{x^2-2x} + \frac{1}{2}e^{x-1}$

c) $y'(0)$ za $y = \frac{1 - \sin 2x}{1 + \sin 2x}$

d) $y'(\frac{\pi}{2})$ za $y = \frac{1 - \cos 3x}{1 + \cos 3x}$

12. Jedna stranica pravokutnika ima konstantnu veličinu $a = 2\text{cm}$, a druga stranica b raste konstantnom brzinom 4cm/s . Kojom brzinom rastu dijagonala i površina tog pravokutnika kada je $b = 30\text{cm}$?

13. Polumjer kugle povećava se jednoliko brzinom od 5cm/s . Kojom se brzinom povećava površina kugline plohe i volumen kugle u trenutku kada polumjer postane jednak 50cm ?

14. Nađite derivaciju $\frac{dy}{dx}$ funkcije zadane s

a) $\ln y + \frac{x}{y} = e$,

b) $y^3 = \frac{x-y}{x+y}$.

15. Izračunajte vrijednost y' funkcije $(x+y)^3 = 2(x-y)$ za $x = 3$ i $y = -1$. Napišite jednadžbu tangente na krivulju u točki $T(3, -1)$.

16. Izračunajte vrijednost y' funkcije $y^2 = x + \ln \frac{y}{x}$ za $x = 1$, $y = 1$. Napišite jednadžbu tangente na krivulju u točki $T(1, 1)$.

17. Nađite derivaciju $y' = \frac{dy}{dx}$ funkcije zadane parametarski:

a) $x = \frac{1}{1+t}$, $y = \left(\frac{t}{1+t}\right)^2$

b) $x = \frac{2at}{1+t^2}$, $y = \frac{a(1-t^2)}{1+t^2}$

18. Izračunajte $y' = \frac{dy}{dx}$ za zadanu vrijednost parametra t , ako je

a) $x = \frac{1}{1+t}$, $y = \left(\frac{t}{1+t}\right)^2$, $t = \frac{\pi}{2}$,

b) $x = t \ln t$, $y = \frac{\ln t}{t}$, $t = 1$.

19. Koristeći L'Hospitalovo pravilo izračunajte

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$,

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin 3x}$,

c) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} 5x}$,

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^3}$.

MATEMATIKA 1

(četvrta zadaća)

Tok funkcije

1. Odredite intervale rasta i pada, te lokalne ekstreme sljedećih funkcija

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$

b) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

d) $f(x) = \frac{(x - 2)(8 - x)}{x^2}$

e) $f(x) = \sqrt[3]{(x - 2)^2}$

f) $f(x) = \sqrt[3]{(x + 1)^2}$

g) $f(x) = x \ln x$

h) $f(x) = xe^x$

2. Odredite intervale zakretanja, te točke pregiba sljedećih funkcija

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$

b) $f(x) = \frac{1}{x + 3}$

c) $f(x) = (1 + x^2)e^x$

d) $f(x) = x^2 \ln x$

3. Izračunajte sljedeće limese:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 3)(x - 2)}{1 - 4x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 4}{\sqrt{x^4 + 1}}$

c) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x + 10}{x^2 - 25}$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

f) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}$

g) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x - 3}}{x^2 - 49}$

h) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5 + x}}{x - 4}$

i) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$

j) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x - 1)$

4. Ispitajte granično ponašanje sljedećih funkcija u okolini točaka prekida i “u beskonačnosti”.

a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$

b) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x + 3}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$

d) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

e) $f(x) = \frac{1}{1 - e^x}$

f) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$

5. Ispitajte tok i skicirajte graf sljedećih funkcija

a) $f(x) = x^3 - 3x^2$

b) $f(x) = \frac{6x^2 - x^4}{9}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

d) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$

e) $f(x) = x\sqrt{x + 3}$

f) $f(x) = \sqrt{x^3 - 3x}$

g) $f(x) = xe^{-x}$

h) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

6. Odredite najveću i najmanju vrijednost funkcije na zadanom intervalu

a) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ za $x \in [-1, 5]$

b) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$ za $x \in [-10, 12]$

c) $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$ za $x \in [-5, 2)$

d) $f(x) = \sqrt{x(10 - x)}$ za $x \in [1, 6)$

7. Odredite stranice pravokutnika čija je površina 9cm^2 tako da mu opseg bude minimalan.
8. Odredite stranice a, b pravokutnika čija je površina 16cm^2 tako da zbroj $a + b$ bude minimalan.
9. Zadanoj kugli radijusa R treba upisati valjak najvećeg volumena. Koje su dimenzije tog valjka?
10. Zadanoj kugli radijusa R treba upisati stožac najvećeg volumena. Koje su dimenzije tog stošca?

MATEMATIKA 1

(peta zadaća)

1. Izračunajte neodređene integrale:

a) $\int 2(3x - 1)^2 dx$

b) $\int (1 + x)(2 - x + x^2) dx$

c) $\int \frac{x^4 + 2x^3 + 7}{\sqrt[3]{x}} dx$

d) $\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 2x^4 + \frac{x}{\sqrt[5]{x^2}} \right) dx$

e) $\int \frac{5}{\cos^2 x} dx$

f) $\int (\sin x + 5 \cos x) dx$

g) $\int (5^x + 5x) dx$

h) $\int (e^x + x^2) dx$

2. Nađite funkciju čija je derivacija $y' = 7x + 4$ ako je za $x = 2$ vrijednost funkcije 16.

3. Nađite funkciju čija je derivacija $y' = 3x^2 + 5$ ako je za $x = 1$ vrijednost funkcije 9.

4. Brzina čestice koja se giba duž osi x u trenutku t iznosi $v(t) = 3t^2 + 4$. Odredite položaj čestice u proizvoljnom trenutku t ako je u trenutku $t = 2$ čestica u točki $x = 20$.

5. Brzina čestice koja se giba duž osi x u trenutku t iznosi $v(t) = t^2 - 8t + 2$. Odredite položaj čestice u proizvoljnom trenutku t ako je u trenutku $t = 4$ čestica u točki $x = 24$.

6. Ubrzanje čestice koja se giba po osi x iznosi $a(t) = 12t^2 + 6t$. Odredite položaj i brzinu čestice u proizvoljnom trenutku ako je u trenutku $t = 1$ brzina $v = 8$ i položaj $x = 8$.

7. Ubrzanje čestice koja se giba po osi x iznosi $a(t) = -6t + 18$. Odredite položaj i brzinu čestice u proizvoljnom trenutku ako je u trenutku $t = 0$ brzina $v = 24$ i položaj $x = 15$.

8. Izračunajte određene integrale:

a) $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 1) dx$

b) $\int_{-1}^0 (x^3 + 2x) dx$

c) $\int_1^4 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

d) $\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$

f) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2 x} dx$

9. Izračunajte površine likova koji su omeđeni s

a) $x + 2y - 4 = 0, y = 0, x = -3, x = 2$

b) $x - 2y + 4 = 0, x + y - 5 = 0, y = 0$

c) $y = x^2, y = 0, x = 2, x = 3$

d) $y = -x^2 + 4, y = 0$

e) $y = x^2, y = 2x$

f) $7x^2 - 9y + 9 = 0, 5x^2 - 9y + 27 = 0$

g) $y = \sin x, y = x^2 - \pi x$

h) $y = \sin x, y = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

10. Izračunajte nepravne integrale:

a) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\cos^2 x}$

c) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^3}$

d) $\int_{-1}^1 \frac{2}{x} dx$

e) $\int_1^\infty \frac{3}{x} dx$

f) $\int_2^\infty \frac{dx}{x^2}$

g) $\int_{-\infty}^1 3^x dx$

h) $\int_0^\infty \left(\frac{1}{2} \right)^x dx$

MATEMATIKA 1

(šesta zadaća)

1. Poznavajući graf funkcije $y = \sin x$ skicirajte grafove funkcija:

a) $y = 3 \sin \frac{x}{2};$

b) $y = \frac{3}{2} \sin 2x;$

c) $y = \frac{1}{2} \sin(3x + \pi);$

d) $y = 2 \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right).$

2. Nađite najveću i najmanju vrijednost funkcija na zadanim intervalima:

a) $f(x) = x - \sin x, x \in [0, \frac{\pi}{2}];$

b) $f(x) = \sin x - \cos x, x \in [0, \pi].$

3. Odredite pomoću trigonometrijske kružnice:

a) $\arccos(\cos(-\frac{\pi}{4}));$ b) $\arcsin(\sin \frac{3\pi}{4}).$

4. Nađite derivacije funkcija:

a) $f(x) = \sqrt{\arcsin x} - (\operatorname{arctg} x)^2;$

b) $f(x) = \sqrt{\operatorname{arctg} x} + \frac{1}{\arcsin x}.$

5. Pod kojim kutem grafovi funkcija: 1. $y = \sqrt{3} \cdot \frac{x}{3};$ 2. $y = 3 \arcsin \frac{x}{\sqrt{3}}$ sijeku x -os u ishodištu?

6. Izračunajte integrale

a) $\int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx,$ b) $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx.$

7. Izračunajte nepravne integrale

a) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx,$ b) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

8. Poznavajući grafove funkcija $y = e^x$ i $y = \ln x$ skicirajte grafove funkcija

a) $y = \ln(-x)$

b) $y = -e^x$

c) $y = \ln(x+1)$

d) $y = \ln(x+1)$

9. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcija:

a) $y = x^2 \ln x,$ b) $y = x^2 e^{-x}.$

10. Primjenom prethodnog logaritmiranja derivirajte funkcije:

a) $y = \frac{x-1}{\sqrt[3]{(x+2)^2} \sqrt{(x+3)^3}};$

b) $y = \frac{(x-2)^9}{\sqrt{(x^2+1)^5} \cdot (x-3)^3};$

c) $y = x^{\sin x};$

d) $y = (\cos x)^x.$

11. Vrijeme poluraspada radija je $T = 1690$ godina. Koliko će ostati od 1 grama radija nakon 10000 godina?

12. 20% radioaktivnog elementa raspadne se u godinu dana. Koliko je vrijeme poluraspada tog elementa?

MATEMATIKA 1

(dodatni zadaci sa sustavima)

Riješite sustave Gaussovom metodom:

1.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

2.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.*

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix}$$

4.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 7 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5.

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

6.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 & 2 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

FiXm
ruka: s
dva

KOLOKVIJI IZ MATEMATIKE 1

A**MATEMATIKA 1**

(drugi kolokvij, 18.12.2003.)

1. Nađite derivacije sljedećih funkcija:

(a) $f(x) = 2^x \cdot \left(x^2 + \frac{1}{x}\right),$

(b) $y(\sin^2 x + \sin 2x) = 5,$

(c) $x(t) = 2 \cos t, \quad y(t) = \frac{3 \sin t}{t}.$

(20 bodova)

2. Kojom se brzinom mijenja volumen kugle u trenutku $t = 3s$, ako je kuglin radijus r u trenutku t zadan sa

$$r(t) = 3 + \sin\left(t \cdot \frac{\pi}{4}\right) \quad ?$$

(20 bodova)

3. Odredite jednadžbu tangente i normale na krivulju

$$y^2 = x^3 + 8x + 1$$

u točki $T(2, -5).$

(20 bodova)

4. Odredite intervale rasta i pada funkcije

$$f(x) = (x - 1)(x^2 - 5x + 4).$$

Pomoću dobivenih intervala skicirajte graf funkcije.

(20 bodova)

5. Odredite stranice pravokutnika čiji je opseg 12cm tako da mu površina bude maksimalna.

(20 bodova)

B**MATEMATIKA 1**

(drugi kolokvij, 18.12.2003.)

1. Nađite derivacije sljedećih funkcija:

(a) $f(x) = \cos\left(x^2 + \frac{1}{1-x}\right),$

(b) $y^2(\sin x + \cos(1-x)) = 5 \ln x,$

(c) $x(t) = 2e^{t-1}, \quad y(t) = \frac{3 \sin t}{e^t}.$

(20 bodova)

2. Kojom se brzinom mijenja volumen kocke u trenutku $t = 1s$, ako je stranica a u trenutku t zadana s

$$a(t) = \sqrt{7 + 2(t-2)^2} \quad ?$$

(20 bodova)

3. Odredite jednadžbu tangente i normale na krivulju

$$x^2 + 2 = y^3 + 5y$$

u točki $T(-4, 2).$

(20 bodova)

4. Odredite intervale rasta i pada funkcije

$$f(x) = (x-2)(x^2 - 3x + 2).$$

Pomoću dobivenih intervala skicirajte graf funkcije.

(20 bodova)

5. Odredite stranice pravokutnika čija je površina 9 cm tako da mu opseg bude minimalan.

(20 bodova)

MATEMATIKA 1

(ponovljeni 2. kolokvij, 06.02.2004.)

1. Nađite derivacije sljedećih funkcija:

(a) $f(x) = x + \frac{3}{1-x},$

(b) $\ln x + \cos(1-x) = 5y^2,$

(c) $x(t) = 2 \ln(t^2 + 1), \quad y(t) = 3 \cos t.$

(20 bodova)

2. Kojom se brzinom mijenja volumen cilindra u trenutku $t = 1s$, ako je visina $v = 5$, a radijus se mijenja u vremenu prema formuli

$$r(t) = t^2 + 3t.$$

Volumen cilindra računa se prema formuli $V = (r^2\pi)v$.

(20 bodova)

3. Odredite jednadžbu tangente na krivulju

$$x^2 + 2x - 2 = 2y^3 + 4y$$

u točki $T(-4, 1)$.

(20 bodova)

4. Odredite asimptote (horizontalne i vertikalne) grafa funkcije

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+2}.$$

Skicirajte graf.

(20 bodova)

5. Odredite stranice a, b pravokutnika čija je površina 16 cm tako da zbroj $a + b$ bude minimalan.

(20 bodova)

A**MATEMATIKA 1**

(1. kolokvij, 12.11.2004.)

1. Zadan je pravokutnik $OABC$. Točka P je polovište stranice BC , a točke M i N dijele stranicu AB na tri jednaka dijela. Izrazite vektor $\vec{PM} + \vec{PN}$ pomoću vektora $\vec{a} = \vec{OA}$ i $\vec{b} = \vec{OC}$.

(15 bodova)

2. Odredite vrijednosti parametra m tako da pravci

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{m} = \frac{z+3}{-1},$$

i

$$x = 3 - 2t$$

$$y = 4 + 5t$$

$$z = -1$$

budu okomiti.

(10 bodova)

3. Napišite jednadžbu ravnine koja je određena točkama $A(3, -2, 0)$, $B(2, -1, 1)$, $C(-3, -1, 3)$.

(15 bodova)

4. Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{array}{rrrrrr} x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & - & x_2 & + & x_3 & = & 2 \\ 3x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & = & -3 \\ x_1 & + & x_2 & & & = & 1 \end{array}$$

(15 bodova)

5. Nađite inverznu matricu matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

6. Odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

7. Definirajte pojam linearne zavisnosti vektora. Navedite primjer tri linearno zavisna vektora u \mathbb{R}^3 (u prostoru).

(15 bodova)

B**MATEMATIKA 1**

(1. kolokvij, 12.11.2004.)

1. Zadan je pravokutnik $OABC$. Točka P raspolavlja stranicu AB , a točke M i N dijele stranicu BC na tri jednaka dijela. Izrazite vektor $\overrightarrow{PM} + \overrightarrow{PN}$ pomoću vektora $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ i $\vec{b} = \overrightarrow{OC}$.

(15 bodova)

2. Odredite vrijednosti parametra n tako da pravci

$$\frac{x-3}{n} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{-2},$$

i

$$x = 1 - t$$

$$y = -2$$

$$z = 4 + 3t$$

budu okomiti.

(10 bodova)

3. Napišite jednadžbu ravnine koja je određena točkama $K(-1, -3, 3)$, $L(-2, 3, 0)$, $M(-1, 2, 1)$.

(15 bodova)

4. Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{array}{rrrrrrcl} x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & -4 \\ x_1 & & & + & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & -2 \end{array}$$

(15 bodova)

5. Nađite inverznu matricu matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

6. Odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

7. Definirajte pojam linearne nezavisnosti vektora. Navedite primjer tri linearno nezavisna vektora u \mathbb{R}^3 (u prostoru).

(15 bodova)

MATEMATIKA 1

(ponovljeni 1. kolokvij, 04.02.2005.)

1. Nađite kosinus kuta pri vrhu A trokuta s vrhovima $A(1, 1, 1)$, $B(1, 2, 3)$, $C(2, 3, 1)$.

(15 bodova)

2. Odredite vrijednosti parametra m tako da pravci

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y+2}{m} = \frac{z+3}{-1},$$

i

$$x = 3 + 2t$$

$$y = 4 + 5t$$

$$z = -1$$

budu okomiti.

(10 bodova)

3. Napišite jednadžbu ravnine koja prolazi točkom $A(1, 0, 1)$ i okomita je na pravac koji prolazi točkama $B(0, 0, 0)$ i $C(1, 2, 3)$.

(15 bodova)

4. Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$\begin{array}{rrcrcl} x_1 & & & + & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ 3x_1 & + & 2x_2 & + & 2x_3 & = & -2 \\ x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & = & -4 \end{array}$$

(15 bodova)

5. Nađite inverznu matricu matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

6. Odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

7. Ispitajte jesu li vektori $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (2, 3, 1)$ i $\vec{c} = (3, 1, 2)$ linearno nezavisni.

(15 bodova)

A**MATEMATIKA 1**

(2. kolokvij, 17.12.2004.)

1. Nadite derivacije sljedećih funkcija:

a) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 1} \cdot e^{2x-1}$

b) $g(x) = \frac{\sin(2x) - \cos(2x)}{x}$

(dobivene derivacije ne treba sređivati)

(15 bodova)

2. Nadite jednadžbu tangente krivulje

$$x = 4\sqrt{t} + 3t, \quad y = \frac{4}{t},$$

u točki s parametrom $t = 4$.

(10 bodova)

3. Čestica se giba po krivulji $y^2 = x^3$. Kad se nalazi u točki $T(1, -1)$ brzina promjene x -koordinate iznosi 2. Kolika je tada brzina promjene y -koordinate?

(10 bodova)

4. Nadite linearnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \sqrt[4]{x}$ u okolini točke $x_0 = 16$ i pomoću nje približno izračunajte $\sqrt[4]{16.1}$.

(15 bodova)

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = 2x^2 - \frac{1}{3}x^4.$$

(20 bodova)

6. Kako rastaviti broj 300 na sumu dva pozitivna broja a, b ($a + b = 300$) tako da umnožak prvog broja i kvadrata drugog (ab^2) bude maksimalan?

(15 bodova)

7. Definirajte pojam derivacije funkcije f u točki x . Na osnovu definicije izračunajte $f'(2)$ za $f(x) = 3x^2$.

(15 bodova)

B**MATEMATIKA 1**

(2. kolokvij, 17.12.2004.)

1. Nađite derivacije sljedećih funkcija:

a) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 1} \cdot \ln(2x - 1)$

b) $g(x) = \frac{(\sin x)^2}{\cos(2x)}$

(dobivene derivacije ne treba sređivati)

(15 bodova)

2. Nađite jednadžbu tangente krivulje

$$x = \frac{4}{t}, \quad y = 4\sqrt{t} + 3t,$$

u točki s parametrom $t = 4$.

(10 bodova)

3. Čestica se giba po krivulji $x = y^2 - y - 2$. Kad se nalazi u točki $T(-2, 1)$ brzina promjene x -koordinate iznosi 2. Kolika je tada brzina promjene y -koordinate?

(10 bodova)

4. Nađite linearnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x}$ u okolini točke $x_0 = 27$ i pomoću nje približno izračunajte $\sqrt[3]{26.9}$.

(15 bodova)

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{1}{3}x^4 - 2x^2.$$

(20 bodova)

6. Kako rastaviti broj 250 na umnožak dva pozitivna broja a, b ($ab = 250$) tako da zbroj prvog broja i kvadrata drugog ($a + b^2$) bude minimalan?

(15 bodova)

7. Definirajte pojam derivacije funkcije f u točki x . Na osnovu definicije izračunajte $f'(3)$ za $f(x) = 2x^2$.

(15 bodova)

A**MATEMATIKA 1**

(2. kolokvij, 16.12.2005.)

1. Nađite derivacije sljedećih funkcija:

a) $y = x^2 \sin x + \frac{x}{1+x}$

b) $y = [\ln(x^2 + 1)]^2$

(dobivene derivacije ne treba sređivati)

(15 bodova)

2. Nađite derivaciju funkcije implicitno zadane jednačbom

$$yx^2 = (x - y)^2 + x$$

u točki $x = 1, y = 2$.

(15 bodova)

3. Nađite tangentu na krivulju parameterski zadanu jednačbama

$$\begin{aligned} x &= t^3 + 1 \\ y &= (t - 1)^2 \end{aligned}$$

u točki određenoj s parametrom $t = 2$.

(15 bodova)

4. Nađite linearnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x}$ u oko točke $x_0 = 27$ i pomoću nje približno izračunajte $\sqrt[3]{26}$.

(10 bodova)

5. Čestica se giba po krivulji $y^3 = x^2$. U trenutku kad se nalazi na mjestu $x = -1$ brzina promjene x -koordinate je $\frac{dx}{dt} = 2$. Kolika je tada brzina promjene y -koordinate?

(15 bodova)

6. Ispitajte tok i skicirajte kvalitativan graf funkcije

$$f(x) = \frac{4(3-x)}{(x-2)^2}.$$

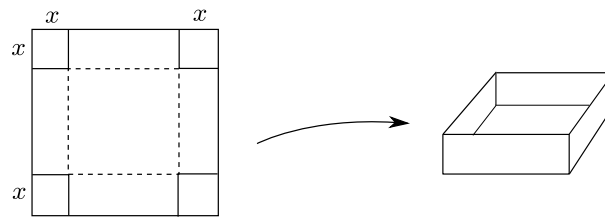
Koristite da je

$$f'(x) = \frac{4(x-4)}{(x-2)^3}, \quad \text{ i } \quad f''(x) = \frac{8(5-x)}{(x-2)^4}.$$

(20 bodova)

..... (okreni list)

7. Od kvadratnog lima stranice 6dm pravi se kutija bez poklopca tako da se na svakom vrhu isiječe kvadrat stranice x te se lim savije kako je pokazano na slici.



Kako odabrati x da dobivena kutija bude maksimalnog volumena?

(10 bodova)

B**MATEMATIKA 1**

(2. kolokvij, 16.12.2005.)

1. Nađite derivacije sljedećih funkcija:

a) $y = x^3 \cos x + \frac{x+1}{x}$

b) $y = \sqrt{\sin 2x}$

(dobivene derivacije ne treba sređivati)

(15 bodova)

2. Nađite derivaciju funkcije implicitno zadane jednačbom

$$xy^2 = (x+y)^2 - 5x$$

u točki $x = 1, y = 2$.

(15 bodova)

3. Nađite tangentu na krivulju parameterski zadanu jednačbama

$$x = (t-1)^3$$

$$y = t^2 + 1$$

u točki određenoj s parametrom $t = 2$.

(15 bodova)

4. Nađite linearnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x}$ u oko točke $x_0 = 27$ i pomoću nje približno izračunajte $\sqrt[3]{28}$.

(10 bodova)

5. Čestica se giba po krivulji $y^2 = x^3$. U trenutku kad se nalazi na mjestu $y = -1$ brzina promjene y -koordinate je $\frac{dy}{dt} = 2$. Kolika je tada brzina promjene x -koordinate?

(15 bodova)

6. Ispitajte tok i skicirajte kvalitativan graf funkcije

$$f(x) = \frac{4(x-2)}{(x-1)^2}.$$

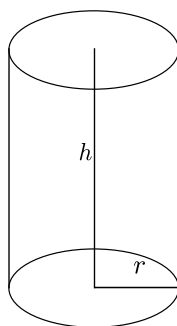
Koristite da je

$$f'(x) = \frac{4(3-x)}{(x-1)^3}, \quad \text{ i } f''(x) = \frac{8(x-4)}{(x-1)^4}.$$

(20 bodova)

..... (okreni list)

7. Limenka u obliku valjka treba imati volumen od $V = 1000\text{cm}^3$. Kako odabrati dimenzije valjka r i h da utrošeni materijal (oplošje P) bude minimalan?



(10 bodova)

MATEMATIKA 1

(ponovljeni 2. kolokvij, 04.02.2005.)

1. Nađite derivacije sljedećih funkcija:

a) $f(x) = \sin 4x \cdot \ln(2x + 1)$

b) $g(x) = \frac{3 + \cos 2x}{x}$

(dobivene derivacije ne treba sređivati)

(15 bodova)

2. Nađite jednadžbu tangente krivulje

$$x = 4\sqrt{t}, \quad y = \frac{4}{t},$$

u točki s parametrom $t = 1$.

(10 bodova)

3. Nađite derivaciju funkcije implicitno zadane jednadžbom

$$y \ln y + x^2 = 1.$$

(15 bodova)

4. Nađite linearnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \sqrt{x}$ u okolini točke $x_0 = 16$ i pomoću nje približno izračunajte $\sqrt{16.1}$.

(15 bodova)

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$f(x) = x^3 - x^2.$$

(20 bodova)

6. Nađite najveću i najmanju vrijednost funkcije $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x - 1$ na intervalu $[-1, 5]$.

(15 bodova)

7. Izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin x}{x - \sin 2x}.$$

(10 bodova)

A**MATEMATIKA 1**

(3. kolokvij, 31.01.2005.)

1. Izračunajte:

a) $\int (x-1)(x^2+x)dx$

b) $\frac{d}{dx} [\sqrt{\arcsin x} + \operatorname{arctg} \sqrt{x}]$

(15 bodova)

2. Izračunajte površinu omeđenu krivuljama $y = x^2$, i $y = 2 - x$.

(15 bodova)

3. Izračunajte nepravne integrale

a) $\int_1^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

(15 bodova)

4. Akceleracija tijela u trenutku t iznosi $a(t) = t + \sin t$. Ako je u trenutku $t = 0$ tijelo imalo brzinu $v(0) = -1$ i položaj $x(0) = 0$ odredite položaj $x(t)$ tijela u trenutku t .

(15 bodova)

5. Ispitajte tok i skicirajte kvalitativan graf funkcije

$$y = (x+1)e^{-x}.$$

(20 bodova)

6. Ako se u 100 godina raspadne 10% radioaktivne tvari, nađite njeno vrijeme poluraspada.

(15 bodova)

7. Nađite $\frac{d}{dx} [x \ln x - x]$. Na osnovu toga izračunajte $\int_1^e \ln x dx$.

(10 bodova)

B**MATEMATIKA 1**

(3. kolokvij, 31.01.2005.)

1. Izračunajte:

a) $\int \frac{x-1}{x} dx$

b) $\frac{d}{dx} [\arcsin(x^2) + (\operatorname{arctg} x)^2]$

(15 bodova)

2. Izračunajte površinu omeđenu krivuljama $y = -x^2$, i $y = x - 2$.

(15 bodova)

3. Izračunajte nepravne integrale

a) $\int_{-\infty}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

(15 bodova)

4. Akceleracija tijela u trenutku t iznosi $a(t) = 1 - \cos t$. Ako je u trenutku $t = 0$ tijelo imalo brzinu $v(0) = 0$ i položaj $x(0) = 1$ odredite položaj $x(t)$ tijela u trenutku t .

(15 bodova)

5. Ispitajte tok i skicirajte kvalitativan graf funkcije

$$y = xe^{-x+1}.$$

(20 bodova)

6. Vrijeme poluraspada radioaktivne tvari je 1000 godina. Ako je na početku bilo 1000 grama tvari koliko će se grama raspasti nakon 100 godina?

(15 bodova)

7. Nađite $\frac{d}{dx} \left[x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \right]$. Na osnovu toga izračunajte $\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$.

(10 bodova)

MATEMATIKA 1

(ponovljeni 3. kolokvij, 04.02.2005.)

1. Izračunajte:

a) $\int \frac{x^2 + x}{x} dx$

b) $\frac{d}{dx} \left[\sqrt{\arcsin(x)} + (\operatorname{arctg} x)^2 \right]$

(15 bodova)

2. Izračunajte površinu omeđenu krivuljama $y = 1 - x^2$, i $y = -3$.

(15 bodova)

3. Izračunajte nepravne integrale

a) $\int_1^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

b) $\int_0^2 \frac{1}{x} dx$

(15 bodova)

4. Tijelo se giba po osi x . Brzina tijela u trenutku t iznosi $v(t) = 2t + \sin t$. Ako je u trenutku $t = 0$ tijelo imalo položaj $x(0) = 2$, odredite položaj tijela u trenutku t .

(10 bodova)

5. Odredite najveću i najmanju vrijednost funkcije $f(x) = \sin x + \cos x$ na intervalu $[0, \pi]$.

(10 bodova)

6. Ispitajte tok i skicirajte kvalitativan graf funkcije

$$y = (1 - x)e^x.$$

(20 bodova)

7. Vrijeme poluraspada radioaktivne tvari je 500 dana. Ako je na početku bilo 1000 grama tvari koliko će se grama raspasti nakon 300 dana?

(15 bodova)

A**MATEMATIKA 1**

(1. kolokvij, 11.11.2005.)

1. Vrhovi trokuta su točke $A(2, 3, 1)$, $B(1, 1, 1)$ i $C(1, 2, 3)$. Nađite kosinus kuta kod vrha B .

(15 bodova)

2. Za vektore $\vec{a} = (1, 3, -2)$ i $\vec{b} = (-2, 1, 3)$ izračunajte $|2\vec{a} - 3\vec{b}|$.

(10 bodova)

3. Napišite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $A(2, -1, 1)$ i okomit je na pravce

$$p_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$$

$$p_2: x = 2 + t$$

$$y = 3 - t$$

$$z = 1 - 2t$$

(20 bodova)

4. Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 5$$

$$2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$$

$$x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 = 5$$

(15 bodova)

5. Odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 8 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

6. Zadane su matrice A , B i C . Izračunajte produkt $A \cdot B$ i inverznu matricu C^{-1} .

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

7. Ispitajte jesu li vektori

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

linearno nezavisni ili linearno zavisni.

(10 bodova)

B**MATEMATIKA 1**

(1. kolokvij, 11.11.2005.)

1. Vrhovi trokuta su točke $A(2, 3, 1)$, $B(1, 1, 1)$ i $C(1, 2, 3)$. Nađite kosinus kuta kod vrha C .

(15 bodova)

2. Za vektore $\vec{a} = (1, 3, -2)$ i $\vec{b} = (-2, 1, 3)$ izračunajte $|3\vec{a} - 2\vec{b}|$.

(10 bodova)

3. Nađite jednadžbu ravnine koja sadrži točku $A(2, -1, 1)$ i paralelna je s pravcima

$$p_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{-2}$$

$$p_2: x = 1 + 3t$$

$$y = 2 - t$$

$$z = 3 + 2t$$

(20 bodova)

4. Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -5$$

$$3x_1 + x_2 - 3x_3 = 0$$

$$-x_1 + 3x_2 - x_3 = -10$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 = 5$$

(15 bodova)

5. Odredite svojstvene vrijednosti i pripadne svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

6. Zadane su matrice A , B i C . Izračunajte produkt $A \cdot B$ i inverznu matricu C^{-1} .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(15 bodova)

7. Ispitajte jesu li vektori

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

linearno nezavisni ili linearno zavisni.

(10 bodova)

PISMENI ISPITI IZ MATEMATIKE 1

B**MATEMATIKA 1**

(16. Rujan, 2003.)

1. Deriviraj:

$$y = \sqrt{\operatorname{tg} 2x}.$$

2. Izračunaj y' :

$$\ln(x - y) = x.$$

3. Nađi intervale rasta i pada funkcije:

$$y = \frac{x^2}{2^x}.$$

4. Izračunaj:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos 3x dx .$$

5. Izračunaj volumen tijela koje nastaje rotacijom dijela površine omeđene sa $x = y^2 - y$ i $x = 0$ oko y -osi.

6. Odredi prva tri člana Taylorova razvoja oko $x = 0$ za $y = x \ln(x + 1)$.

Rezultati ispita: sljedeći radni dan u 13:00 sati

B**MATEMATIKA 1**

(01. Listopad, 2003.)

1. Deriviraj:

$$y = \cos x \sqrt{\sin 2x}.$$

2. Izračunaj y' :

$$e^{x-y} = x + e^{-x}.$$

3. Nađi intervale rasta i pada funkcije:

$$y = -e^{-x} - \frac{1}{1 + e^x}.$$

4. Izračunaj:

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} 2x \cos(x^2) dx .$$

5. Krivulja $y = x^3$, $0 \leq x \leq 1$ rotira oko osi x . Nadite volumen dobivenog tijela.

6. Odredi prva tri člana Taylorova razvoja oko $x = 0$ za

$$y = \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

MATEMATIKA 1

(10. Veljače 2004.)

Napomena

Studenti koji su kolegij matematika 1 slušali ove godine (2003/2004) rješavaju zadatke 1–6. Ostali rješavaju zadatke 3–8.

1. Odredite parametarsku jednadžbu pravca koji je presjek ravnina

$$\begin{aligned}\Pi_1 \dots & x + y + z - 1 = 0 \\ \Pi_2 \dots & 2x - y + z + 4 = 0 .\end{aligned}$$

2. Riješite sustav:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 3 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 &= 6 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 6 .\end{aligned}$$

3. Izračunajte $\frac{dy}{dx}$:

$$\begin{aligned}\text{a)} \quad & y = \frac{\ln x}{x^2 + 1} + \sin x^2 \\ \text{b)} \quad & y(t) = 3t^2 + 2\sqrt{t}, \quad x(t) = \frac{e^t}{2t + 1} .\end{aligned}$$

4. Odredite jednadžbu normale na krivulju $3y^2x + yx^2 = 9x + 1$ u točki $(1, -2)$.

5. Nacrtajte graf funkcije

$$y = \frac{x + 1}{x^2 - 4} .$$

6. Nađite površinu omeđenu krivuljama $y = -x^2 + x$ i $y = -x$.

7. Izračunajte

$$\int x^2 \ln x \, dx .$$

8. Razvijte u Taylorov red oko točke $x_0 = 0$ funkciju

$$y = (x + 1) \sin x .$$

MATEMATIKA 1

(19. Studeni, 2004.)

1. Izračunajte kut pod kojim se sijeku pravci

$$p_1 \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{-1} \quad \text{i} \quad p_2 \equiv \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$$

2. Riješite sustav $A\vec{x} = \vec{b}$ ako je:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

3. Derivirajte $y = x^2\sqrt{1 + \cos 2x}$.

4. Napišite jednadžbu tangente na krivulju

$$x = te^{t-1}, \quad y = (t^2 + 1)e^{t-1}$$

u točki $t_0 = 1$.

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = 3x^2 - x^3$.

6. Izračunajte površinu dijela ravnine omeđenog sa $y = -x$, $y = x^2 - 4x$.

MATEMATIKA 1

(15. Veljače 2005.)

1. Zadani su vrhovi trokuta $A(-1, 2, 0)$, $B(0, -2, -1)$, $C(1, 0, 1)$.
Izračunajte kut pri vrhu A trokuta.

2. Nađite svojstvene vrijednosti i odredite svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

3. Derivirajte

$$y = (x + 1) \arctg(\sqrt{x}).$$

4. Napišite jednadžbu tangente na krivulju

$$x^2y + x + y^2 = 1$$

u točki $(1, 0)$.

5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije

$$y = \frac{x^2}{2(x-1)}.$$

6. Izračunajte površinu dijela ravnine omeđenog krivuljama $y = \sin x$ i $y = \pi x - x^2$.

Rezultati ispita: sljedeći radni dan u 13:00 sati

MATEMATIKA 1

(23. Lipanj, 2005.)

1. Napišite jednadžbu ravnine koja je određena točkama $A(3, -2, 0)$, $B(2, -1, 1)$, $C(-3, -1, 3)$.

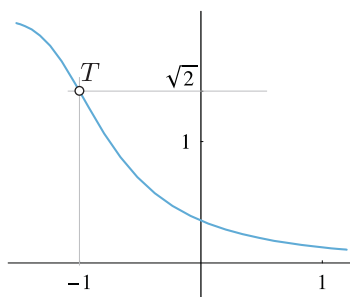
(20 bodova)

2. Nađite svojstvene vrijednosti i odredite svojstvene vektore matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

(20 bodova)

3. Napišite jednadžbu tangente na krivulju $(1 + (2 + x)^5) \cdot y^2 = 4$ u točki $T(-1, \sqrt{2})$.



(20 bodova)

4. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = x^3 - 3x^2$.

(20 bodova)

5. Izračunajte površinu omeđenu s parabolom $y = 4 - x^2$ i pravcem $y = -12$.

(20 bodova)

Rezultati ispita: sljedeći radni dan u 13:00 sati

MATEMATIKA 1

(07. srpnja, 2005.)

1. Napišite jednadžbu pravca koji je okomit na ravninu u kojoj leže točke $A(3, -2, 0)$, $B(2, -1, 1)$, $C(-3, -1, 3)$ i koji prolazi kroz točku A .

(20 bodova)

2. Nađite inverznu matricu matrice

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(20 bodova)

3. Skicirajte graf funkcije

$$f(x) = \frac{2x-1}{x^2-1}.$$

(Potrebno je odrediti horizontalne i vertikalne asimptote. Nije potrebno proučavati tok funkcije pomoću derivacija.)

(20 bodova)

4. Izračunajte površinu omeđenu krivuljama $y = x^2 - 1$ i $y = 3$.

(20 bodova)

5. Nađite $\frac{d}{dx} [x \ln x - x]$. Iskoristite taj rezultat da biste izračunali $\int_1^e (x + \ln x) dx$.

(20 bodova)

Rezultati ispita: sljedeći radni dan u 13:00 sati

MATEMATIKA 1

(25. studeni, 2005.)

1. Nađite jedinični vektor koji je okomit na vektore \vec{a} , \vec{b} :

$$\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \quad \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}.$$

2. Nađite inverznu matricu (ako postoji) matrice

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Nađite derivaciju y' funkcije

$$x^3 - 2xy^2 + y^3 = 27$$

u točki $T(0, 3)$.

4. Izračunajte linearnu aproksimaciju funkcije $f(x) = \ln x$. Koristeći se tom aproksimacijom približno izračunajte $\ln 1.02$.

5. Izračunajte površinu lika koji je omeđen s:

$$y = -x^2 + 9, \quad \frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1.$$

Rezultati ispita: sljedeći radni dan u 13:00 sati