

SADRŽAJ

1. POJMOVI I DEFINICIJE IZ PODRUČJA MJERITELJSTVA.....	2
2. MJERNE JEDINICE.....	6
3. ISKAZIVANJE MJERNOG REZULTATA.....	11
4. MJERNA NESIGURNOST.....	14
4.1. ODREĐIVANJE NESIGURNOSTI A TIPA.....	16
4.2. PROCJENA NESIGURNOSTI B TIPA.....	21
4.3. SLOŽENA NESIGURNOST.....	26
5. ISKAZIVANJE CJELOVITOG MJERNOG REZULTATA.....	30
6. STATISTIKA.....	34
6.1. NORMALNA (GAUSSOVA) RAZDIOBA.....	34
6.2. NORMIRANA NORMALNA RAZDIOBA.....	35
6.3. STUDENTOVA RAZDIOBA.....	36
7. SIGNALI.....	38
7.1. DETERMINISTIČKI SIGNALI.....	39
7.1.1. ANALOGNI DETERMINISTIČKI SIGNALI.....	40
7.1.2. DIGITALNI DETERMINISTIČKI SIGNALI.....	43
7.2. PRETVORBA ANALOGNOG SIGNALA U DIGITALNI.....	46
7.3. PARAMETRI PERIODIČKIH SIGNALA.....	50
7.4. SVOJSTVA SIGNALA.....	54
7.5. PRIKAZ SIGNALA U FREKVENCIJSKOJ DOMENI.....	55
8. MJERNA OPREMA.....	56
8.1. ELEKTRIČKA MJERILA.....	57
8.1.1. ANALOGNA ELEKTRIČKA MJERILA.....	57
8.1.2. DIGITALNA ELEKTRIČKA MJERILA.....	58
8.1.3. ANALOGNA ELEKTROMEHANIČKA MJERILA.....	58
9. DINAMIKA GIBANJA POMIČNOG TIJELA.....	70
10. NAČELO RADA INSTRUMENTA.....	73
11. GRANIČNE POGREŠKE – TOČNOST INSTRUMENTA.....	79
12. STATIČKE I DINAMIČKE KARAKTERISTIKE MJERNIH SUSTAVA.....	89
12.1. STATIČKE KARAKTERISTIKE MJERNIH SUSTAVA.....	89
12.2. DINAMIČKE KARAKTERISTIKE MJERNIH SUSTAVA.....	91
13. ELEKTRONIČKI ANALOGNI MJERNI INSTRUMENTI.....	93
13.1. ANALOGNI ELEKTRONIČKI VOLTMETRI.....	93
14. DIGITALNA MJERILA.....	95
14.1. MJERENJE DJELATNOG OTPORA U-I METODOM.....	96
14.2. MJERENJE OTPORA DIGITALNIM MULTIMETROM.....	97
14.3. ZNAČAJKE DIGITALNIH MULTIMETARA.....	98
15. KOMPENZATORI I MJERNI MOSTOVI.....	103
15.1. KOMPENZATORI.....	103
15.2. MJERNI MOSTOVI.....	104
16. MJERNI IZVORI.....	108
17. MJERENJA U TEHNIČKIM SUSTAVIMA.....	111
17.1. PRIJENOS ELEKTRIČKIH MJERNIH SIGNALA.....	113
18. MJERNI PRETVORNICI.....	116
18.1. MJERNI PRETVORNICI POMAKA.....	116
18.2. MJERNI PRETVORNICI SILE.....	120
18.3. MJERNI PRETVORNICI TEMPERATURE.....	122
19. AUTOMATIZIRANI MJERNI SUSTAVI.....	128
19.1. MJERNI SUSTAVI VOĐENI RAČUNALOM.....	129
19.2. MODULARNI MJERNI SUSTAVI.....	130
20. ODLUČIVANJE NA TEMELJU CJELOVITOG MJERNOG REZULTATA.....	132
21. MJERENJE DULJINE.....	139
21.1. MJERILA ZA OPĆU NAMJENU.....	139
21.2. MJERILA ZA POSEBNU NAMJENU.....	141
22. MJERENJE MASE.....	147
22.1. VAGE.....	148
22.2. UTEZI.....	151

1. POJMOVI I DEFINICIJE IZ PODRUČJA MJERITELJSTVA

MJERITELJSTVO - područje znanja o mjerenjima. Obuhvaća teoriju i praksu mjerenja, odnosno:

- mjerne jedinice
- mjernu opremu
- mjerne metode
- način iskazivanja mjernog rezultata
- procjenu mjerne nesigurnosti
- cjelovito iskazivanje mjernog rezultata
- procjenu na temelju cjelovitog iskaza mjernog rezultata

MJERITELJSKO ZAKONODAVSTVO - propisuje primjenu samo određenih mjernih jedinica te učestalost kontrole određenih mjerila, a sve to s ciljem postizanja mjernog jedinstva i zaštite potrošača.

MJERENJE - (zovemo ga još i mjerni proces) je ukupnost radnji koje se obavljaju kako bi se ustanovio mjerni rezultat, odnosno to je eksperimentalni proces u kojem doznajemo brojčanu vrijednost mjerene fizikalne veličine u odnosu na njezinu mjernu jedinicu.

VELIČINA - svojstvo pojave stanja tvari ili tijela koje se može kvalitativno razlikovati i kvantitativno odrediti (nju mjerimo). Pomoću veličina iskazuju se fizikalni zakoni prirodnih pojava. Danas razlikujemo oko 2000 veličina.

MJERNA JEDINICA - dogovorena, poznata i obnovljiva vrijednost mjerene veličine. Mjernim jedinicama dogovorno su dodijeljena imena i znakovi.

Veličine se pišu kosim slovima, a mjerne jedinice okomitim slovima.

MJERNA OPREMA - sredstva koja služe mjerenju. U mjernu opremu ubrajamo:

- mjerila
- mjerne izvore
- pomoćnu opremu

MJERILO - pomagalo kojim se mjeri. Mjerilo je općenit pojam koji obuhvaća sljedeće:

- mjerku
- mjerne instrumente
- mjerne uređaje
- mjerne sustave

MJERKA - utjelovljena vrijednost neke veličine (npr. uteg od 1 kg je mjerka mase, etalon otpora od 1Ω je mjerka). Kod mjerki pogreška je definirana kao naznačena vrijednost minus dogovorna prava vrijednost, a ta dogovorna prava vrijednost je izmjerena vrijednost dobivena sa oko 5 puta točnijim mjernim procesom od deklarirane točnosti mjerke. Primjerice na mjernom otporniku naznačen je otpor od 100Ω , a vrlo točnom metodom ustanovljena je vrijednost od $100,15\Omega$.

Tada je apsolutna pogreška: $p_a = 100\Omega - 100,15\Omega = -0,15\Omega$.

ETALON - mjerilo (mjerka, mjerni instrument, mjerni uređaj, mjerni sustav) namijenjeno definiranju, ostvarivanju, pohranjivanju i obnavljanju mjerne jedinice radi prenošenja usporedbom na druga mjerila.

Razlikujemo tri vrste etalona:

Međunarodni etalon - etalon najveće točnosti na međunarodnoj razini, služi za dodjeljivanje vrijednosti drugim etalonima iste veličine.

Državni etalon - etalon najveće točnosti prihvaćen u nekoj državi, služi za dodjeljivanje vrijednosti drugim etalonima iste veličine.

Referentni etalon - etalon najviše mjeriteljske kvalitete raspoloživ na nekom području. U širem smislu referentnim etalom možemo smatrati svako ono mjerilo koje ima 3 do 10 puta manju nesigurnost od nesigurnosti ispitivanog mjerila.

UMJERAVANJE – to je ispitivanje mjerila. Sastoji se od usporedbenog mjerenja ispitivanog mjerila s referentnim etalom i donošenja odluke da li je mjerilo ispravno ili ne. Umjeravanjem se utvrđuju sistematske pogreške ispitivanog mjerila odnosno ispituje se da li mjerilo zadovoljava specifikacije u pogledu točnosti.

MJERNO NAČELO - znanstvena osnova mjerenja.

MJERNA METODA – način provođenja mjerenja, a može biti:

- izravna
- posredna
- usporedbena
- diferencijska
- zamjenska
- nulmetoda

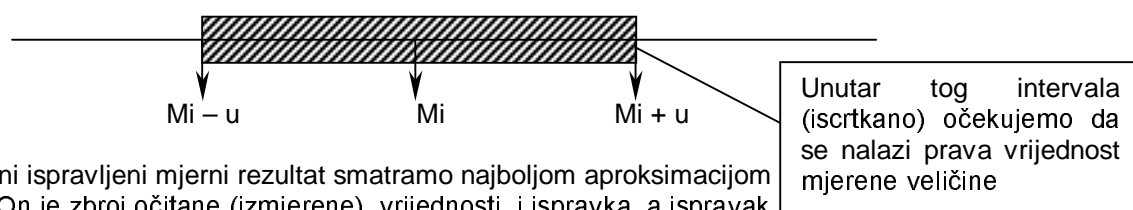
MJERNI POSTUPAK – slijed definiranih radnji kojima se provodi mjerenje u skladu s određenom mjernom metodom. Sastavni dio mjernog postupka su i upute za provođenje mjerenja koje trebaju sadržavati informacije o mjernom načelu, mjernoj metodi, mjerilima, utjecajnim veličinama i slijedu pojedinih radnji.

UTJECAJNE VELIČINE - to su veličine koje nisu predmet našeg mjerenja, ali utječu na mjerni rezultat. (npr. pri mjerenju napona temperatura je utjecajna veličina)

MJERNI REZULTAT – proizvod mjerenja. On može biti proizvod samo jednog mjerenja, ali ako se mjerenje iste veličine ponavlja više puta tada mjernim rezultatom smatramo aritmetičku sredinu rezultata ponovljenih mjerenja.

CJELOVIT MJERNI REZULTAT - raspon vrijednosti koji se iskazuje s najboljom procjenom mjerne veličine, mjernom nesigurnošću te mjernom jedinicom:

$$M = \{M_i \pm u\} [M]$$



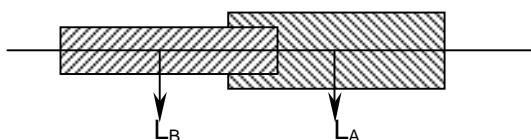
Mjerenjem dobiveni ispravljeni mjerni rezultat smatramo najboljom aproksimacijom mjerene veličine. On je zbroj očitane (izmjerene) vrijednosti i ispravka, a ispravak je po iznosu jednak poznatoj apsolutnoj sistematskoj pogrešci, ali je suprotna predznaka:

$$M_i = M_o + I = M_o - P_{aps}$$

\swarrow \searrow
 očitana vrijednost ispravak

MJERNA NESIGURNOST – jednostavan, jedinstven i univerzalan iskaz o kvaliteti mjernog rezultata koji zamjenjuje sve do sada korištene izraze. To je parametar koji određuje raspon vrijednosti koje se na temelju mjerenja mogu pripisati mjerenoj veličini, odnosno procjenom mjerne nesigurnosti određujemo raspon vrijednosti unutar kojeg očekujemo da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine. Mjerna nesigurnost iskazuje se standardnim odstupanjem (standardnom devijacijom) i to zaokružena na dvije značajne znamenke. Vrijednost mjernog rezultata zaokružuje se na razini mjesne vrijednosti zadnje znamenke nesigurnosti. Mjerna nesigurnost vrlo je važan parametar jer djelotvorna i odgovorna uporaba mjernog rezultata moguća je samo uz poznavanje njegove mjerne nesigurnosti. Budući da se mjerna nesigurnost iskazuje standardnim odstupanjem naziva se i **standardna mjerna nesigurnost** (odnosno standardna nesigurnost). Uobičajeno ćemo ju zvati samo nesigurnost osim kada je potrebno naglasiti da se radi o standardnoj nesigurnosti kada ćemo ju zvati standardna nesigurnost. O nesigurnosti će biti još riječi kasnije.

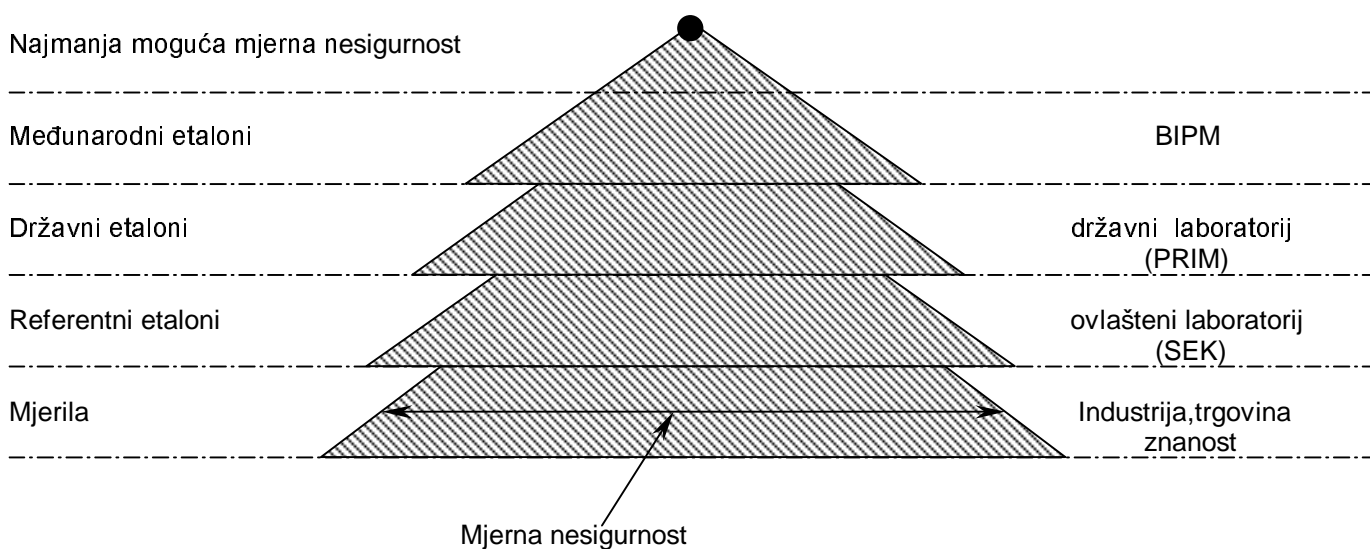
MJERNO JEDINSTVO – to je stanje u mjeriteljstvu, a postoji onda kada se mjerni rezultat dobiven mjerenjem određene veličine u jednom laboratoriju podudara s rezultatom mjerenja te iste veličine u nekom drugom laboratoriju. Tako dobiveni mjerni rezultati moraju se podudarati unutar granica iskazane mjerne nesigurnosti.



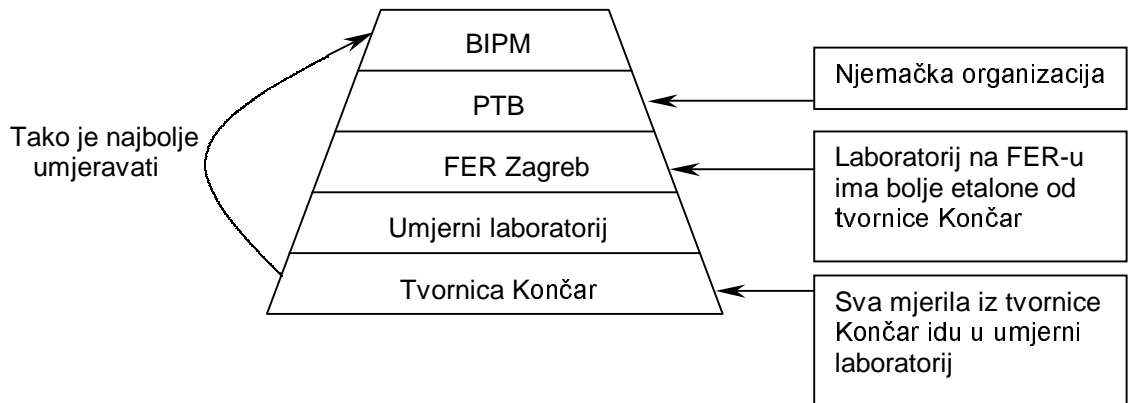
Cjelovit iskaz mjernog rezultata moguć je samo ako je rezultat sljediv.

SLJEDIVOST – svojstvo mjernog rezultata da se slijedom neprekinutog lanca usporedbi dovodi u vezu s odgovarajućim međunarodnim etalom. To se ostvaruje nizom dokumentiranih umjeravanja i to u svakom sljedećem koraku etalom više kvalitete.

Mjeriteljska piramida



Primjerice:



Sljedivost se ostvaruje preko BIPM (Međunarodni ured za mjere i utege u Parizu), DZNM (Državni zavod za normizaciju i mjeriteljstvo) te normizacije mjernih etalona na međunarodnoj razini.

BIPM – Međunarodni ured za mjere i utege u Parizu, osigurava etalon s najvećom kvalitetom za najvažnije veličine.

DZNM – Državni zavod za normizaciju i mjeriteljstvo:

- brine za ostvarivanje, održavanje i razvoj državnih etalona
- propisuje mjeriteljske zahtjeve za mjerila i ovjeravanje mjerila
- ima pravo ovlašćivanja temeljem zakona o mjeriteljskoj djelatnosti i zakona o normizaciji

ISO – međunarodna organizacija za normizaciju.

CIPM – međunarodni odbor za mjere i utege.

Zakonom i pravilnicima se propisuje ovjeravanje (certifiranje) mjerila te pregled određenih mjerila u određenim vremenskim intervalima.

Ovjeravati mogu samo ovlašteni laboratoriji. Ovjeravanje nije obavezno za sva mjerila već samo za ona koja se primjenjuju u trgovini, zdravstvu, sigurnosti i zaštiti ljudi i okoline (trgovačke vage, električna brojila...).

ISO 9000 – niz normi kojima se propisuju minimalni zahtjevi na sustav upravljanja kvalitetom proizvoda i usluga.

ISO znak ne garantira kvalitetu samog proizvoda nego kvalitetu organizacije proizvodnje.

UMJERNI I ISPITNI LABORATORIJ - tu se mjerila ispituju i umjeravaju s etalonima.

2. MJERNE JEDINICE

MJERNA JEDINICA - dogovorena, poznata i obnovljiva vrijednost veličine. Mjernim jedinicama dogovorno su dodijeljena imena i znakovi.

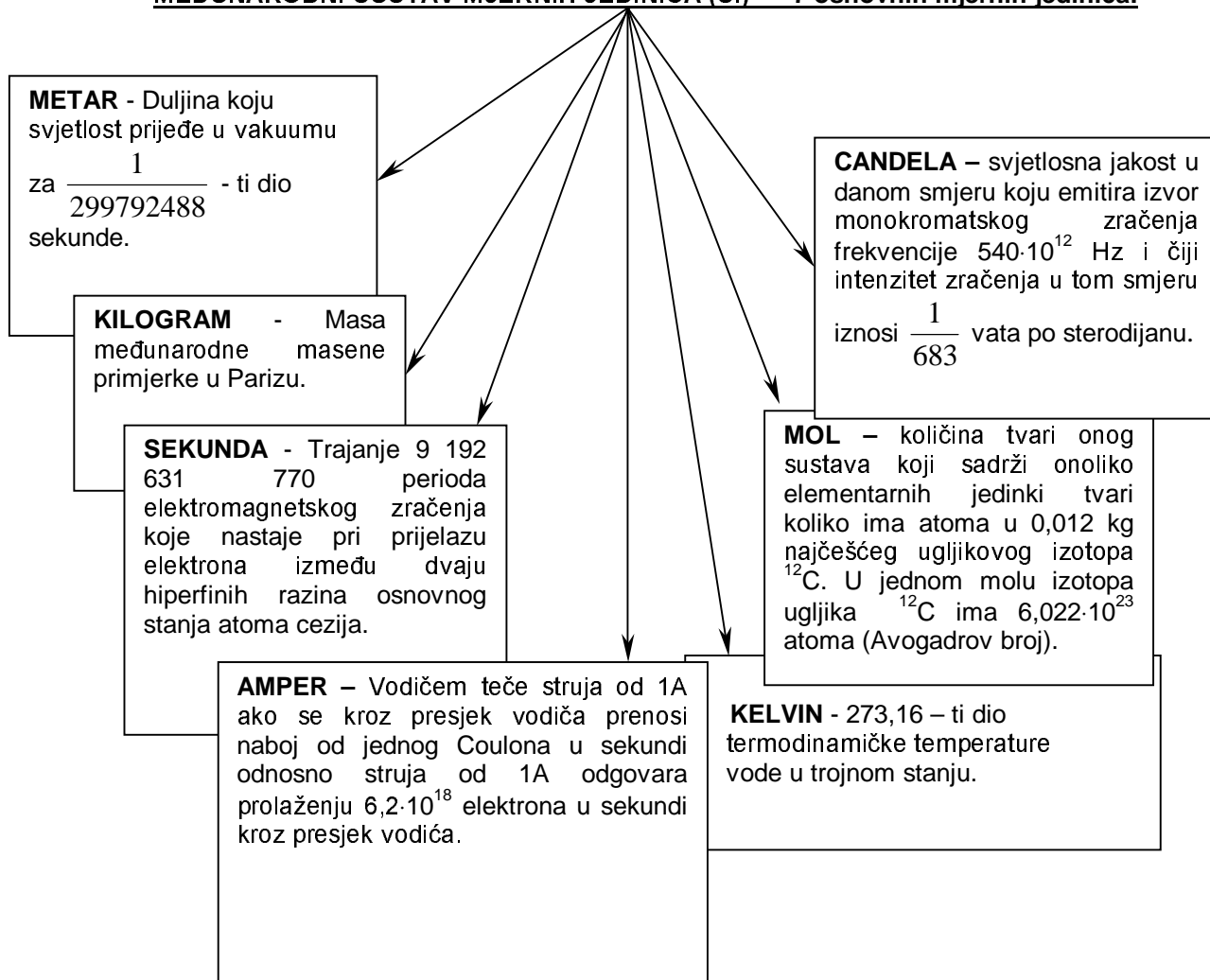
INCH – to je bila duljina tri zrna ječma, tako je to odredio kralj Eduard.

Već davno pojavila se je potreba za uvođenjem jedinstvenog sustava mjernih jedinica. Stoga 1875. godine imamo početak svjetskog mjernog jedinstva odnosno dogovor o duljini i masi (metar i kilogram). Te mjerne jedinice ostvarivale su se **pramjerkama** (šipka i valjak), a pramjerke se čuvaju u Parizu u međunarodnom uredu za mjere i utege (BIPM). Danas se samo još jedinica za masu zasniva na **pramjerkama**.

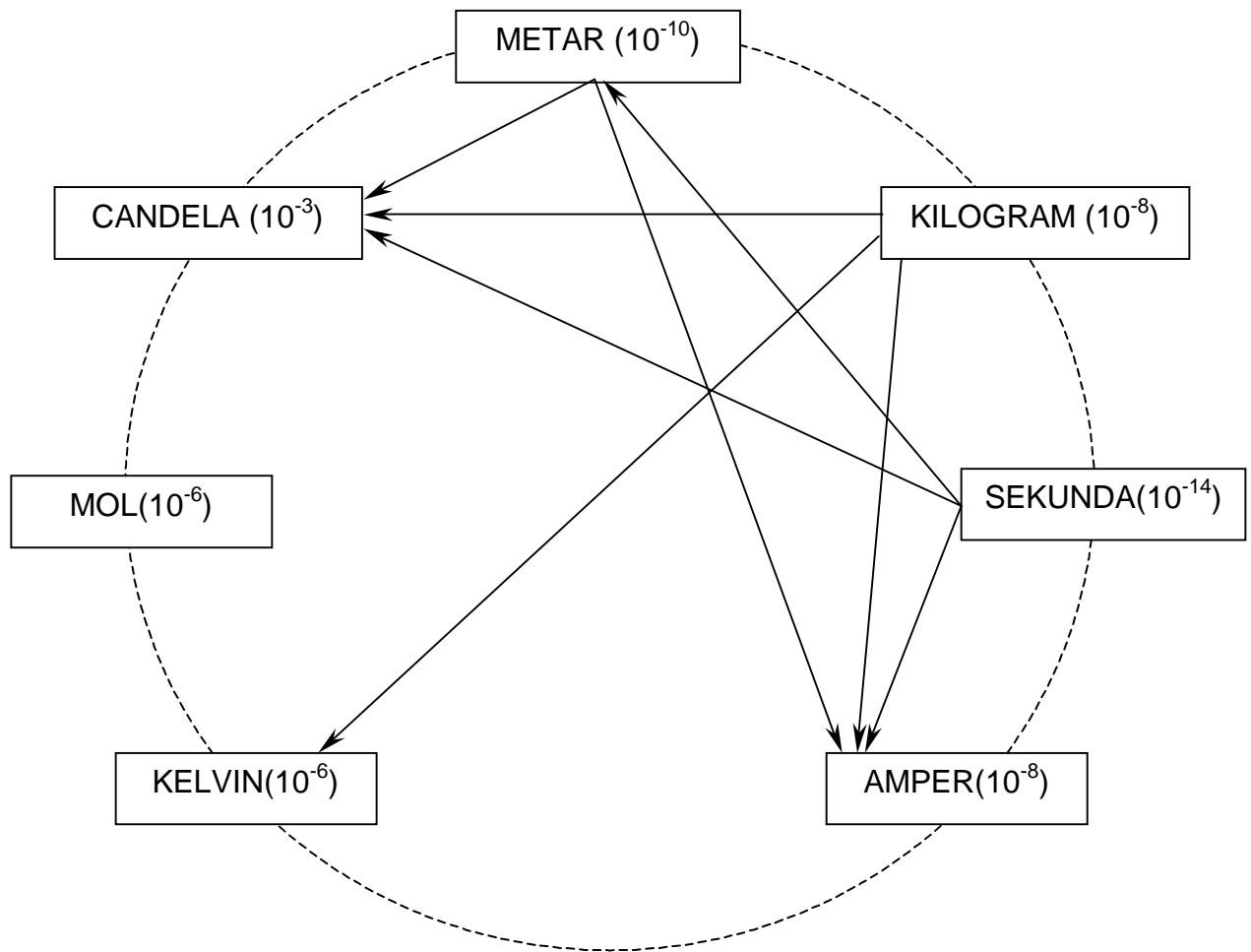
Mjerno jedinstvo ostvaruje se:

- međunarodnim zakonom o mjernim jedinicama
- donošenjem zakona o mjernim jedinicama u svakoj državi potpisnici (danas ih je 49)
- zakonom koji osigurava sljedivost mjernih rezultata tzv. zakon o mjeriteljstvu.

MEĐUNARODNI SUSTAV MJERNIH JEDINICA (SI) – 7 osnovnih mjernih jedinica:



Tri su mjerne jedinice međusobno nezavisne: kilogram, sekunda, kelvin.



Slika: Odnosi među osnovnim mjernim jedinicama i njihove nesigurnosti.

IZVEDENE MJERNE JEDINICE – izvode se iz osnovnih na temelju fizikalnih zakona koji se iskazuju veličinskim jednadžbama (veličinske jednadžbe ne ovise o mjernim jedinicama koje se koriste).

Primjerice:

$$v = \frac{s}{t}, \quad [v] = \frac{m}{s}$$

$$U = \frac{P}{I} = \frac{F \cdot v}{I} = \frac{m \cdot a \cdot v}{I} = \frac{m \cdot v^2}{t \cdot I} = \frac{m \cdot P^2}{t^3 \cdot I}$$

$$[U] = V = \frac{W}{A} = \frac{N \cdot m}{s \cdot A} = \dots = \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot A}$$

Paziti!

ms^{-1} - nije ispravno

$m \cdot s^{-1}$ - ispravno

DECIMALNE JEDINICE – prema podacima iz 1993. bilo ih je 20. Izvode se pomoću SI jedinica i predmetaka.

10^{-21} zepto
 10^{-24} jokto

10^{21} zeta
 10^{24} jota

ZAKONITE MJERNE JEDINICE – to su one mjerne jedinice koje se smiju koristiti u poslovnom i službenom prometu. One su propisane zakonom u nekoj državi, a upotreba nepropisanih kažnjava se.

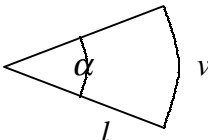
Prema danas važećem zakonu (Narodne Novine, broj 58., lipanj 1993., str. 1469 – 1473.) to su:

- zakonite jedinice SI sustava
- ograničen broj iznimno dopuštenih jedinica izvan SI sustava
- decimalne jedinice
- složene izvedene jedinice koje nastaju kombinacijom prve tri vrste

IZVEDENE JEDINICE S POSEBNIM ZNAKOVIMA: $^{\circ}\text{C}$, V, Ω ... (ima ih 21)

JEDINICE IZNIMNO DOPUŠTENE IZVAN SI SUSTAVA: tona, sat, gram, litra... (ima ih 22)

OMJERNE JEDINICE – brožčane, bezdimenzijske, one zapravo nisu mjerne jedinice, ali s njima formalno radimo kao s mjernim jedinicama. To su:

- Postotak: $\frac{1}{100} = 0.01$
- Promil : $\frac{1}{1000} = 0.001$
- Parfpermilion: $\frac{1}{1000000}$
- Radijani:  $\alpha = \frac{l}{v} \text{ rad}$

LOGARITAMSKE JEDINICE – posebna skupina mjernih jedinica. Koriste se kao jedinice omjera frekvencija. To su:

Oktave:

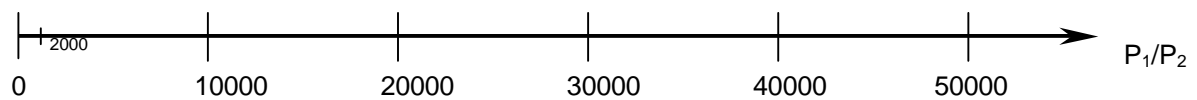
$$X = \text{Lb} \left(\frac{f_2}{f_1} \right) \text{ oktava} ; \quad \log_2 \left(\frac{f_2}{f_1} \right) = \text{Lb} \left(\frac{f_2}{f_1} \right) ; \quad \left(\frac{f_2}{f_1} \right) = 2 \text{ za jednu oktavu}$$

Dekade:

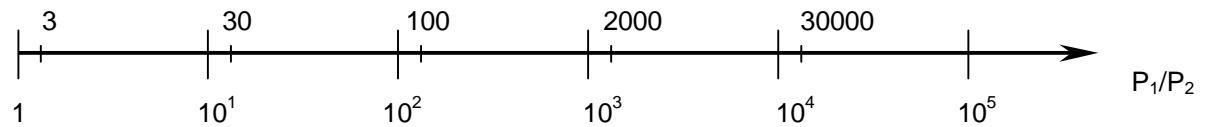
$$y = \text{Lg} \left(\frac{f_2}{f_1} \right) \text{ dekada} ; \quad \log_{10} \left(\frac{f_2}{f_1} \right) = \text{Lg} \left(\frac{f_2}{f_1} \right) ; \quad \left(\frac{f_2}{f_1} \right) = 10 \text{ za jednu dekadu}$$

DECIBEL – poseban naziv za čisti broj (nije mjerna jedinica kao ni omjerne jedinice, ali s njima formalno radimo kao s mjernim jedinicama), odnosno to su logaritamski omjeri dvaju istovrsnih veličina i to u rasponima: 3 – 30 – 100 – 2000 – 30000

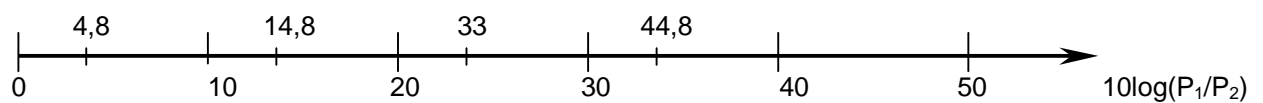
Linearna razdioba:



Logaritamska razdioba



Logaritamska razdioba



Relativna razina neke veličine = logaritam omjera dvaju istovrsnih veličina, to je čisti broj kojemu se pridodaje nekakav naziv.

Za snagu:

$$L_p = h \cdot \lg\left(\frac{P}{P_{ref}}\right)$$

h = faktor razmjernosti
 P_{ref} = referentna snaga

$$L_p = 1 \cdot \lg\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) \text{ B}$$

Za $h=1$ taj je omjer izražen u Belima [B]. Međutim tako definiran L_p je prevelik pa se kod snage koristi $h=10$, tada je to **deciBel**.

$$L_p = 10 \cdot \lg\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) \text{ dB}$$

Relativna razlika snage od 1 dB odgovara tonu.

Pretpostavimo da je L_p = nekoj veličini x . Tada možemo izračunati omjer $\frac{P}{P_{ref}}$ i to na sljedeći način:

$$L_p = x \text{ dB}$$

$$L_p = 10 \cdot \lg\left(\frac{P}{P_{ref}}\right)$$

$$10 \cdot \text{Log}\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) = x$$

$$\text{Log}\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) = \frac{x}{10}$$

$$\boxed{\frac{P}{P_{ref}} = 10^{\frac{x}{10}}}$$

U telekomunikacijama dogovorena je razina snage od 1mW na 600Ω

Lp (re 1mW) = 50dB → na temelju tih podataka računamo P.

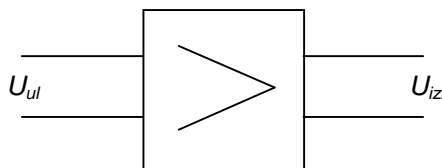
Za napon:

$$\boxed{\begin{aligned} L_u &= 20 \cdot \text{Lg}\left(\frac{P}{P_{ref}}\right) \text{ dB} \\ \frac{U_1}{U_2} &= 10^{\frac{x}{20}} \end{aligned}}$$

Za napon faktor razmjernosti $h=20$.

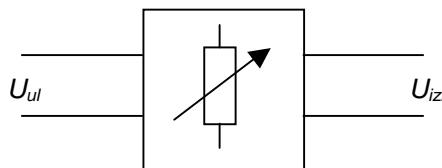
Pojačanje napona:

$$L_u = 20 \text{Lg} \left| \frac{U_{izl}}{U_{ul}} \right| \text{ dB} ;$$



Prigušenje napona:

$$L_u' = 20 \text{Lg} \left| \frac{U_{ul}}{U_{izl}} \right| \text{ dB} ;$$



Primjer:

Prigušenje napona djelilom iznosi 3dB. Koliko je na izlazu djelila smanjen napon?

$$L_u' = 3 \text{ dB}$$

$$L_u' = 20 \text{Lg} \left| \frac{U_{ul}}{U_{izl}} \right| \text{ dB} \rightarrow \frac{U_{ul}}{U_{izl}} = 10^{\frac{3}{20}} = 1,412 \text{ (to je prigušenje)}$$

$$\text{Dakle napon je smanjen za } \frac{1}{1,412} = 0,708$$

$$U_{izl} = 0,708 U_{ul}$$

3. ISKAZIVANJE MJERNOG REZULTATA

TOČNOST – kvalitativna ocjena, a znači bliskost srednjoj vrijednosti. Kvantitativno se iskazuje pomoću granične pogreške.

POGREŠKA – odstupanje mjernog rezultata (X_{mj}) od prave vrijednosti mjerene veličine. Prava vrijednost mjerene veličine redovito nije poznata i ne može se doznati mjerenjem te je stoga pogreška neodrediva i nepoznata. Zato se u mjerenoj tehnici pod pravom vrijednošću podrazumijeva **dogovorna prava vrijednost** (X_p). To je ona vrijednost mjerene veličine koja u odnosu na mjerni rezultat dobiven ispitivanim mjerilom ima barem tri (a preporučuje se i više) puta manju nesigurnost.

GRANIČNA POGREŠKA – je najveća dopuštena pogreška koju instrument smije imati uz uvjet pravilne uporabe, a da se još uvijek smatra ispravnim. Pravilna uporaba mjerila podrazumijeva mjerenje u referentnim uvjetima i unutar mjernog područja.

Razlikujemo sljedeće pogreške:

- **Apsolutna:** $p_a = X_{mj} - X_p$; u mjernim jedinicama
- **Relativna:** $p_r = \frac{X_{mj} - X_p}{X_p}$; bezdimenzijska
- **Postotna:** $p_{\%} = \frac{X_{mj} - X_p}{X_p} \cdot 100\%$; u postocima

Prema uzrocima nastanka pogreške dijelimo na **slučajne, sistematske i grube**.

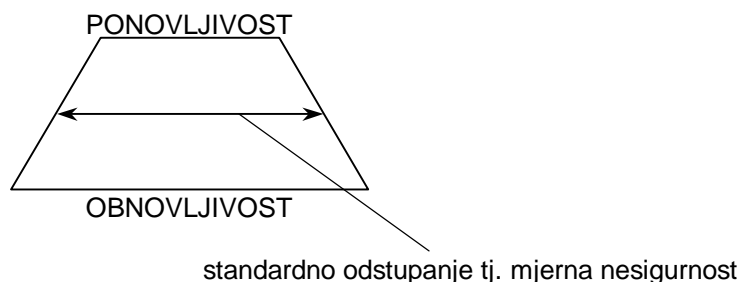
- a) **SLUČAJNE POGREŠKE** – nastaju zbog mnoštva neizbježnih malih promjena koje se neprestano događaju u mjernom objektu, mjernoj opremi, okolini i mjeritelju. One čine rezultat mjerenja nepreciznim. Promjenjive su po iznosu i predznaku. Mogu se smanjiti ponavljanjem mjerenja i računanjem aritmetičke sredine.
- b) **SISTEMATSKE POGREŠKE** – nastaju zbog nesavršenosti mjernog objekta, mjerne opreme, mjernog postupka, mjeritelja ili zbog utjecaja okoline. Ako uzastopno ponavljamo mjerenja pri nepromijenjenim uvjetima one ostaju stalne po iznosu i predznaku. One rezultat mjerenja čine neispravnim. Sistematske pogreške poznatih uzroka i odredivih iznosa mogu se iz rezultata odstraniti ispravkom. To su odredive sistematske pogreške. Osim njih postoje i neodredive koje se zovu i **preostale sistematske pogreške**. Zbog njih i zbog slučajnih pogrešaka rezultat mjerenja je neprecizan.
- c) **GRUBE POGREŠKE** – nastaju zbog nepažnje i nestručnosti mjeritelja. Najčešći su uzroci:
 - neispravna mjerna oprema
 - neodgovarajuća mjerna metoda
 - nedovoljna pozornost mjeritelja
 - neznanje

Mjerni rezultat s grubom pogreškom se odbacuje. Pri tome valja biti vrlo oprezan i provjeriti kako je došlo do pogreške te da li je to stvarno gruba pogreška. Tu pomažu statistički testovi za stršeće vrijednosti. Gruba pogreška može se izbjeći redovitim umjeravanjem instrumenata, opetovanjem mjerenja i pažljivošću pri mjerenju.

ISPRAVNOST - je bliskost srednje vrijednosti velikog broja opetovanih mjerenja iste veličine njezinoj dogovornoj pravoj vrijednosti. Ispravnost ili bolje rečeno neispravnost iskazuje se sistematskom komponentom pogreške.

PRECIZNOST - međusobna bliskost rezultata opetovanih mjerenja. Iskazuje se standardnim odstupanjem (standardnom devijacijom). Uvjeti opetovanja mjerenja iste veličine istim mjernim postupkom mogu biti različiti. Stoga razlikujemo više razina preciznosti između dva ekstrema: ponovljivost i obnovljivost.

- a) **PONOV LJIVOST** – je preciznost određenog mjernog postupka koja se postiže kada isti mjeritelj opetuje mjerenje iste nepromjenjive veličine u istom laboratoriju sa istom mjernom opremom, pri nepromijenjenim utjecajnim veličinama i u kratkom vremenskom intervalu. Ponovljivost se iskazuje standardnim odstupanjem ponovljivosti (σ_r) ili graničnom ponovljivošću ($r = 2,8\sigma_r$). Ako se uspoređuju rezultati dvaju ponovljenih mjerenja, njihova razlika Δr treba biti na 95% - tnoj razini vjerojatnosti odnosno manja ili jednaka graničnoj ponovljivosti r . ($\Delta r \leq r = 2,8\sigma_r$). Ako razlika nije manja ili jednaka graničnoj ponovljivosti rezultati su sumnjivi i treba potražiti uzrok odstupanja. Isto vrijedi za graničnu obnovljivost.
- b) **OBNOVLJIVOST** – je preciznost određenog mjernog postupka koja se postiže kada se mijenjaju utjecajni faktori (laboratorij, mjerna oprema, mjeritelj, vremenski interval, utjecajne veličine). Iskazuje se standardnim odstupanjem obnovljivosti (σ_R) ili graničnom obnovljivošću ($R = 2,8\sigma_R$).



Slika: Odnos ponovljivosti i obnovljivosti.

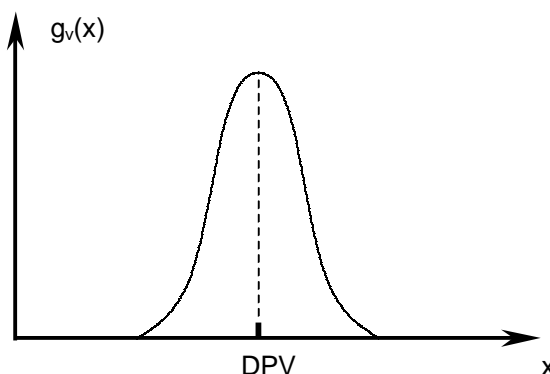
Ponovljivost je manja od obnovljivosti.

Ponovljivost se određuje ponavljanjem mjerenja.

Obnovljivost se određuje laboratorijskim-poredbenim mjerenjima.

NEPRECIZNOST – je rasipanje ili raspršenje rezultata opetovanih mjerenja iste veličine.

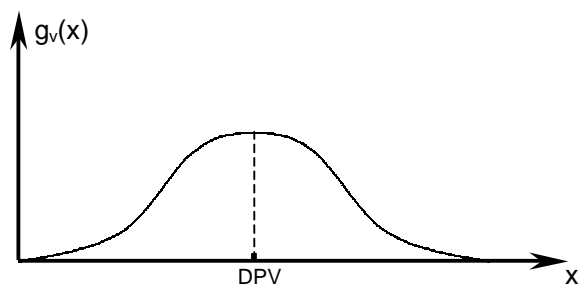
Rezultat je **točan**, kada je **ispravan i precizan** odnosno kada su male sustavne i slučajne pogreške.



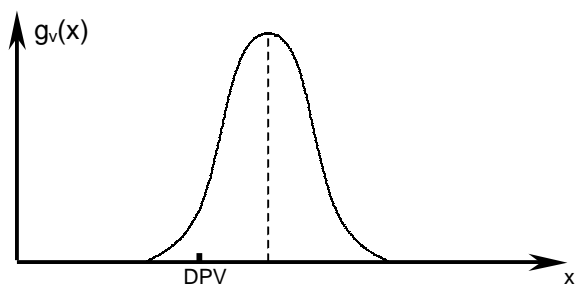
Ovo (graf gore) je točan rezultat jer je srednja vrijednost bliska dogovornoj pravoj vrijednosti i rasipanje je malo. ($g_v(x)$ = gustoća vjerojatnosti)

Četiri su vrste netočnog rezultata:

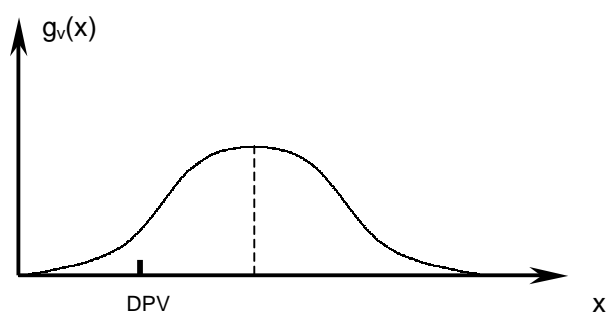
a) Ispravan ali neprecizan



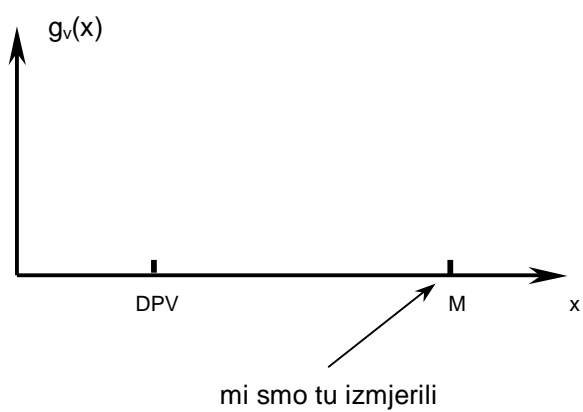
b) Precizan ali neispravan



c) Neispravan i neprecizan

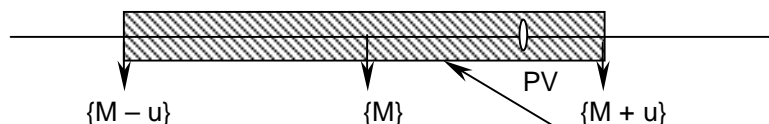


d) Gruba pogreška



4. MJERNA NESIGURNOST

MJERNA NESIGURNOST – jednostavan, jedinstven i univerzalan iskaz o kvaliteti mjernog rezultata izravnih i posrednih mjerenja. To je brojčani iskaz o kvaliteti mjernog rezultata, odnosno procjena raspona vrijednosti unutar kojega očekujemo da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine.



Nema savršenog mjerenja i zato je svaki rezultat više ili manje netočan odnosno više ili manje odstupa od prave vrijednosti mjerene veličine (ili je slučajno jednak pravoj vrijednosti, ali mi to ne znamo). Stoga nikada ne tvrdimo da je rezultat koji smo dobili mjerenjem prava vrijednost mjerene veličine već na temelju mjerenja procjenjujemo **mjernu nesigurnost** odnosno raspon vrijednosti unutar kojega očekujemo da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine. Izmjerenu vrijednost ispravljamo za iznose poznatih sistematskih pogrešaka i tako se približavamo pravoj vrijednosti. Ali i nakon ispravka ostaje nesigurnost zbog slučajnih i preostalih sistematskih pogrešaka.

Rezultat se ne ispravlja uvijek zato što to iziskuje dodatno vrijeme. Hoćemo li mjerni rezultat ispravljati ili ne ovisi o veličini ispravka i namjeni rezultata. Najviše se ispravaka radi kod mjerenja vrhunske točnosti kada se postiže najmanja nesigurnost, a vrijeme i posao nisu bitni.

Unutar tog intervala (iscrtkano) očekujemo da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine

IZVORI NESIGURNOSTI MJERNOG REZULTATA:

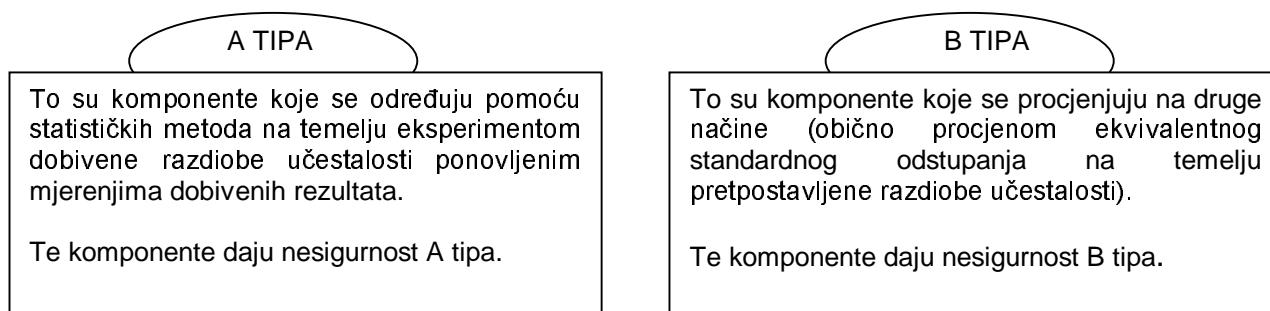
- a) **Nepotpuna definicija i nesavršeno ostvarenje mjerene veličine.** Npr. pri mjerenju debljine lima moramo voditi računa o tome da debljina nije svugdje jednaka pa treba uzeti srednju debljinu kako bi odstupanja bila manja.
- b) **Uzorkovanje.** (na temelju malog broja mjerenja procjenjuju se vrijednosti osnovnog skupa) Npr. pri mjerenju debljine lima najbolje bi bilo uzeti beskonačno mnogo uzoraka, ali to je nemoguće. Mi mjerimo debljinu samo na nekoliko mjesta i tako dobivamo srednju vrijednost koja se sigurno razlikuje od prave srednje vrijednosti.
- c) **Nedovoljno poznavanje djelovanja utjecajnih veličina na mjerni rezultat.** Nije isto mjerimo li debljinu lima pri temperaturi 0°C ili 50°C . Ako temperaturu ne kontroliramo povećava se nesigurnost.
- d) **Mjerna oprema.** Mjerna oprema ima svoje granične pogreške i time je izvor nesigurnosti.
- e) **Mjeritelj.** Npr. pogrešno očitana vrijednost otklona kazaljke na analognom mjerilu.
- f) **Nedovoljno razlučivanje (razlučivost).**
- g) **Etaloni i referentnim materijalima pridružene vrijednosti koje nisu apsolutno točne.**
- h) **Vrijednosti konstanti i drugih parametara koji se upotrebljavaju pri obradi mjernih rezultata.**
- i) **Aproksimacije, pretpostavke i zanemarenja koja su ugrađena u mjerni postupak.**
- j) **Razlike u očitanjima ponovljenih mjerenja pri prividno jednakim uvjetima.**
- k) **Nedovoljno točan matematički model mjerenja.**
- l) **Preostala sistematska odstupanja.** Njih ne možemo odrediti, ona postoje i kada je rezultat ispravljen.

RAZLUČIVANJE – najmanja spoznatljiva promjena vrijednosti mjerene veličine na određenom mjernom području.

OSNOVNI SKUP – osnovni skup mjernih rezultata je hipotetički skup od beskonačno mnogo ponovljenih mjerenja.

Iz svega toga zaključujemo da se mjerna nesigurnost sastoji iz više komponenti. Svaka komponenta ukupne nesigurnosti koja je manja od petine najveće komponente može se zanemariti.

Prema metodi procjenjivanja komponente se mogu razvrstati u dvije grupe:



Mjerna nesigurnost iskazuje se **standardnim odstupanjem (standardnom devijacijom)** pa se stoga ponekad koristi izraz **standardna nesigurnost A odnosno B tipa**. Standardna nesigurnost skraćeno se naziva nesigurnost.

Ukupna mjerna nesigurnost je geometrijski zbroj pojedinih komponenti.

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{\sum u_i^2}$$

Važno je naglasiti da se sve komponente nesigurnosti jednako tretiraju što znatno olakšava procjenu ukupne nesigurnosti.

Preporučuje se da se kvaliteta mjernog rezultata iskazuje standardnom nesigurnošću, ali u opravdanim slučajevima može se iskazati i **proširenom nesigurnošću (U)** koja se dobije množenjem ukupne standardne nesigurnosti s faktorom proširenja k.

$$U = k \cdot u$$

Naime vjerojatnost da će se prava vrijednost mjerene veličine naći unutar raspona koji je određen standardnom mjernom nesigurnošću (neproširenom) je 68%. Proširivanjem standardne mjerne nesigurnosti povećava se raspon vrijednosti, a time i vjerojatnost da će prava vrijednost mjerene veličine biti unutar tog raspona određenog proširenom nesigurnošću.

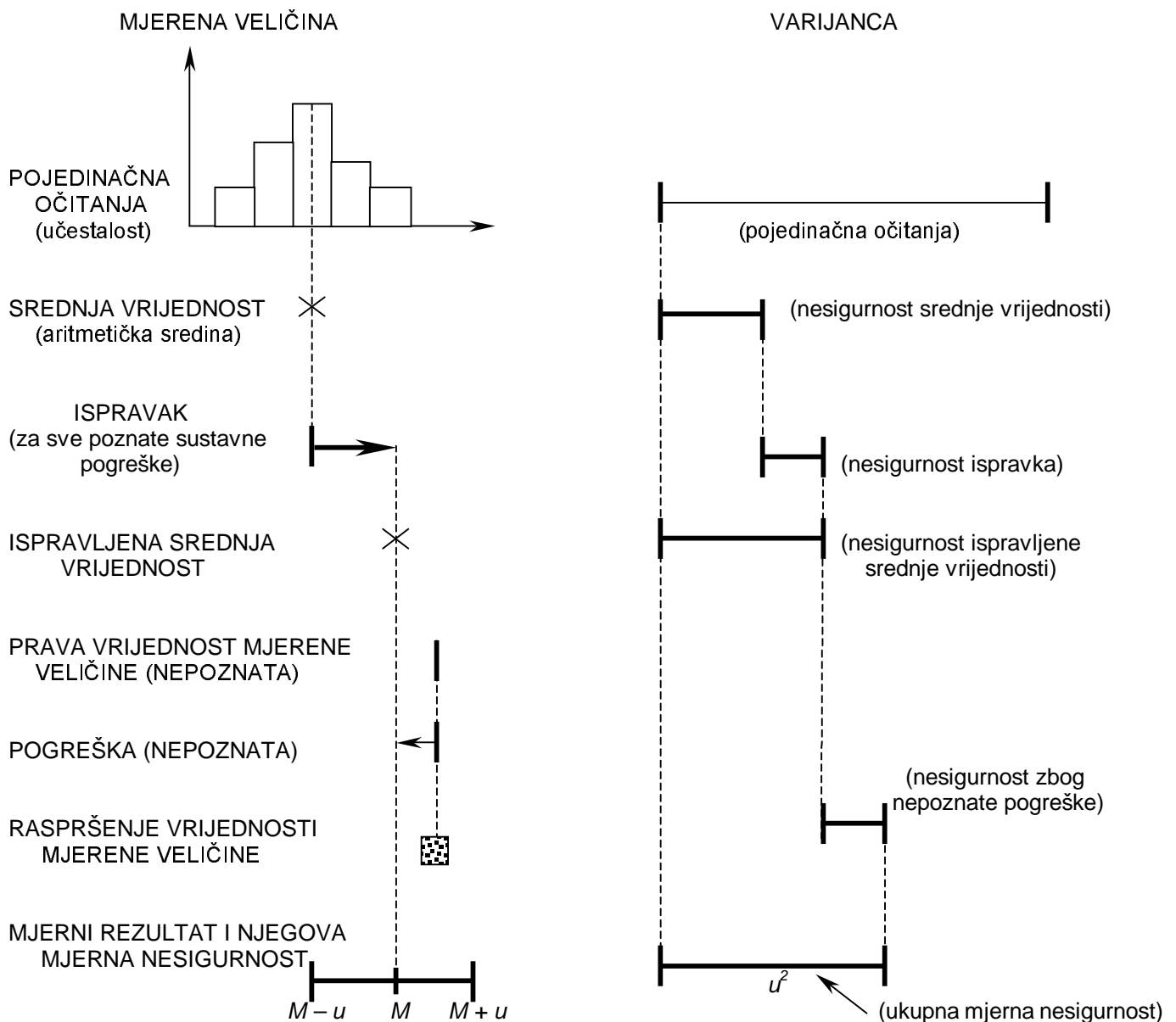
Što je odabrana vjerojatnost veća, veći je i faktor proširenja. Njegova vrijednost obično iznosi 2 ili 3 što odgovara razini vjerojatnosti od oko 95% (za k=2) odnosno 99% (za k=3).

Razina vjerojatnosti od 95% znači da je 5% vjerojatnost da će prava vrijednost mjerene veličine biti izvan raspona određenog proširenom nesigurnošću.

Bitno je još naglasiti da za komponente proširene nesigurnosti općenito ne vrijedi zakon geometrijskog zbrajanja. Zato prvo treba izračunati ukupnu nesigurnost pa ju tek onda množiti s faktorom proširenja.

VARIJACIJA – standardno odstupanje na kvadrat.

$$v = s^2 ; \quad v = \sum_{i=1}^n v_i ; \quad s = u ; \quad u^2 = s^2 = v$$



Slika: Prikaz međusobnih odnosa aritmetičke sredine očitavanja, ispravka, prave vrijednosti mjerene veličine, pogreške i mjernog rezultata, te komponenata nesigurnosti.

4.1. ODREĐIVANJE NESIGURNOSTI A TIPA

Nesigurnost tipa A određuje se eksperimentalno, ponavljanjem mjerenja pri jednakim uvjetima te računanjem aritmetičke sredine i standardne devijacije (standardnog odstupanja).

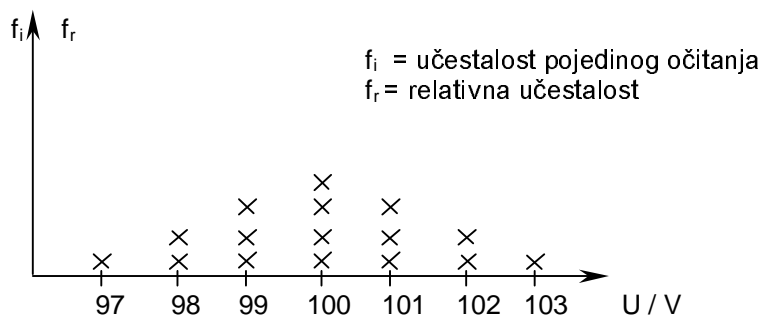
Ako vremenski stalnu veličinu X mjerimo više puta pri jednakim uvjetima, niz dobivenih očitavanja (opažanja) x_i međusobno će se razlikovati (ako je razlučivanje dovoljno) zbog slučajnih utjecaja mnoštva malih nekontroliranih promjena koje se neprekidno zbivaju u mjernom objektu, mjernoj opremi, okolini i mjeritelju. Razdiobu učestalosti pojedinih očitavanja možemo prikazati na nekoliko načina, ovisno o broju ponovljenih mjerenja i razlučivosti pojedinih očitavanja.

1. MALI BROJ MJERENJA (MANJI OD 30) I MALA RAZLUČIVOST

Pretpostavimo da mjerimo napon digitalnim voltmetrom sa $2\frac{1}{2}$ znamenke na području 200V.

Maksimalna vrijednost koju voltmetar može pokazati je 199, a razlučivost je 1V.

Sva očitavanja svrstavamo u dijagram kao na slici:



$$f_r = \frac{f_i}{\sum f_i} = \frac{f_i}{N}$$

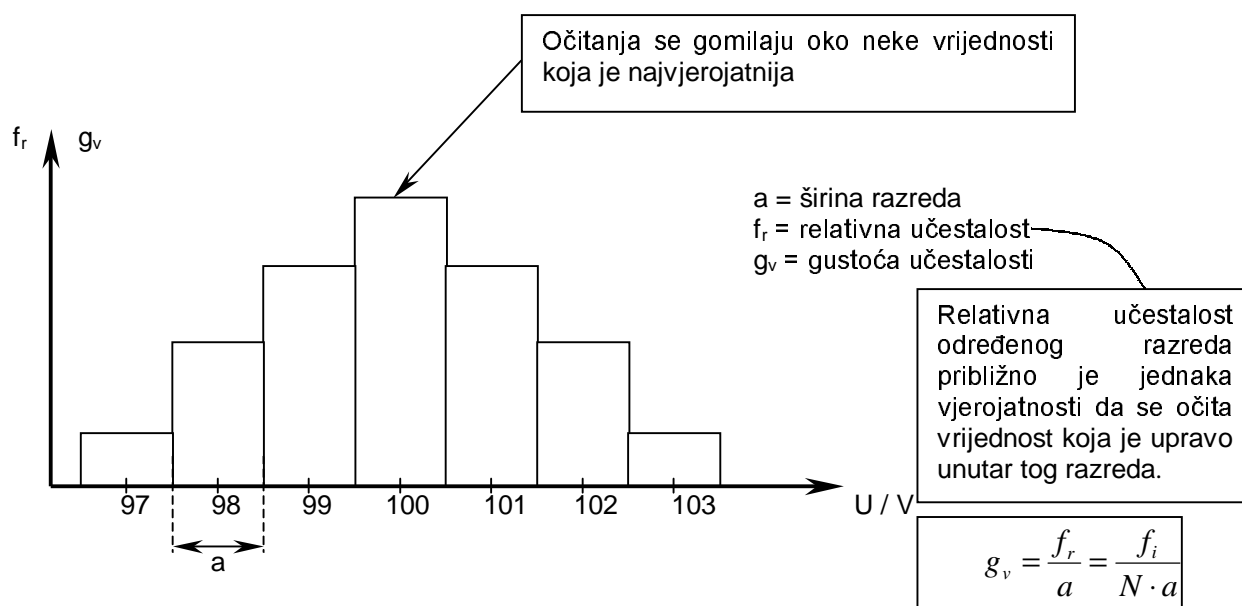
Ovakav način prikaza mjernih rezultata opetovanih mjerenja pri nepromijenjenim uvjetima koristimo samo ako je broj mjerenja manji od 30 i kada je razlučivost mala.

2. VELIK BROJ MJERENJA (VEĆI OD 30) I VELIKA RAZLUČIVOST

Kada je broj ponovljenih mjerenja velik (veći od 30) prikladnije je očitavanja svrstavati u razrede i prikazati histogramom. Očitavanja se svrstavaju tako da se područje rasipanja mjernih rezultata podijeli na 5 do 21 razreda jednake širine a . Broj razreda treba biti približno jednak drugom korijenu ukupnog broja mjerenja, **ali ne veći od 21**. Granice razreda određuju se tako da se svako očitavanje može svrstati samo u jedan razred.

Pretpostavimo da mjerimo napon digitalnim voltmetrom sa $4\frac{1}{2}$ znamenke na području 200V.

Maksimalna vrijednost koju voltmetar može pokazati je 199,99, a razlučivanje 0,01V.

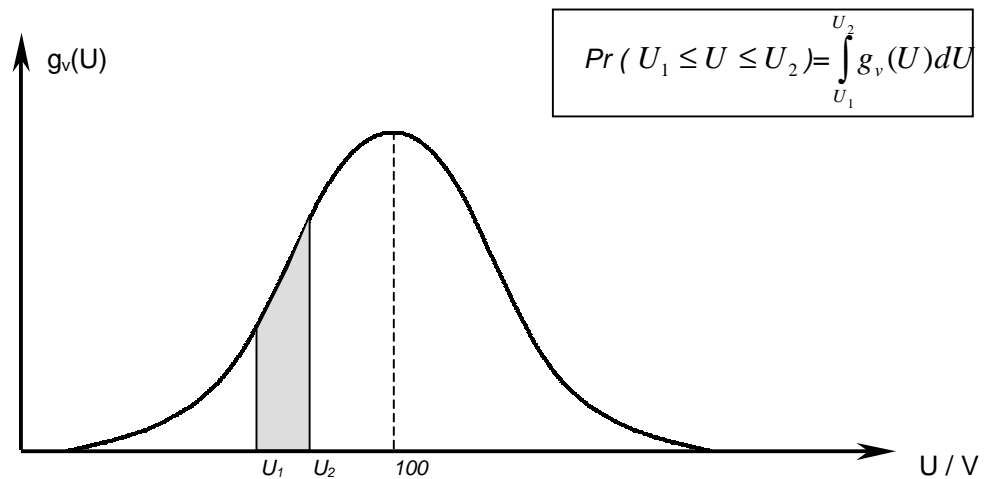


Očitavanja svrstavamo u razrede koji u ovom slučaju trebaju izgledati ovako:

Razred	Raspon razreda
1	96,51 – 97,5
2	97,51 – 98,5
3	98,51 – 99,5
4	99,51 – 100,5
5	100,51 – 101,5
6	101,51 – 102,5
7	102,51 – 103,5

3. BESKONAČNO VELIKA RAZLUČIVOST I BESKONAČNO PUNO PONAVLJANJA

Većina razdioba koje su dobivene eksperimentalno mogu se aproksimirati Gaussovom (normalnom) razdiobom. Tada je vjerojatnost da očitavanje poprimi vrijednost između određenih granica jednaka površini ispod krivulje gustoće.



Iz rezultata opetovanih mjerenja možemo odrediti mnoge vrijednosti:

- Srednja vrijednost
- Minimum
- Maksimum
- Mod (najveća vrijednost)
- Medijan
- Varijacije
- Standardno odstupanje (standardna devijacija)

Nama će najviše trebati srednja vrijednost i standardno odstupanje.

ARITMETIČKA SREDINA

Aritmetička sredina niza očitavanja je najvjerojatnija vrijednost mjerene veličine.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

STANDARDNO ODSUPANJE (STANDARDNA DEVIJACIJA)

Standardno odstupanje pojedinačnih očitavanja je mjera rasipanja ili nepreciznosti pojedinačnih očitavanja.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Tu imamo ukupno $n-1$ stupnjeva slobode jer smo već u računanju aritmetičke sredine iskoristili jedan stupanj slobode od njih ukupno n .

NAJBOLJA PROCJENA STANDARDNOG ODSUPANJA (STANDARDNE DEVIJACIJE)

To je najbolja aproksimacija ako raspolažemo sa rezultatima više nizova ponovljenih mjerenja iste veličine, istim mjernim postupkom i istom mjernom opremom uz nepromijenjene utjecajne veličine.

$$s = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2 + \dots + (n_m - 1)s_m^2}{N - m}}$$

gdje su:

s_1, s_2, s_3, \dots	→ standardna odstupanja nizova očitavanja n_1, n_2, \dots
n_1, n_2, n_3, \dots	→ ukupan broj mjerenja (očitanja) unutar pojedinog niza
m	→ broj nizova
N	→ ukupan broj očitavanja u svim nizovima

STANDARDNO ODSUPANJE ARITMETIČKE SREDINE

Ako imamo niz od m mjerenja iste veličine te ga ponavljamo n puta dobivamo ukupno n aritmetičkih sredina ($\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$) koje su općenito međusobno različite, ali koje međusobno odstupaju od neke zajedničke aritmetičke sredine.

$$\bar{x} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \dots + \bar{x}_n}{n}$$

Dakle, mjera za rasipanje aritmetičkih sredina od n nizova mjerenja zove se **standardno odstupanje aritmetičke sredine** i računa se po jednadžbi:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

DOKAZ:

Trebamo dokazati da vrijedi: $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$

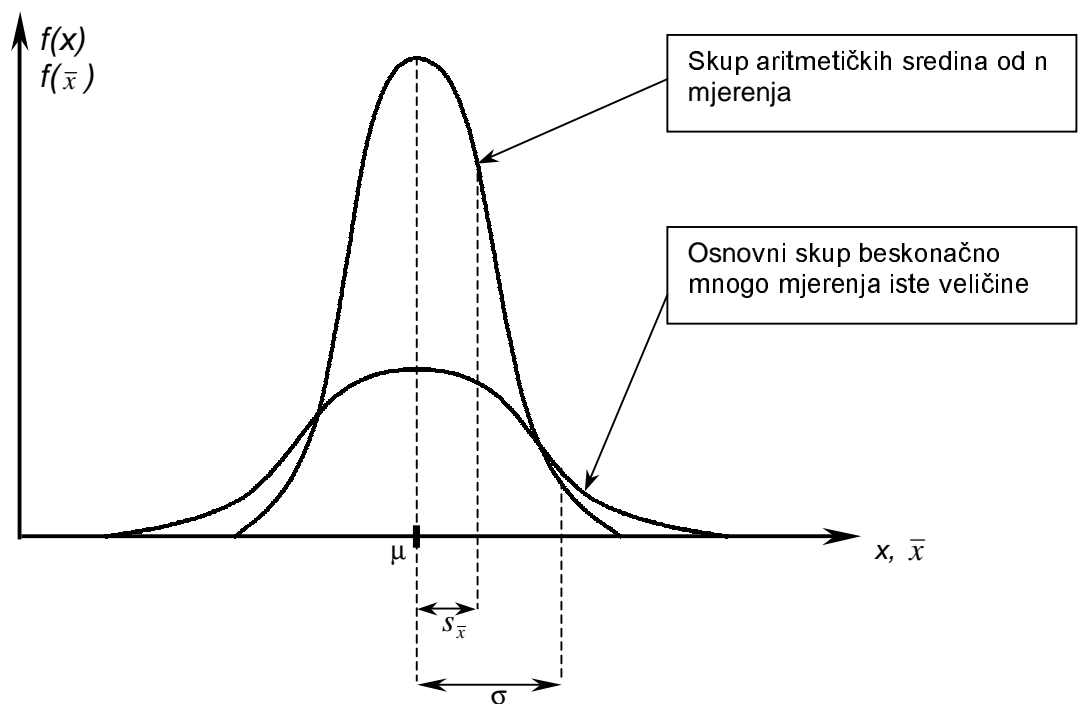
Mi znamo da vrijedi: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{x_1}{n} + \frac{x_2}{n} + \frac{x_3}{n} + \dots + \frac{x_n}{n}$

Tada je $s_{\bar{x}} = u(\bar{x}) = \sqrt{\left(\frac{1}{n}s_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{n}s_{x_2}\right)^2 + \dots}$

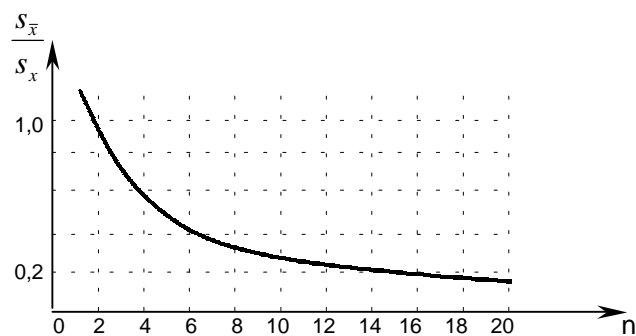
Budući da sva mjerenja radimo istim instrumentom vrijedi : $s_{x_1} = s_{x_2} = \dots = s_{x_n}$

Dakle vrijediti će: $u(\bar{x}) = \sqrt{\left(\frac{s}{n}\right)^2 + \left(\frac{s}{n}\right)^2 + \dots + \left(\frac{s}{n}\right)^2} = \sqrt{n\left(\frac{s}{n}\right)^2} = \frac{s}{\sqrt{n}}$

GRAFIČKI PRIKAZ:



Budući da se nesigurnost A tipa iskazuje standardnim odstupanjem vidimo da se ponavljanjem mjerenja i računanjem aritmetičke sredine može smanjiti nesigurnost rezultata uzrokovana slučajnim odstupanjima i to sa djeljiteljem \sqrt{n} . Iz grafa (dolje) vidimo da opet nema smisla beskonačno povećavati broj mjerenja jer se pri velikom broju n standardno odstupanje relativno malo smanjuje.



OPĆA SREDNJA VRIJEDNOST

Računa se onda kada raspolažemo s više rezultata mjerenja (koji su ispravljeni za iznose poznatih sistematskih pogrešaka) iste veličine koji imaju različitu mjernu nesigurnost

$$\bar{x} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \dots + w_m x_m}{w_1 + w_2 + \dots + w_m}$$

gdje su:

$x_1, x_2, x_3 \dots$

→ mjerni rezultati

$w_1, w_2, w_3 \dots$

→ težinski faktori

Težinski faktor računa se iz jednadžbe:

$$w_i = \frac{k}{s_i^2} = \frac{k}{u_i^2}$$

Konstanta k određuje se tako da bude jednaka kvadratu najveće nesigurnosti.

STANDARDNO ODSUPANJE OPĆE SREDNJE VRIJEDNOSTI

$$s_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{1}{s_i^2}}}$$

4.2. PROCJENA NESIGURNOSTI B TIPa

Zbog ograničenog vremena i ograničenih sredstava većina se komponenti nesigurnosti ne određuje eksperimentalno u sklopu aktualnog mjerenja. Osim toga vrlo je često mjerni rezultat proizvod samo jednog mjerenja, pa se nesigurnost mora procijeniti na temelju informacija kojima raspolažemo.

Procjena nesigurnosti B tipa može se temeljiti na:

- Specifikacijama mjerne opreme
- Podacima o umjeravanju mjerila
- Podacima o nesigurnosti upotrijebljenih konstanti i drugih podataka koji su preuzeti iz priručnika ili nekih drugih izvora
- Podacima o ponovljivosti i obnovljivosti
- Podacima o ranije provedenim sličnim mjerenjima
- Iskustvu i znanju o svojstvima relevantnih mjerila
- Procjeni nesigurnosti ispravka
- Raznim drugim informacijama kao: zaokruživanje, kvantizacija, histereza, razlučivost.

Budući da si izvori podataka različiti podatci mogu biti različito iskazani pa ih treba proračunati u nesigurnost iskazanu standardnim odstupanjem.

PROCJENA NESIGURNOSTI B TIP A IZ GRANIČNIH POGREŠAKA

U specifikacijama mjerila obično su navedene točnosti odnosno granične pogreške mjerila. Granična pogreška mjerila je najveća dopuštena pogreška koju mjerilo smije imati uz uvjet pravilne uporabe, a da se još uvijek smatra ispravnim. Iskazivanje graničnih pogrešaka razlikuje se kod analognih i digitalnih mjerila.

a) ANALOGNA MJERILA

To su ona mjerila kod kojih se vrijednost mjerene veličine određuje po položaju kazaljke prema skali. Razvrstana su u razrede točnosti. Norma IEC 60051-1 propisuje **10 razreda točnosti: 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1, 1.5, 2.5, 3, 5**. Ti brojevi obavještavaju nas o vrijednosti granične pogreške iskazane u postocima. Postoci su dani najčešće u odnosu na mjerni domet (mjerni domet je maksimalna vrijednost mjernog područja) ili rjeđe u odnosu na očitanu vrijednost.

Granična pogreška u odnosu na domet :

$$G_{\%D} = \frac{G_a}{D} \cdot 100\%$$

apsolutna granična pogreška

mjerni domet

$$D = k \cdot \alpha_{\max}$$

konstanta skale

maksimalni otklon iskazan u podjeljicima
ili mjernim jedinicama

$$k = \frac{D}{\alpha_{\max}}, \quad \{k\} = \frac{\{D\}}{\{\alpha_{\max}\}}, \quad npr = \frac{V}{pod}, \quad [k] = \frac{[D]}{[\alpha_{\max}]}$$

$$M = k \cdot \alpha$$

izmjerena vrijednost

očitanje na skali iskazano podjeljicima
ili mjernim jedinicama

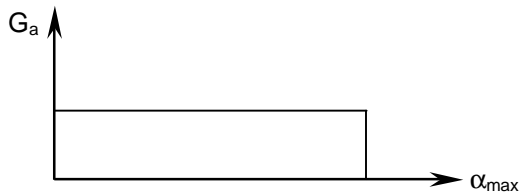
$$M = k \cdot \alpha = \frac{D}{\alpha_{\max}} \cdot \alpha = D \frac{\alpha}{\alpha_{\max}}$$

Granična pogreška u odnosu na mjerenu vrijednost:

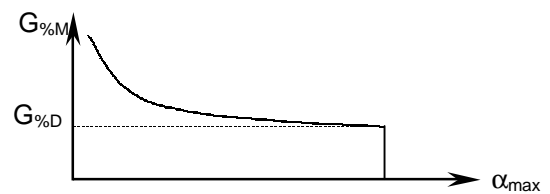
$$G_{\%M} = \frac{G_a}{M} \cdot 100\% = G_{\%D} \cdot \frac{\alpha_{\max}}{\alpha}$$

Apsolutna granična pogreška:

$$G_a = \frac{G_{\%D} \cdot D}{100\%}$$



Slika: Ovisnost apsolutne granične pogreške o otklonu.



Slika: Ovisnost granične pogreške u odnosu na domet i na mjerenu vrijednost o otklonu.

Iz dijagrama vidimo da apsolutna pogreška ne ovisi o otklonu, dok granična pogreška u odnosu na domet ovisi o otklonu.

b) DIGITALNA MJERILA

To su ona mjerila kojima se vrijednosti mjerene veličine obrađuju i prikazuju digitalno. Nisu svrstani u razrede. Iskazivanje graničnih pogrešaka digitalnih instrumenata nije normizirano pa ih proizvođači svakako iskazuju. Granične se pogreške najčešće navode kao zbroj dvije ili više komponenti.

Četiri su najčešća načina iskazivanja graničnih pogrešaka kod digitalnih mjerila:

1.

$$G_{\%} = \pm (G_{\% \alpha} + G_{\% D})$$

Granična pogreška u odnosu na očitavanje

$$G_{\%} = \pm \left(G_{\% \alpha} + G_{\% D} \cdot \frac{\alpha_D}{\alpha} \right)$$

Granična pogreška u odnosu na domet

$$G_{aM} = \frac{G_{\% M}}{100\%} \cdot M \rightarrow \text{Apsolutna granična pogreška koja ovisi o otklonu}$$

2.

$$G_{\%} = \pm (G_{\% \alpha} + G_{\% P})$$

Granična pogreška u odnosu na područje

$$G_{\%} = \pm \left(G_{\% \alpha} + G_{\% D} \cdot \frac{\alpha_P}{\alpha} \right)$$

Mjeriteljski ispravan iskaz jer zbrajamo istovrsne veličine

$$G_{aM} = \frac{G_{\% M}}{100\%} \cdot M$$

3.

$$G_{\%} = \pm(G_{\% \alpha} + Z_{\text{digita}}) \leftarrow \text{Mjeriteljski neispravan iskaz jer zbrajamo postotke i broj}$$

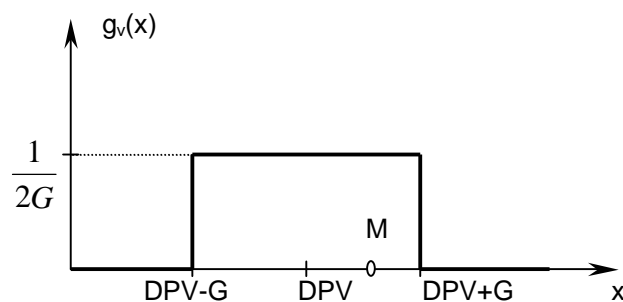
$$G_{\%} = \pm \left(G_{\% \alpha} + \frac{z}{N_{\max}} \cdot 100\% \right) \leftarrow \text{Mjeriteljski ispravan iskaz jer zbrajamo istovrsne veličine}$$

4.

$$G_{\%} = \pm(G_{\% \alpha} + Z_{\text{digita}} + G_a) \leftarrow \text{Neka apsolutna pogreška}$$

$$G_{\%} = \pm \left(G_{\% \alpha} + \frac{z}{N_{\max}} \cdot 100\% + \frac{G_a}{M} \cdot 100\% \right)$$

Granične pogreške mjera $\pm G$ ne sadrže podatak o stvarnoj vrijednosti pogreške. Stoga pretpostavljamo da su sve vrijednosti mjerene veličine unutar raspona kojim omeđuju granice $DPV-G$, $DPV+G$ jednako vjerojatne, a izvan tih granica nemoguće. To znači da vrijedi pravokutna (uniformna) razdioba koja ima sljedeća matematička svojstva i graf:



- **gustoća vjerojatnosti mjerene veličine**

$$g_v(x) = \frac{1}{2G} \quad \text{za vrijednost } x \text{ u intervalu : } DPV - G \leq x \leq DPV + G$$

$$g_v(x) = 0 \quad \text{za vrijednost } x \text{ u intervalu: } DPV - G > x > DPV + G$$

- **vjerojatnost da je mjerni rezultat unutar granica $DPV-G$ i $DPV+G$**

$$P_t(DPV - G < x < DPV + G) = \int_{DPV-G}^{DPV+G} \frac{1}{2G} dx = 1$$

- **aritmetička sredina**

$$\bar{x} = \frac{DPV - G + DPV + G}{2} = DPV$$

- **standardno odstupanje**

$$u = s = \frac{G}{\sqrt{3}} = u_B$$

Na ovaj način procjenjuje se nesigurnost (B tipa) onda kada raspolažemo podacima o graničnoj pogrešci mjerila, kvantizaciji, petlji histereze, zadržavanju i sl.

Kada se zahtjeva velika točnost mjernu nesigurnost možemo smanjiti tako da provedemo ispravljanje rezultata što je moguće samo ako raspolažemo baždarnom (umjernom) krivuljom.

Ispravak je po iznosu jednak apsolutnoj sistematskoj pogrešci, ali je suprotna predznaka.

Pojedina očitavanja treba ispraviti za iznose poznatih sistematskih pogrešaka koje se očitavaju iz baždarne (umjerne) krivulje. Time se nesigurnost rezultata smanjuje samo na nesigurnost umjeravanja, a ona je obično manja od ¼ ukupne nesigurnosti zbog granične pogreške mjerila.

Kada imamo podatak o proširenoj mjernoj nesigurnosti moramo ju pretvoriti u standardnu mjernu nesigurnost.

$$u = \frac{U}{k}$$

To nije problem uz poznati faktor proširenja k . Međutim situacija je složenija kada je faktor proširenja nepoznat. Tada postupamo na sljedeći način:

Primjerice: Za zadanu vjerojatnost raspona od 95% i uz pretpostavku normalne razdiobe mi znamo iz tablica da je $k \approx 1.96 \approx 2$.

Odnosno ako se radi o normalnoj razdiobi iz tablica možemo očitati vrijednosti faktora proširenja za zadanu vjerojatnost raspona, npr:

na 68% razini vjerojatnosti $k=1$
 na 95% razini vjerojatnosti $k=2$
 na 99% razini vjerojatnosti $k=2,6$

Kada nemamo podatak o vrsti razdiobe pretpostavljamo da se radi o normalnoj razdiobi i za određivanje faktora proširenja na određenoj razini vjerojatnosti koristimo se tablicama. Ako je razdioba poznata i nije normalna stvari se kompliciraju.

4.3. SLOŽENA NESIGURNOST

Vrlo često je mjerena (izlazna) veličina funkcija više ulaznih, međusobno nezavisnih, veličina (x_1, x_2, x_3, \dots) koje se mjere izravno i funkcijski su povezane: $Y=F(x_1, x_2, x_3, \dots)$.

Izlazna veličina (Y) ne mjeri se izravno već preko više ulaznih veličina dakle **posredno**, odnosno mjerni rezultat dobije se na temelju procjena ulaznih veličina i na temelju matematičkog modela funkcijske povezanosti izlazne veličine sa ulaznim veličinama.

$$y=F(x_1, x_2, x_3, \dots)$$



To je matematički model mjerenja, a može biti prirodni zakon, algoritam, nešto određeno eksperimentima i sl. Mora sadržavati sve veličine koje značajno doprinose ukupnoj mjernoj nesigurnosti.

Sve ulazne veličine (x_1, x_2, x_3, \dots) treba ispraviti za iznose poznatih sistematskih pogrešaka. Osim toga ulazne veličine mogu biti i **utjecajne veličine**, dakle one veličine koje nisu predmet našeg mjerenja, ali utječu na mjerni rezultat.

Složena apsolutna nesigurnost mjernog rezultata y procjenjuje se izrazom:

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot u_a(x_i) \right]^2}$$

To je koeficijent osjetljivosti jer pokazuje koliko se promjeni mjerni rezultat ovisno o promjeni određene ulazne veličine

To je apsolutna nesigurnost određene ulazne veličine

Taj izraz koristimo samo onda kada su ulazne veličine međusobno nezavisne odnosno kada ne koreliraju. Kada su ulazne veličine međusobno zavisne moramo primijeniti potpun izraz za nesigurnost odnosno zakon porasta (širenja) nesigurnosti.

ZAKON PORASTA (ŠIRENJA) NESIGURNOSTI

$$u_a(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot u_a(x_i) \right]^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial F}{\partial x_j} \cdot u(x_i, x_j)}$$

Taj se zakon temelji na aproksimaciji funkcije F u Taylorov red 1. stupnja.

$u(x_i, x_j) \rightarrow$ KOVARIJANCIJA dviju slučajnih varijabli je mjera njihove međusobne linearne ovisnosti. Kada ulazne veličine nisu međusobno zavisne nema korelacije među njima, odnosno član : $2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \frac{\partial F}{\partial x_i} \frac{\partial F}{\partial x_j} u(x_i, x_j) = 0$.

Uvijek vrijedi izraz za postotnu nesigurnost:

$$u_{\%}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{F} \cdot u_{\%}(x_i) \right]^2}$$

Ako matematički model sadrži samo množenje, dijeljenje i potenciranje međusobno nezavisnih ulaznih veličina koristimo pojednostavljenu postotnu nesigurnost:

$$y = C x_1^{e_1} \cdot x_2^{e_2} \cdot \dots \cdot x_n^{e_n}$$

gdje su x_1, x_2, x_3, \dots međusobno nezavisne ulazne veličine, a e_1, e_2, e_3, \dots točno poznati eksponenti ulaznih veličina sa zanemarivo malom nesigurnošću.

U tom slučaju procjena postotne složene nesigurnosti radi se prema izrazu:

$$u_{\%}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{F} \cdot u_{\%}(x_i) \right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N [e_i \cdot u_{\%}(x_i)]^2}$$

Primjer: mjerenje snage pomoću mjerenja otpora i napona

$$P = I^2 \cdot R$$

$$u_{\%}(P) = \sqrt{\left[2IR \cdot \frac{1}{I^2 R} \cdot u_{\%}(I) \right]^2 + \left[I^2 \cdot \frac{R}{I^2 R} \cdot u_{\%}(R) \right]^2} = u_{\%}(P) = \sqrt{[2 \cdot u_{\%}(I)]^2 + [1 \cdot u_{\%}(R)]^2}$$

Ako među ulaznim veličinama postoji korelacija ne smijemo ju zanemariti. Stoga procjenjujemo **kovarijanciju** eksperimentalno kao srednju vrijednost umnoška uparenih odstupanja.

$$u_A(x_1, x_2) = s(x_1, x_2) = \frac{1}{n-1} \sum (x_{1i} - \bar{x}_1)(x_{2i} - \bar{x}_2)$$

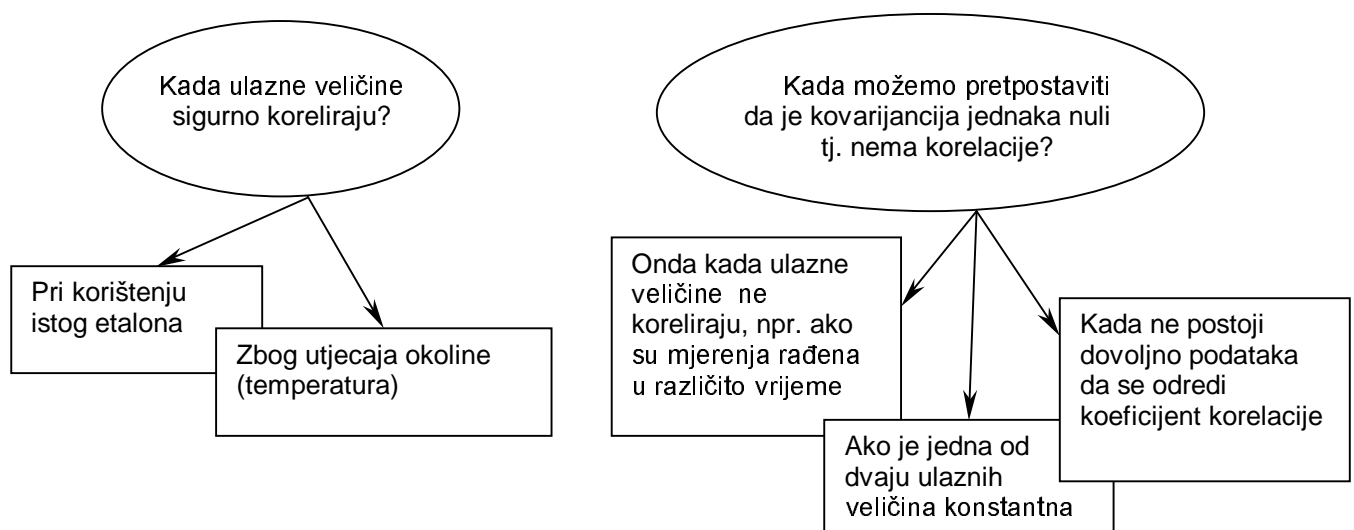
Stupanj ili jačina korelacije iskazuje se **koeficijentom korelacije (r)** čijim uvođenjem normiziramo kovarijanciju pa stoga imamo **normiziranu kovarijanciju**.

$$r(x_1, x_2) = \frac{u(x_1, x_2)}{u(x_1) \cdot u(x_2)}$$

Vrijednosti koeficijenta korelacije (r) kreću se od -1 do +1.

$r=0$ kada nema korelacije

$r=\pm 1$ kada je korelacija skoro funkcionalna, linearna



Korelacija se može izbjeći tako da se veličina preko koje neke druge veličine koreliraju uvrsti u funkciju F jer tada ona postaje nova nezavisna ulazna veličina.

POSTUPAK RAČUNANJA (VREDNOVANJA) CJELOVITOG MJERNOG REZULTATA KOD POSREDNIH MJERENJA

1. Postaviti matematički model ovisnosti izlazne mjerene veličine o ulaznim veličinama.
2. Odrediti ulazne veličine mjerenjem, nizom mjerenja ili ih preuzeti iz priručnika ili nekih drugih izvora. Svaku ulaznu veličinu ispraviti za iznose poznatih sistematskih pogrešaka.
3. Izračunati mjerni rezultat odnosno procijeniti izlaznu veličinu pomoću ispravljenih ulaznih veličina i matematičkog modela funkcijske povezanosti.
4. Procijeniti nesigurnost svake ulazne veličine.
5. Procijeniti nesigurnost mjernog rezultata.
6. Na kraju izračunati proširenu mjernu nesigurnost, ako je potrebno. **Naime pouzdanost da se prava vrijednost mjerene veličine nalazi unutar raspona koji je određen standardnom nesigurnošću je oko 68% (uz pretpostavku normalne razdiobe). Svrha je uporabe proširene nesigurnosti da se dobije raspon vrijednosti unutar kojeg će se prava vrijednost mjerene veličine naći s vjerojatnošću 95% ili 99% ovisno o koeficijentu proširenja k .**

Navedeni postupak vrijedi samo uz pretpostavku da su ulazne veličine međusobno nezavisne (da ne koreliraju). Ako neke od ulaznih veličina koreliraju (što je doista rijetko) tada treba odrediti kovarijanciju i primijeniti potpun izraz za nesigurnost jer ovisno o korelaciji nesigurnost rezultata može biti manja ili veća od dobivene gore opisanim postupkom.

5. ISKAZIVANJE CJELOVITOG MJERNOG REZULTATA

Iskazivanje mjernog rezultata treba prilagoditi namjeni, a da se pri tome zadrže osnovna načela međunarodnog dogovora. Da bi se to postiglo predložene su tri razine iskazivanja mjernog rezultata.

- a) **V RAZINA ili visoka razina** (u znanstvenim radovima i dokumentima vrhunskog mjeriteljstva). Mjerni rezultat iskazan na V razini mora sadržavati sve relevantne podatke koji omogućuju uporabu, provjeru i obnavljanje rezultata kao i njegove mjerne nesigurnosti, a isto tako da se mjerni rezultat u budućnosti može osuvremeniti pomoću nove informacije o smanjenju nesigurnosti pojedinih komponenata na temelju kojih je mjerni rezultat dobiven. Zato uz mjerni rezultat treba navesti još i sljedeće podatke:
- Opis postupka mjerenja
 - Postupak izračunavanja mjernog rezultata na temelju izmjerenih vrijednosti i ostalih ulaznih podataka
 - Vrijednosti svih komponenti nesigurnosti i način njihove procjene
 - Način procjene ukupne nesigurnosti
- b) **S RAZINA ili srednja razina** (u stručnim radovima, izvještajima industrijskih laboratorija). Mjerni rezultat treba sadržavati najbolju aproksimaciju mjerene veličine odnosno ispravljenu izmjerenu srednju vrijednost, standardnu mjernu nesigurnost i broj stupnjeva slobode. Na S razini iskazuju se rezultati dobiveni normiziranim metodama za koje se u pravilu znaju ponovljivost i obnovljivost pa su to u većini slučajeva rezultati dobiveni samo jednim mjerenjem. Ako su dobiveni više puta ponovljenim mjerenjem tada je za donošenje odluke na željenoj razini pouzdanosti potrebno znati i broj stupnjeva slobode. Prednost je ovog skraćenog iskazivanja rezultata to da je jednostavan, a opet dovoljno informativan da se na temelju njega može donijeti odluka sa odabranim rizikom. Vrijednost mjernog rezultata odnosno najbolja aproksimacija mjerene vrijednosti zaokružuje se na razini mjesne vrijednosti zadnje znamenke nesigurnosti, a ona se iskazuje dvjema značajnim znamenkama.
- c) **N RAZINA ili niska razina** (u svakodnevnom rutinskom radu). Mjerni rezultat iskazuje se izmjerenom vrijednošću (brojem i mjernom jedinicom) i to s tolikim brojem znamenki da je nesigurnost zaokruživanja manja ili jednaka četvrtini ukupne nesigurnosti. U praksi se prečesto nailazi na mjerne rezultate koji su nepravilno ili nedosljedno zaokruženi. Mjerni rezultat iskazan s prevelikim brojem znamenki nepregledan je i ostavlja lažan dojam o velikoj točnosti dok se zaokruživanjem na premalen broj znamenki gubi dio informacije o mjerenoj veličini. Problem je u tome što postoje jasna matematička pravila o zaokruživanju broja kada se odabere mjesto na kojem će se zaokružiti, ali ne postoji općeprihvaćena metoda određivanja brojnog mjesta na kojem se mjerni rezultat treba zaokružiti. Budući da se iskaz mjerne nesigurnosti zaokružuje na dvije značajne znamenke izvodi se jednostavna metoda određivanja brojnog mjesta na kojem mjerni rezultat treba zaokružiti:

$$L = \text{ent} \left[\log \frac{u_{\text{taps}}}{1.2} \right]$$

gdje je u_{taps} brojčana vrijednost ukupne apsolutne nesigurnosti, a ent je operator koji zaokružuje realni broj na prvi niži cijeli broj.

Dakle ukupna apsolutna mjerna nesigurnost rezultata određuje brojno mjesto na kojem se mjerni rezultat zaokružuje. Znamenka koja će se nalaziti na brojnom mjestu koje odredimo prema izrazu

$$L = \text{ent} \left[\log \frac{u_{\text{taps}}}{1.2} \right]$$

biti će zadnja znamenka koju zadržavamo u rezultatu i nju zaokružujemo prema

poznatim matematičkim pravilima zaokruživanja.

PAZITI!

Npr. 2360 - kod ovakvog zapisa nije jasno da li je zadnja znamenka (0) značajna ili ne.

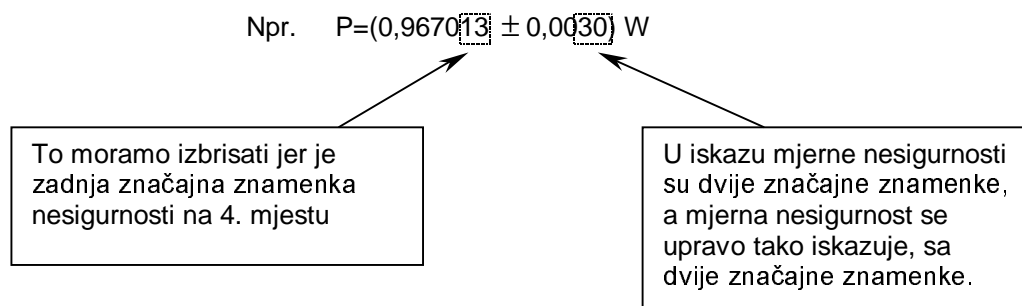
Drugačiji zapis:

$2,360 \cdot 10^3$ tu je nula značajna znamenka
 $2,36 \cdot 10^3$ tu nula nije značajna znamenka

Kod ovakvog zapisa:

0,236000 tu ima 6 značajnih znamenaka

Značajne znamenke – to su sve znamenke od prve slijeva različite od nule pa do znamenke na mjestu zaokruživanja.



Dakle pravilno je: $P=(0,9670 \pm 0,0030) \text{ W}$

Kod pravilnog iskazivanja na N razini mora se voditi računa o mjernoj nesigurnosti. Nesigurnost dobivena zaokruživanjem ne smije biti veća od ¼ ukupne nesigurnosti mjernog rezultata. Time je određeno na kojem mjestu treba zaokružiti rezultat iskazan na N razini.

PRAVILA ZAOKRUŽIVANJA

1. Suvišne znamenke odbacuju se.
2. Posljednja zadržana znamenka nepromijenjena je ako je vrijednost odbačenog dijela manja od polovine vrijednosti posljednje znamenke.
3. Ako je odbačeni dio jednak **točno** polovici vrijednosti zadnje zadržane znamenke tada zadnju zadržanu znamenku treba zaokružiti na najbliži parni broj.
4. Ako je vrijednost odbačenog dijela veća od polovice vrijednosti zadnje zadržane znamenke tada zadnju zadržanu znamenku treba zaokružiti na prvi veći broj.

Npr:

2478,5002	→ 2479
0,784	→ 0,78
3,455	→ 3,46
79650	→ 79600

Primjer: Izmjeren je napon $U=231,325V$ sa nesigurnošću $u = 0,1350V$. Treba pravilno iskazati rezultat na N i S razini.

- a) Iskazivanje na S razini:

$$U=231,325V$$

$$u=0,1350V$$

Apsolutnu nesigurnost treba zaokružiti na dvije značajne znamenke: $u=0,14V$

Vrijednost mjernog rezultata zaokružujemo na razini mjesne vrijednosti zadnje znamenke nesigurnosti dakle na drugoj znamenci iza decimalnog zareza: $U=231,32V$

Rezultat iskazan na S razini: $U=(231,32 \pm 0,14)V$

Relativna nesigurnost: $u_r = \frac{u_{aps}}{U} = \frac{0,14}{231,32} = 0,00059 = 5,9 \cdot 10^{-4}$

Rezultat na S razini s relativnom nesigurnošću: $U=231,32(1 \pm 5,9 \cdot 10^{-4})$

Postotna nesigurnost: $u_{\%} = u_r \cdot 100\% = 0,00059 \cdot 100\% = 0,059\%$

Rezultat na S razini s postotnom nesigurnošću: $U=231,32(1 \pm 0,059\%)$

- b) Iskazivanje na N razini

$$L = \text{ent} \left[\log \frac{0,14}{1,2} \right] = -0,933 = -1 \quad (\text{zaokružujemo na prvi niži cijeli broj})$$

Rezultat na N razini: $U=231,3V$

Kod iskazivanja mjernog rezultata i na S i na N razini mjerna nesigurnost određuje mjesto na kojem treba zaokružiti mjerni rezultat.

Iz ispravno zaokruženog mjernog rezultata na N razini možemo procijeniti mjernu nesigurnost, ali moramo imati na umu da se zaokruživanjem gubi dio informacije. Stoga procjena mjerne nesigurnosti na temelju pravilno zaokruženog rezultata na N razini neće dati potpuno točan podatak o mjernoj nesigurnosti. Možemo sa sigurnošću tvrditi da se mjerna nesigurnost kreće u rasponu:

$$12 \cdot 10^L \geq u \geq 1,2 \cdot 10^L$$

Budući da mi ne želimo raspon vrijednosti već brojku radimo najbolju procjenu mjerne nesigurnosti na temelju pravilno zaokruženog rezultata iskazanog na N razini:

$$u = 10^L \sqrt{12 \cdot 1,2} = 3,8 \cdot 10^L$$

Time smo napravili grubu procjenu mjerne nesigurnosti na temelju pravilno zaokruženog rezultata iskazanog na N razini.

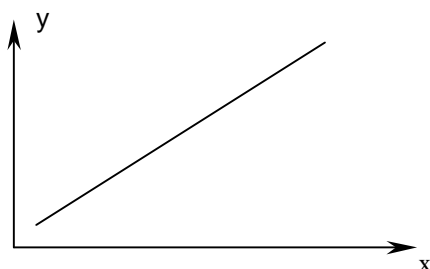
STUPNJEVI SLOBODE (ν)

Broj stupnjeva slobode – jednak je broju ponovljenih mjerenja umanjen za broj parametara koji su izračunati na temelju tih mjerenja

1. Broj stupnjeva slobode kod određivanja nesigurnosti A tipa.

Pretpostavimo da za neki broj ponovljenih mjerenja računamo aritmetičku sredinu \bar{x} . Tada je broj stupnjeva slobode $\nu = n$. Ako izračunamo još i standardno odstupanje pojedinačnih očitavanja (s) broj stupnjeva slobode smanjuje se za 1 i sada iznosi: $\nu = n - 1$. Kod računanja opće srednje vrijednosti broj stupnjeva slobode jednak je sumi stupnjeva slobode svih komponenti pomoću kojih se računa opća srednja vrijednost: $\nu = \sum \nu_i$.

Grafički: pravac regresije



$$Y = ax + b$$

Za parametre a i b broj stupnjeva slobode je $\nu = n - 2$

2. Broj stupnjeva slobode kod određivanja nesigurnosti B tipa.

Kod određivanja nesigurnosti B tipa pretpostavljamo da je broj stupnjeva slobode beskonačno velik ukoliko ne postoji neka određena informacija.

3. Određivanje broja stupnjeva slobode kod posrednih mjerenja.

Za mjerni rezultat dobiven posrednim mjerenjem određuju se efektivni stupnjevi slobode. Za određivanje broja efektivnih stupnjeva slobode koristimo **WELCH - SATTERTHWITE metodu (W – S metoda)**

$$\nu_{ef} = \text{ent} \left[\frac{u_s(y)^4}{\sum_{i=1}^N \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right)^2}{\nu_i}} \right]$$

$u_s(y)$ – složena mjerna nesigurnost rezultata

$u(x_i)$ – standardna nesigurnost ulazne veličine

$\frac{\partial F}{\partial x_i}$ – koeficijent osjetljivosti

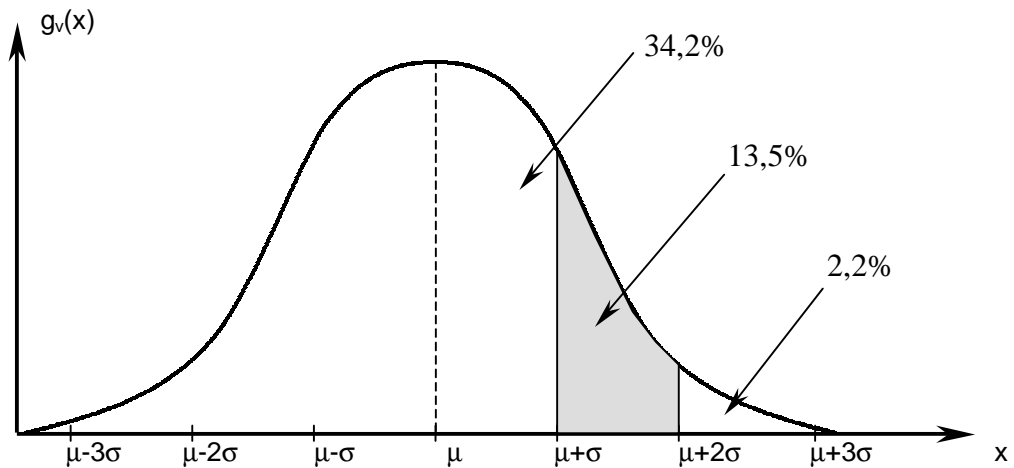
ν_i – pripadajući stupnjevi slobode

$$\frac{u_s(y)^4}{\nu_{ef}} = \sum_{i=1}^N \frac{\left[\frac{\partial F}{\partial x_i} \cdot u(x_i) \right]^4}{\nu_i}$$

Kada je mjerni rezultat dobiven samo jednim mjerenjem broj stupnjeva slobode jednak je nuli i ne iskazuje se.

6. STATISTIKA

6.1. NORMALNA (GAUSSOVA) RAZDIOBA



Najvažnija i najčešća razdioba u teoriji i primjeni matematičke statistike jest normalna ili Gaussova razdioba. To je zvonolika, simetrična, jednotjemena funkcija kontinuirane slučajne varijable x , jednoznačno određena dvama parametrima:

- Aritmetičkom sredinom μ
- Standardnim odstupanjem σ

Funkcija gustoće vjerojatnosti glasi:

$$f(x) = g_v(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2}$$

Površina ispod te funkcije odnosno integral te funkcije od minus beskonačno do plus beskonačno jednaka je 1.

$$\Pr(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_v(x) dx = 1$$

To znači da je vjerojatnost da slučajna varijabla (pri mjerenjima je to ispravljeno očitavanje ili opažanje) poprimi neku vrijednost između minus i plus beskonačno siguran događaj. Vjerojatnost da opažanje poprimi neku vrijednost u rasponu od x_1 do x_2 jednaka je površini ispod funkcije gustoće vjerojatnosti nad tim rasponom.

$$\Pr(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} g_v(x) dx$$

Ako je primjerice $x_1 = \mu$ i $x_2 = \mu + \sigma$ onda je :

$$\Pr(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} g_v(x) dx = 0,342 = 34,2\%$$

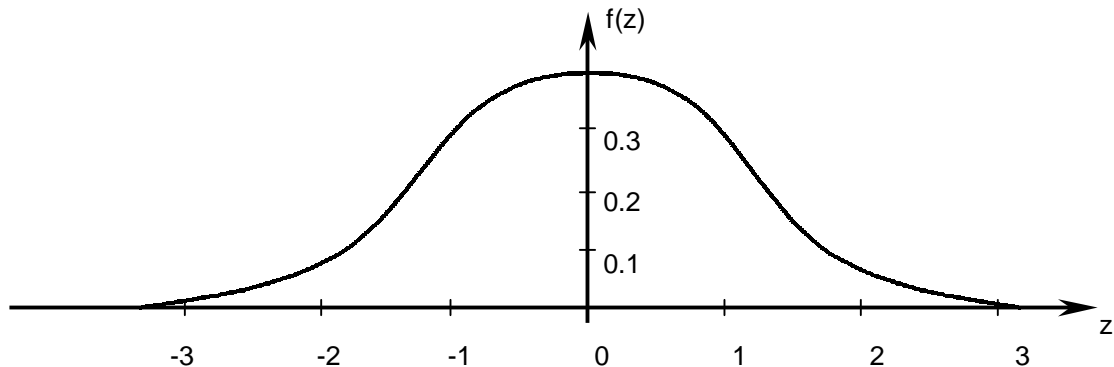
Postoji beskonačno velik broj takvih funkcija za svaku kombinaciju parametara μ i σ . Lokacija tjemena funkcije na brojevnom pravcu određena je parametrom μ , a širina rasprostranja određena je standardnim rasipanjem σ .

6.2. NORMIRANA NORMALNA RAZDIOBA

Ako varijablu x iz normalne (Gaussove) razdiobe transformiramo u takozvanu normiranu varijablu z :

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

onda se sve moguće normalne razdiobe mogu prikazati jednom razdiobom koja se zove normirana normalna razdioba.



Gustoća vjerojatnosti opisana je funkcijom:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}$$

Aritmetička sredina normirane normalne razdiobe jednaka je nuli, a standardno odstupanje jednako je jedinici pa vrijednost funkcije gustoće vjerojatnosti ovisi samo o normiranoj varijabli z . Za tu razdiobu izračunate su tablice iz kojih se može odrediti vjerojatnost da normirana varijabla poprimi neku od vrijednosti u zadanom rasponu.

Raspon normirane varijable z	Raspon varijable x	Vjerojatnost očitavanja unutar raspona
$\pm 0,67$	$\mu \pm 0,67\sigma$	50,0%
$\pm 1,00$	$\mu \pm 1,00\sigma$	68,3%
$\pm 1,96$	$\mu \pm 1,96\sigma$	95,0%
$\pm 2,00$	$\mu \pm 2,00\sigma$	95,4%
$\pm 2,58$	$\mu \pm 2,58\sigma$	99,0%
$\pm 3,00$	$\mu \pm 3,00\sigma$	99,7%
$\pm 4,00$	$\mu \pm 4,00\sigma$	99,99%

Ako je standardno odstupanje opažanja osnovnog skupa σ poznato, razdioba aritmetičkih sredina uzoraka od po n opažanja može se aproksimirati normalnom razdiobom, neovisno o razdiobi pojedinačnih opažanja osnovnog skupa iz kojeg uzorci potječu. Aritmetičke sredine uzoraka gomilaju se oko aritmetičke sredine osnovnog skupa sa standardnim odstupanjem $\sigma_{\bar{x}}$:

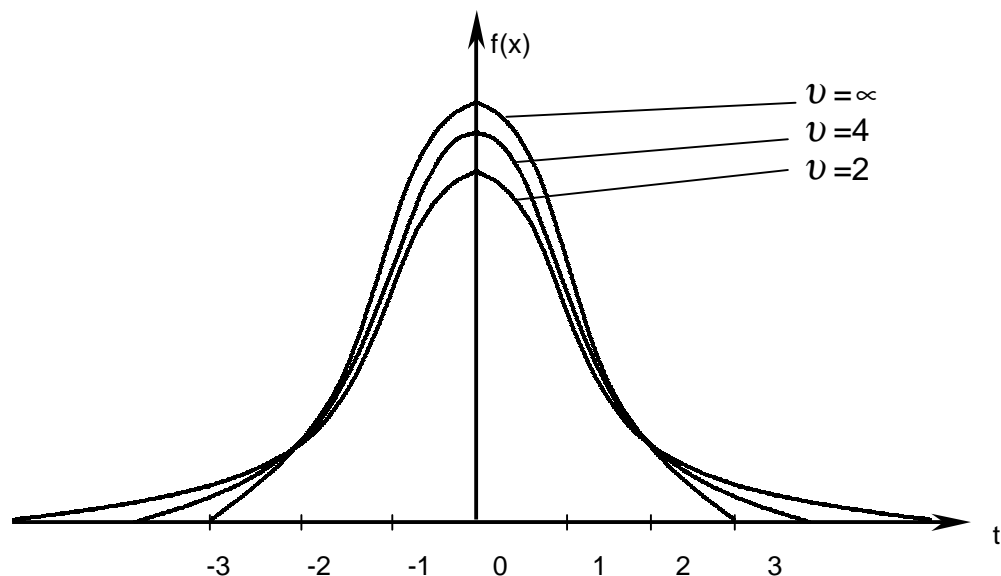
$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Iz tablica normirane normalne razdiobe može se pročitati vjerojatnost da se aritmetička sredina uzorka nalazi u rasponu oko srednje vrijednosti osnovnog skupa od $\mu - z\sigma_{\bar{x}}$ do $\mu + z\sigma_{\bar{x}}$ odnosno može se očitati vjerojatnost da je $\bar{x} \geq \mu - z\sigma_{\bar{x}}$ i $\bar{x} \leq \mu + z\sigma_{\bar{x}}$ odnosno da je: $\mu - z\sigma_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \mu + z\sigma_{\bar{x}}$. Uz istu vjerojatnost vrijediti će i nejednakosti izvedene iz prethodnih tj. $\mu \geq \bar{x} - z\sigma_{\bar{x}}$ i $\mu \leq \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}}$ odnosno da je $\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + z\sigma_{\bar{x}}$. To znači da raspon oko aritmetičke sredine uzorka od $\bar{x} - z\sigma_{\bar{x}}$ do $\bar{x} + z\sigma_{\bar{x}}$ s vjerojatnošću $\Pr(z)$ sadrži aritmetičku sredinu μ osnovnog skupa iz kojeg uzorak potječe.

Na temelju aritmetičke sredine uzorka opažanja (ispravljenih očitavanja) ograničenog broja ponovljenih mjerenja i standardnog odstupanja opažanja osnovnog skupa σ , može se odrediti raspon vrijednosti opažanja unutar kojeg se s odabranom vjerojatnošću nalazi prava vrijednost mjerene veličine. Taj raspon, s aritmetičkom sredinom opažanja uzorka u sredini, naziva se područje pouzdanosti. Proširenjem područja pouzdanosti veća je statistička sigurnost da raspon sadrži pravu vrijednost mjerene veličine. Na temelju istih podataka sigurniji iskazi su manje precizni i obratno.

6.3. STUDENTOVA RAZDIOBA

Ako standardno odstupanje opažanja osnovnog skupa σ nije poznato, ono se može procijeniti iz uzorka manjeg broja ponovljenih mjerenja. Međutim, ako je broj ponovljenih mjerenja u uzorku manji od 30 razdioba aritmetičkih sredina uzoraka je spljoštenija od normalne razdiobe, zbog nesigurnosti procjene standardnog odstupanja opažanja osnovnog skupa. Oblik te razdiobe se zove Studentova ili T razdioba, a određen je samo brojem stupnjeva slobode.



Broj stupnjeva slobode ν , kada se standardno odstupanje računa na temelju n ponovljenih mjerenja, iznosi $n-1$. Dakle, kada je broj ponovljenih mjerenja manji od 30, područje pouzdanosti aritmetičke sredine uzorka određuje se na temelju T-razdiobe:

$$\bar{x} - t \cdot s_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + t \cdot s_{\bar{x}}$$

gdje je: $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}$.

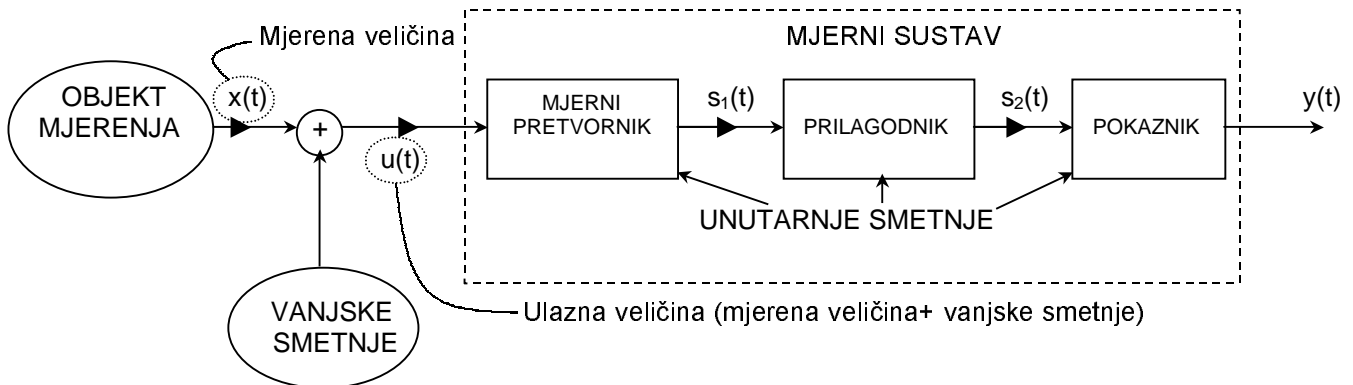
Koeficijent t je normirani parametar T-razdiobe: $t = \frac{\bar{x} - \mu}{s_{\bar{x}}}$

U tablici navedene su vrijednosti koeficijenata t Studentove razdiobe za određene razine vjerojatnosti Pr i nekoliko odabranih stupnjeva slobode ν

Vjerojatnost (Pr)	Stupnjevi slobode					
	2	4	9	19	29	∞
50,0%	0,82	0,74	0,70	0,69	0,68	0,67
68,3%	1,32	1,15	1,06	1,03	1,02	1,00
95,0%	4,30	2,78	2,26	2,09	2,04	1,96
99,0%	9,92	4,60	3,25	2,86	2,76	2,58

Iz tablice je vidljivo da se T-razdioba pri velikom broju ponovljenih mjerenja izjednačuje s normalnom razdiobom ($t \rightarrow z$). Stoga kada je broj ponovljenih mjerenja veći od 30 možemo se prebaciti na Gaussovu razdiobu.

7. SIGNALI



Slika: Blok shema mjernog sustava

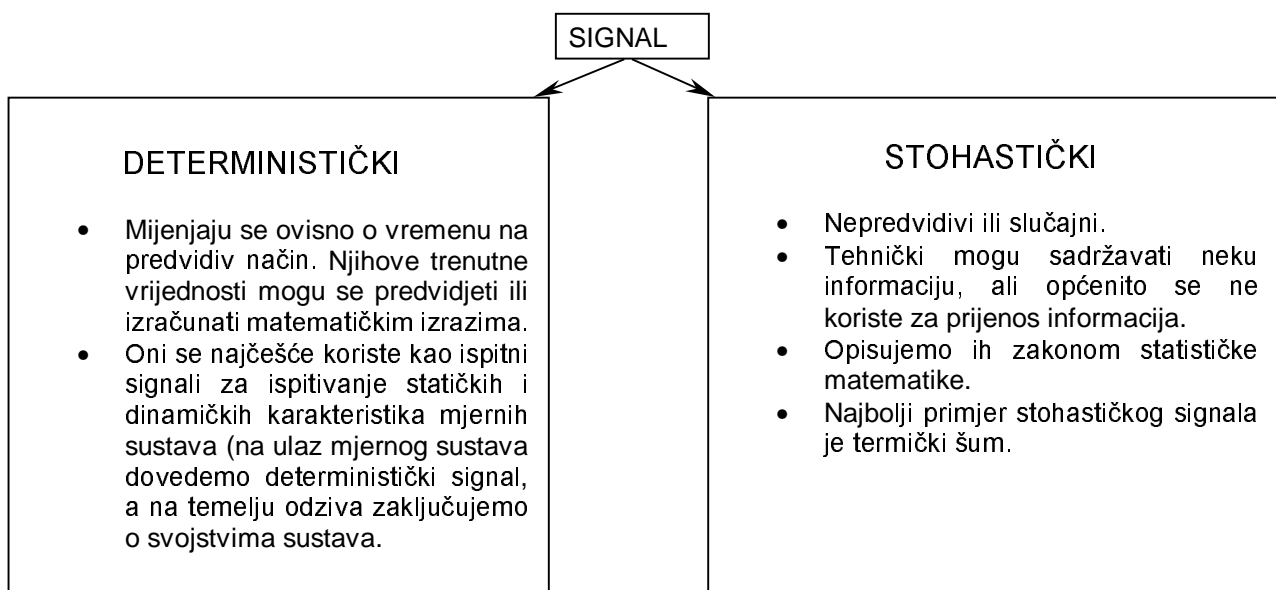
Mjerive veličine su $x(t)$, $u(t)$, $s_1(t)$, $s_2(t)$ kao i utjecajne veličine i izlazna veličina → sve su to nekakvi signali.

SIGNAL – nosilac informacije (podatka, poruke). Informacija je sadržana u promjenjivim parametrima signala. Parametrom nazivamo varijablu koja nije osnovna (npr. ako se radi o naponu sinusnog oblika tada su parametri amplituda, frekvencija i faza).

SMETNJA – nepoželjan signal koji nije predmet mjerenja. On kvari odnosno izobličuje mjereni signal.

Ulazna veličina $u(t)$ sadrži manje-više iskrivljenu informaciju o vrijednosti veličine koju želimo mjeriti $x(t)$. Stoga prilikom mjerenja treba nastojati smanjiti nepoželjne signale jer oni povećavaju mjernu nesigurnost.

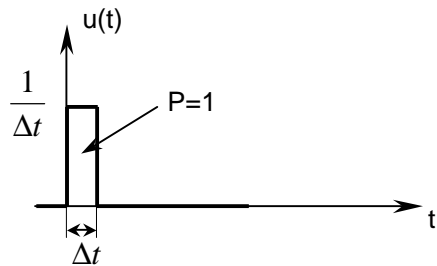
Podjela signala:



7.1. DETERMINISTIČKI SIGNALI

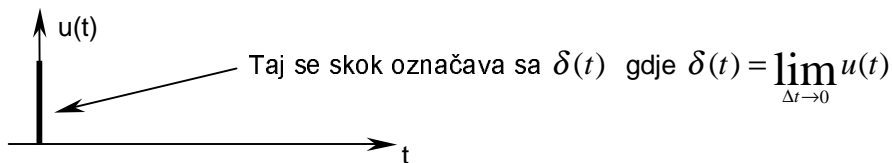
Najčešći deterministički signali:

1. JEDINIČNI PRAVOKUTNI IMPULS



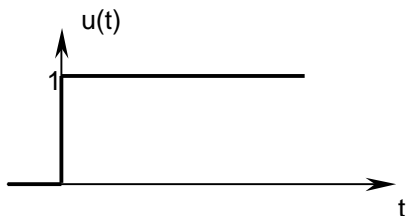
$$u(t) = \begin{cases} 0, & \text{za } \Delta t \leq t < 0 \\ \frac{1}{\Delta t}, & \text{za } 0 \leq t < \Delta t \end{cases}$$

Kada $\Delta t \rightarrow 0$ jedinični impuls pretvara se u **Diracov impuls**.



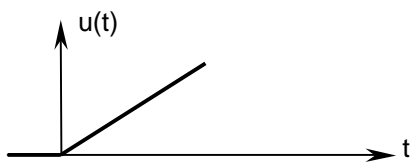
2. JEDINIČNI SKOK

Nastaje integriranjem jediničnog impulsa



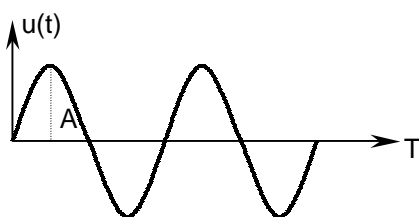
$$u(t) = \begin{cases} 0, & \text{za } t \leq 0 \\ 1, & \text{za } t > 0 \end{cases}$$

3. RAMPA (KOSINA)



$$u(t) = \begin{cases} 0, & \text{za } t \leq 0 \\ k \cdot t, & \text{za } t > 0 \end{cases}$$

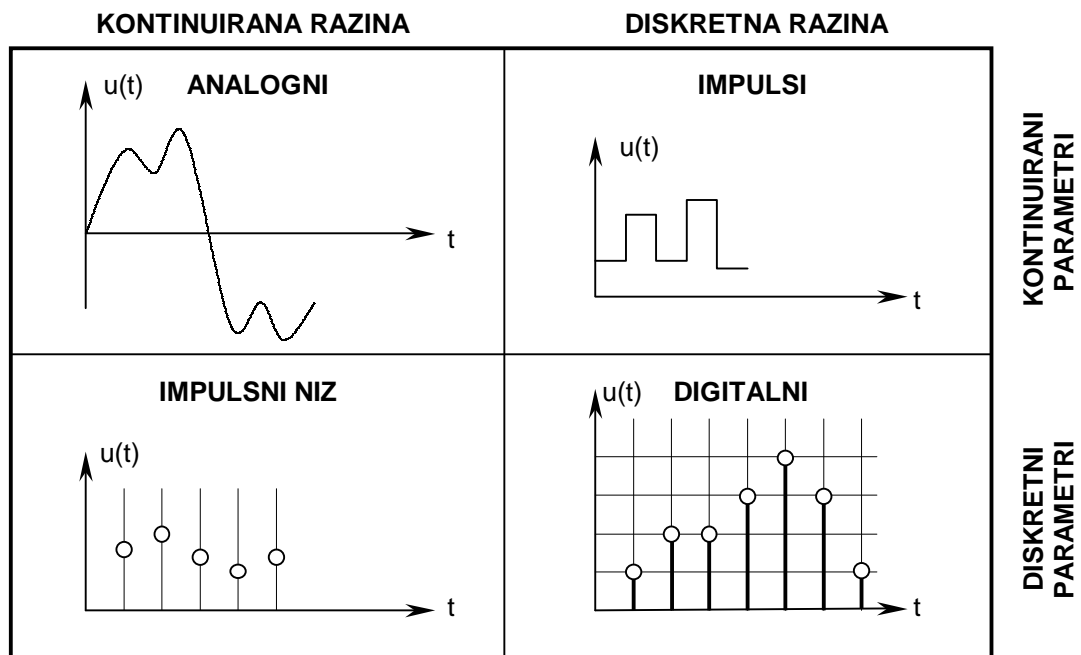
4. SINUSNI SIGNAL



$$u(t) = A \cdot \sin \varpi t$$

S obzirom na promjene u vremenu determinističke signale možemo podijeliti na:

- kontinuiran (neprekidan u vremenu)
- diskontinuiran (isprekidan u vremenu)

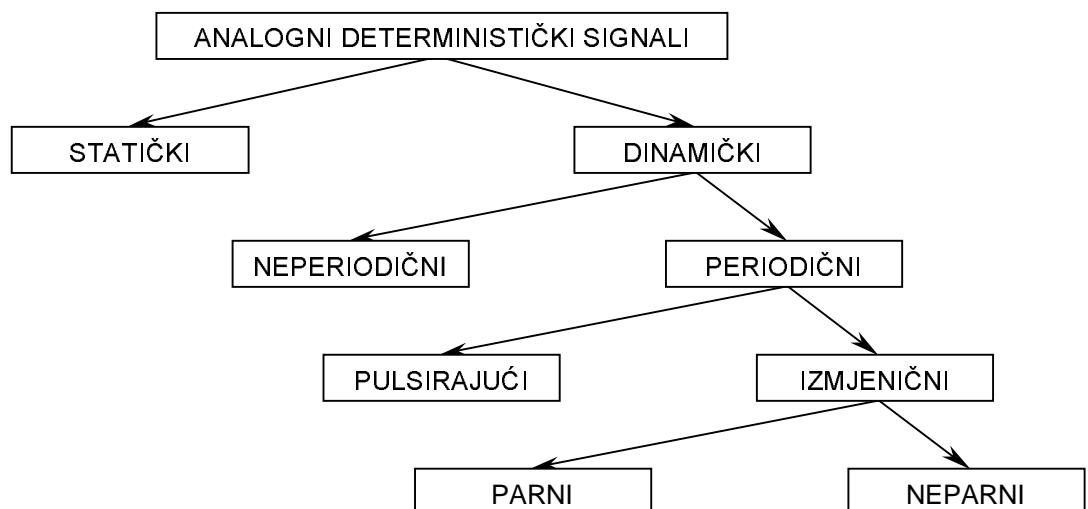


Hoćemo li deterministički signal smatrati analognim ili digitalnim ovisi o načinu prijenosa signala (informacije).

ANALOGAN – informacija se prenosi pomoću vrijednosti jednog od parametara (amplituda, frekvencija, faza).

DIGITALAN – informacija se prenosi pomoću diskretnih (binarnih) stanja.

7.1.1. ANALOGNI DETERMINISTIČKI SIGNALI

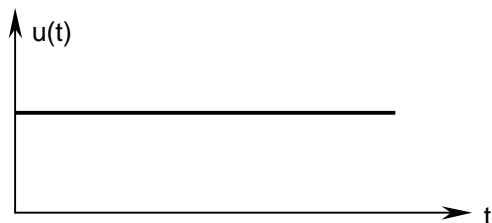


1. STATIČKI SIGNALI

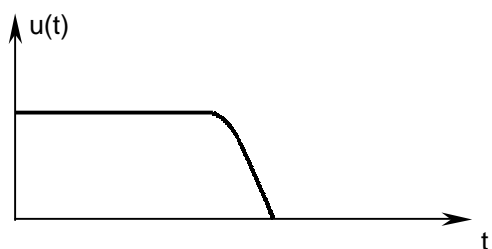
Statički signali su istosmjerni signali neovisni ili vrlo malo ovisni o vremenu (nisu funkcija vremena).

Primjeri statičkih signala:

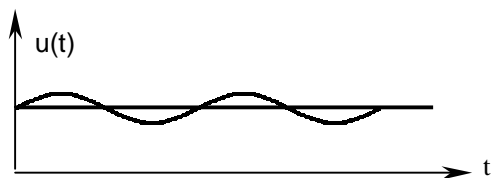
- a) Istosmjerni vremenski nepromjenjivi napon



- b) Napon baterije

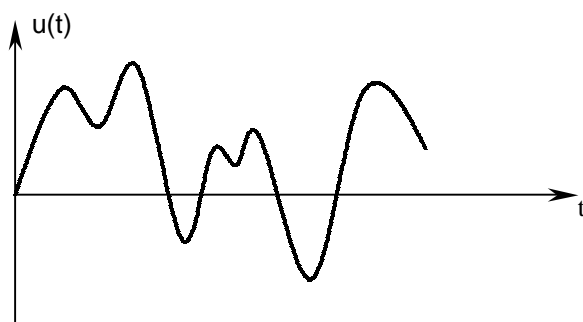


- c) Istosmjerni ispravljač s vrlo malom izmjeničnom komponentom



2. DINAMIČKI SIGNALI

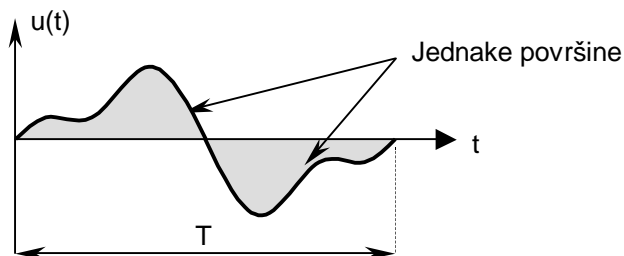
- a) NEPERIODIČNI SIGNALI



b) PERIODIČNI SIGNALI

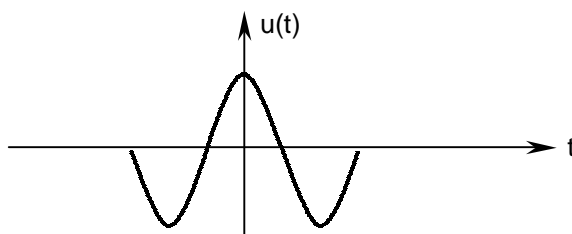
Periodički signali su oni čije se promjene trenutnih vrijednosti tijekom vremena periodički ponavljaju

- IZMJENIČNI (PERIODIČNI) SIGNALI**

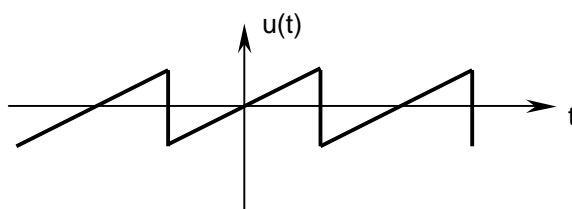


Izmjenični periodični signali mogu biti parni i neparni.

PARNI: $u(-t) = u(t)$

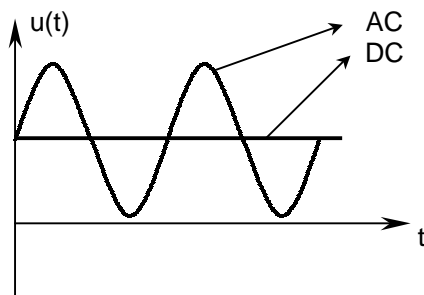


NEPARNI: $u(-t) = -u(t)$



- PULSIRAJUĆI (PERIODIČNI) SIGNALI**

Ima istosmjernu i izmjeničnu komponentu

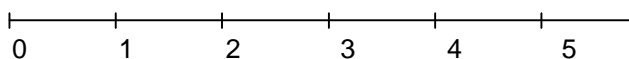


7.1.2. DIGITALNI DETERMINISTIČKI SIGNALI

Digitalni signali su diskontinuirani (vremenski isprekidani), diskretni po amplitudi, a često su i kodirani. Većina je signala po prirodi analogna. Signali unutar sklopa mogu biti analogni ili digitalni, a budući da je obrada i prijenos kod digitalnih signala jednostavnija nego kod analognih danas je velika većina signala digitalna. Analogne veličine mogu unutar zadanih granica teorije poprimiti beskonačno mnogo različitih vrijednosti, dok digitalni mogu poprimiti samo konačan broj diskretnih vrijednosti tzv. **kvanta**.

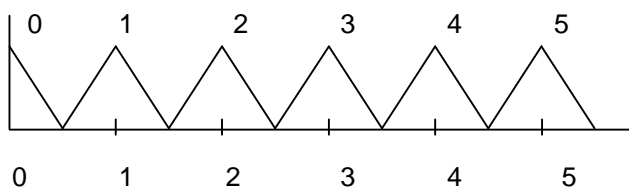
Analogni pokaznik:

Analogni pokaznik može pokazati beskonačno mnogo vrijednosti odnosno kazaljka može zauzeti beskonačno mnogo položaja:



Digitalni pokaznik:

Sve analogne vrijednosti u rasponu od 0 do 0.5 prikazane su kao 0. Digitalni signali temelje se na dva slučaja: ima/nema ili crno/bijelo. Stoga je obrada signala jednostavnija, pouzdanija i manje osjetljiva na smetnje, ali **digitalizacijom analognog signala gubi se dio informacije**.



Digitalni signal sastavljen je od niza **BITA (Binary digIT)**, a taj niz bita nazivamo digitalna riječ. Bit može imati vrijednost 0 i 1, a digitalna riječ može biti sastavljena od različitog broja bita (primjerice pentium 386 i 486 ima 32 bita).

Kombinacijama znamenki 0 i 1, koje su različite težine, iskazuju se brojevi veći od 1 kao i dekadski brojevi.

Pretvorba iz binarnog sustava u dekadski:

$$D = \sum_{-m}^{n-1} d_i \cdot 10^i$$

$$D_{\max} = 10^n - 1$$

m – broj mjesta iza decimalnog zareza,
n – broj mjesta ispred decimalnog zareza,
 d_i – dekadski faktori (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9),
i – eksponent koji određuje brojno mjesto
(mjesnu vrijednost ili težinu mjesta)

→ Maksimalna vrijednost dekadskog broja

Pretvorba iz dekadskog sustava u binarni:

$$B = \sum_{-m}^{n-1} b_i \cdot 2^i$$

$$B_{\max} = 2^n - 1$$

m – broj mjesta iza decimalnog zareza
n – broj mjesta ispred decimalnog zareza
 b_i – binarni faktori (0,1)
i – eksponent koji određuje brojno mjesto
(mjesnu vrijednost ili težinu mjesta)

→ Maksimalna vrijednost binarnog broja

Kod pretvorbe dekadskog broja u binarni potrebno je prije svega odrediti najteži eksponent. To se radi prema sljedećoj jednadžbi:

$$i_m = \text{ent} \left(\frac{\log N}{\log 2} \right)$$

$$i_{m-1} = \text{ent} \left(\frac{\log(\text{ostatak})}{\log 2} \right)$$

Primjerice: $109_{(10)}$ želimo pretvoriti u binarni broj.

$$i_m = \text{ent} \left(\frac{\log 109}{\log 2} \right) = \text{ent}(6,768) = 6 \quad (6 \text{ je dakle najteži eksponent})$$

$$1 \cdot 2^6 = 64$$

$$1 \cdot 2^5 = 32$$

$$1 \cdot 2^4 = 16$$

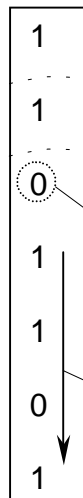
$$1 \cdot 2^3 = 8$$

$$1 \cdot 2^2 = 4$$

$$1 \cdot 2^1 = 2$$

$$1 \cdot 2^0 = 1$$

$$\begin{array}{r} 109 \\ - 64 \\ \hline 45 \\ - 32 \\ \hline 13 \\ - 8 \\ \hline 5 \\ - 4 \\ \hline 1 \\ - 1 \\ \hline 0 \end{array}$$



$$i_{m-1} = \text{ent} \left(\frac{\log(45)}{\log 2} \right) = \text{ent}(5,49) = 5$$

$$i_{m-1} = \text{ent} \left(\frac{\log(13)}{\log 2} \right) = \text{ent}(3,7) = 3$$

sljedeći eksponent

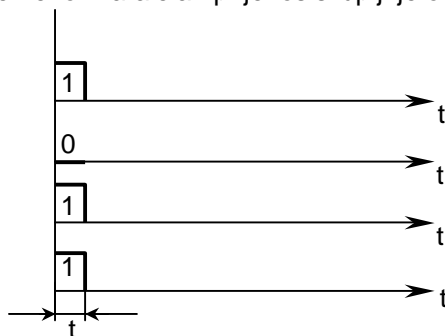
Dakle četvrti ne uzimamo i zato je tu nula.

Smjer čitanja binarnog broja

Prijenos digitalnog signala može biti paralelan ili serijski.

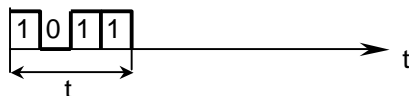
a) PARALELAN

Signal se prenosi (u ovom primjeru) preko 4 žice + jedna žica za povratnu informaciju. Bitovi se prenose istovremeno. Paralelan prijenos skuplji je od serijskog.



b) SERIJSKI

Signal se prenosi jednom žicom + jedna žica za povratnu informaciju. Serijski prijenos podataka puno je sporiji od paralelnog, ali je zato puno jeftiniji.



KOD – kod je niz znakova kojima je pridruženo određeno značenje prema unaprijed dogovorenim pravilima.

Primjerice znamenke dekadskog sustava možemo prikazati binarnim znakovima i za to su potrebne binarne riječi od 4 bita. Sa 4 bita ima ukupno 16 međusobno različitih kombinacija, a potrebno nam je 10. prema tome je osmišljen NBCD (BCD 8421) kod koji zapravo predstavlja prirodne binarno kodirane dekadске brojeve.

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

Osim NBCD koda razlikujemo i EXCESS 3, AIKEN, GRAY kodove. Svaki od njih rabi različito pravilo, a uvijek sa 4 bita.

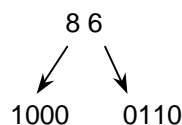
Kada osim brojeva treba razlikovati i slova, pomoću brojeva, koriste se **alfanumerički kodovi**. Najpoznatiji alfanumerički kod je ASCII kod koji ima digitalnu riječ od 7 bita što znači da omogućuje ukupno 128 različitih kombinacija.

Primjerice: @ = $64_{(10)} = 1000000_{(2)}$

Kombinacija bitova u kodu može predstavljati broj, slovo ili neki znak. Vrlo je važno prepoznati razliku između broja u binarnom sustavu od broja prikazanog u binarnom kodu. Binarni broj uvijek predstavlja neki dekadski broj dok kombinacija bitova u kodu može predstavljati slovo, broj ili neki znak.

Primjerice: 1000 0110

- Kao binarni broj predstavlja dekadski broj 134.
- Kao kombinacija bitova u NBCD kodu predstavlja 86 jer 1000 predstavlja 8, dok 0110 predstavlja 6.



7.2. PRETVORBA ANALOGNOG SIGNALA U DIGITALNI

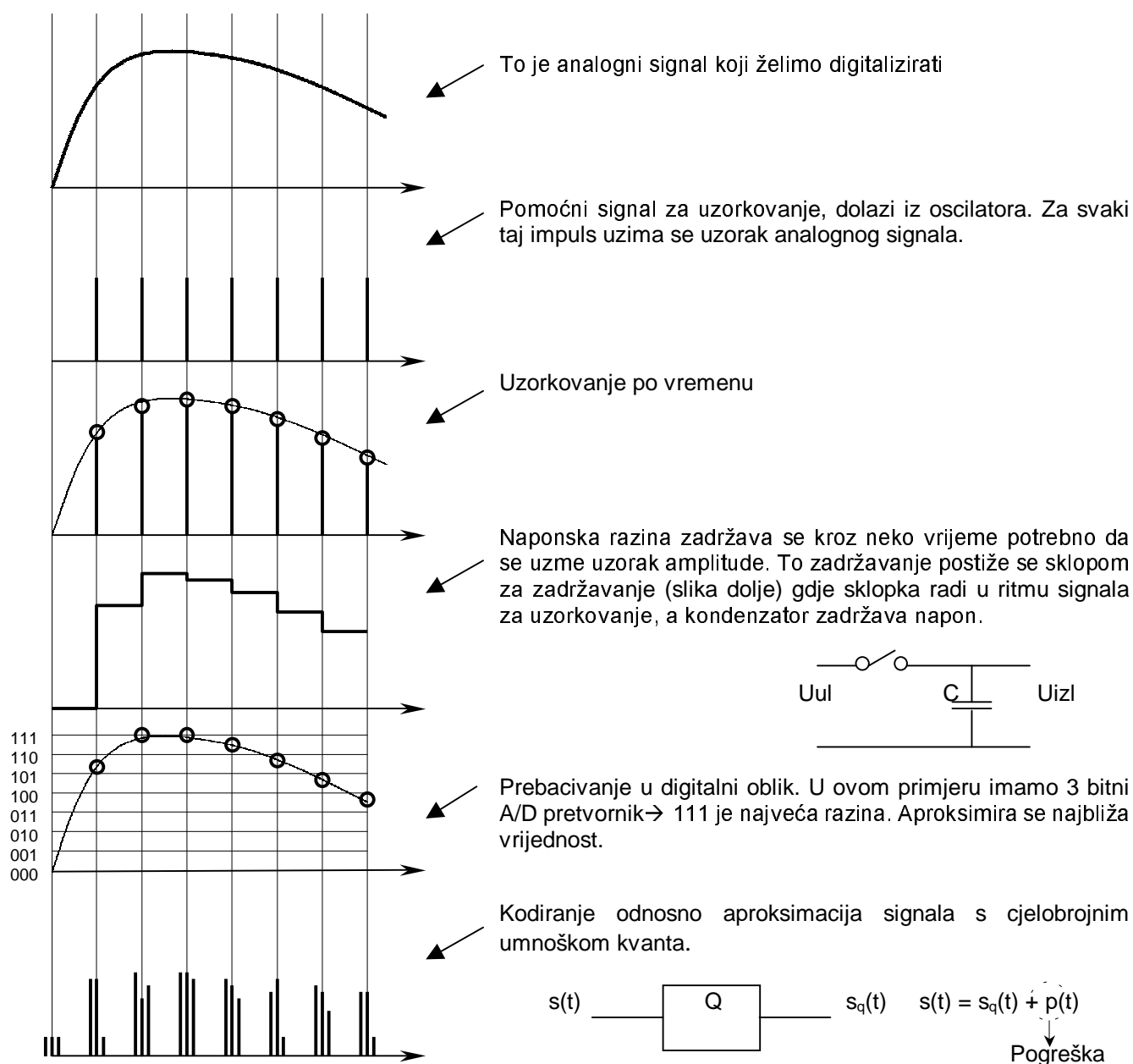
Pretvorba analognog signala u digitalni radi se pomoću A/D pretvornika. Ta se pretvorba još naziva i **digitalizacija**.

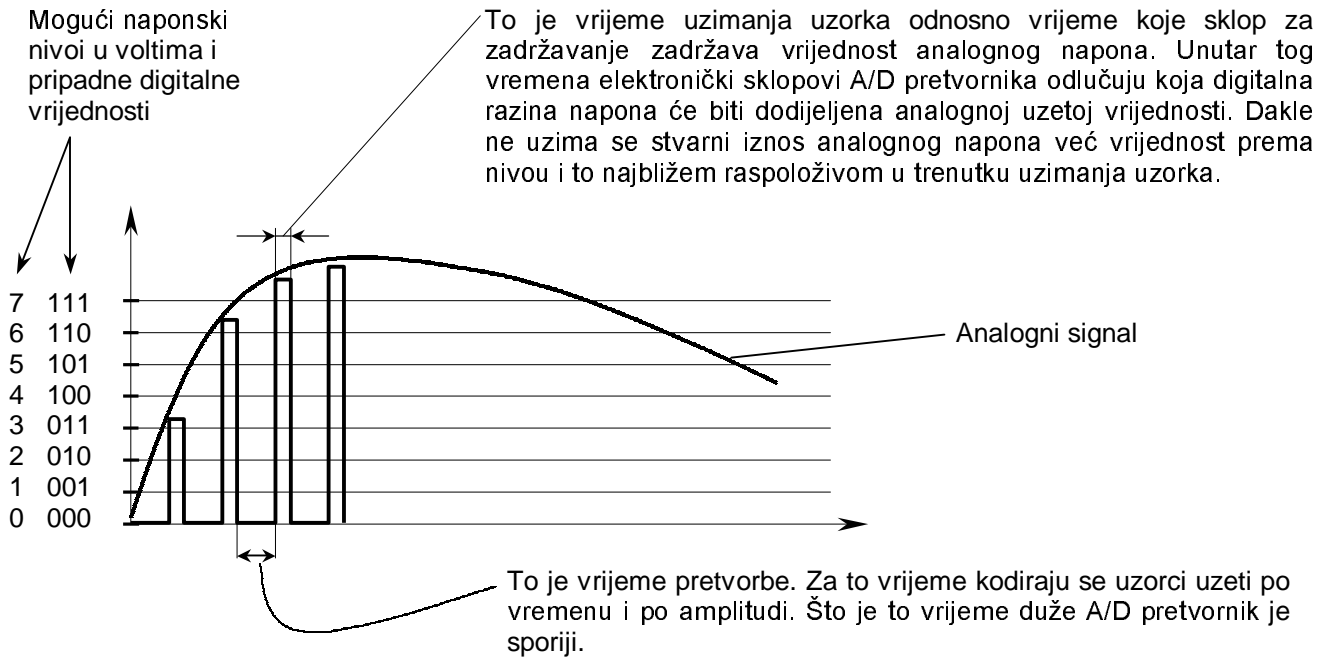
DIGITALIZACIJA – kvantizacija analognog signala po amplitudi i vremenu.

Faze digitalizacije:

- **Uzorkovanje u vremenu**
- **Kvantizacija po amplitudi** (analognoj amplitudi dodjeljuje se najbliža digitalna vrijednost)
- **Kodiranje signala** (pretvaranje u digitalnu riječ)

Opis postupka digitalizacije:



Ili sve u jednoj slici:

KVANT (Q) – najmanja razlika analognog signala koja se može razlučiti kvantiziranim signalom. To je korak kvantizacije.

$$Q = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{2^n}$$

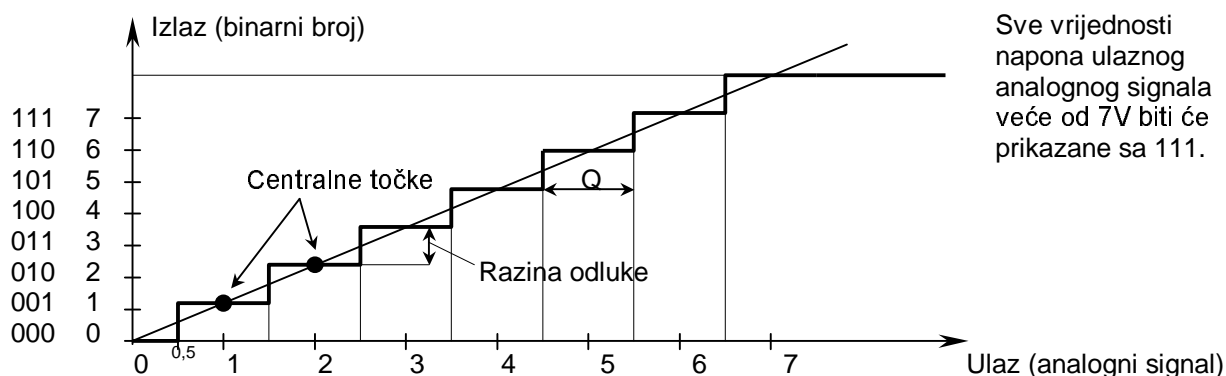
n – broj bita binarnog broja kojim se aproksimira analogni signal,
 U_{\max} – nazivni maksimalni napon,
 U_{\min} – nazivni minimalni napon,
 $U_{\max} - U_{\min}$ = nazivni raspon ulaznog napona.

RELATIVNA RAZLUČIVOST:

$$\delta_r = \frac{Q}{U_{\max} - U_{\min}} = \frac{1}{2^n}$$

Neka je nazivni raspon ulaznog napona od 0V do 8V. Mi želimo kvantizirati taj napon A/D pretvornikom koji ima digitalnu riječ od 3 bita.

Idealna karakteristika ovog A/D pretvornika bi izgledala ovako:

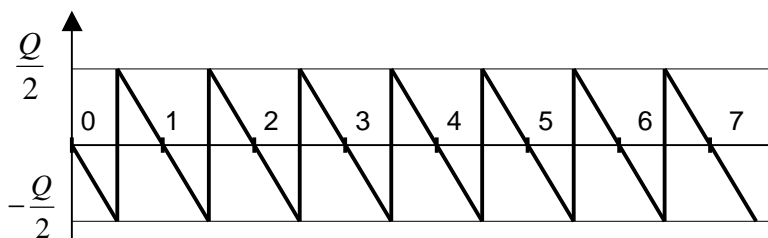


$$Q = \frac{8 - 0}{2^3} = 1V \quad - \text{Kvant iznosi } 1V$$

Svaka vrijednost analognog signala u određenom rasponu odgovara samo jednoj diskretnoj digitalnoj vrijednosti: $Q(N - 0,5) < x \leq Q(N + 0,5)$. Dakle x može poprimiti analogne vrijednosti u intervalu $N \pm 0,5$ (jer je u ovom primjeru $Q=1$), a sve analogne vrijednosti unutar tog intervala zaokružuju se na N i prikazuju kao jedna digitalna riječ.

U našem primjeru će sve vrijednosti analognog signala u intervalu od 0V do 0,5V biti digitalizirane kao 1V, ili u intervalu od 0,5 do 1,5 biti digitalizirane kao 2V itd. Jasno je da pri takvoj digitalizaciji nastaje **pogreška kvantizacije**.

Kolika je pogreška kvantizacije?



Posljedica je digitalizacije dakle da se izlaznom signalu superponira pogreška kvantizacije.

$$U_g = U_{ul} + P$$

Ako je opseg pogrešaka od $-\frac{Q}{2}$ do $\frac{Q}{2}$ tada je ukupna mjerna nesigurnost:

$$u_g = \frac{0,5Q}{\sqrt{3}}$$

Ukoliko je A/D pretvornik unipolaran (minimalni napon =0) relativna nesigurnost kvantizacije iznosi:

$$u_{rg} = \frac{0,5}{2^n \sqrt{3}}$$

Ukoliko je A/D pretvornik bipolaran (minimalni napon = - U_{\max} , karakteristika ide i u negativnu stranu) relativna nesigurnost kvantizacije iznosi:

$$u_{rg} = \frac{1}{2^n \sqrt{3}}$$

Primjer:

Na ulaz unipolarnog 12 bitnog A/D pretvornika nazivnog područja od 0V do 10V narinut je napon od 3,100V. Kolika je pogreška kvantizacije, a kolika nesigurnost kvantizacije idealnog A/D pretvornika?

$$Q = \frac{10 - 0}{2^{12}} = 0,0024414V$$

Na kojoj će se razini zaustaviti ova pretvorba, odnosno kojoj je kvantiziranoj razini najbliže 3,100V?

$$N = \frac{3,100}{0,0024414} = 1269,76 \approx 1270$$

-apsolutna pogreška:

$$p_a = (1270 - 1269,76) \cdot 0,002414 = 0,59mV$$

-postotna pogreška:

$$p_{\%} = \frac{p_a}{3,100} \cdot 100\% = +0,019\%$$

-nesigurnost kvantizacije:

$$u_g = \frac{0,5 \cdot 0,002414}{\sqrt{3}} = 0,70mV$$

$$u_{g\%} = \frac{0,7 \cdot 10^{-3}}{3,100} \cdot 100\% = 0,023\%$$

7.3. PARAMETRI PERIODIČKIH SIGNALA

Određivanje valnog oblika vremenski promjenjivog signala moguće je samo ako mjerimo njegove vrijednosti u svakom trenutku osciloskopom ili oscilogramom. Međutim često nije potrebno poznavati cijeli signal već samo njegovo djelovanje. Djelovanje istosmjernog i izmjeničnog signala može se opisati pomoću parametara signala:

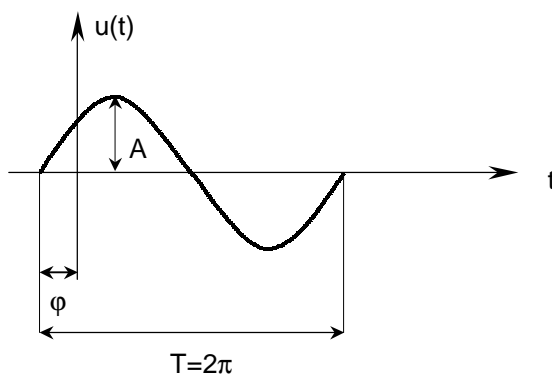
- a) Istosmjerni signal određen je 1 parametrom: AMPLITUDOM
- b) Izmjenični signal određen je s 3 parametra: AMPLITUDOM, FREKVENCIJOM I FAZOM
- c) Složeni signali određeni su sa više izvedenih parametara: efektivna vrijednost, srednja vrijednost, srednja ispravljena vrijednost...

Periodički signali mogu biti: izmjenični i pulsirajući. Svaki pulsirajući signal možemo razvojem u Furieov red prikazati kao zbroj istosmjerne komponente i sinusnih valnih oblika (harmonika).

$$u(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

komponente sinusnog signala koje imaju frekvencije jednake višekratniku osnovne frekvencije zovu se **harmonici**.

Najjednostavniji i najčešći periodički promjenjivi signal je sinusni signal: $u(t) = U_A \sin(\omega t + \varphi)$

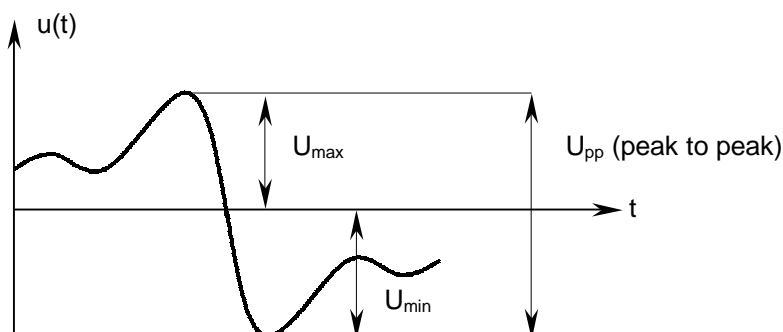


$$\varphi^0 = \frac{180^0}{\pi} \cdot \varphi(rad)$$

Svaki periodični signal može se prikazati sljedećim parametrima:

1. Tjemena vrijednost

To je maksimalna vršna vrijednost. Pri ispitivanju probojne čvrstoće izolacije tjemena vrijednost je najvažniji parametar ispitnog napona.



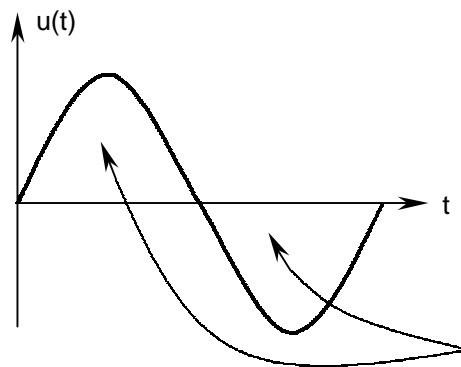
2. Srednja vrijednost

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt$$

Matematička srednja vrijednost izmjenične struje je ona ekvivalentna istosmjerna struja konstantne jakosti koja za vrijeme polovice periode prenese jednaku količinu elektriciteta kao promatrana izmjenična struja.

Dakle srednja vrijednost je mjera za transport naboja $Q = \bar{I} \cdot t$, ali ona ne daje podatak o transportu naboja pulsirajućeg signala, odnosno ne sadrži informaciju o izmjeničnoj komponenti pulsirajućeg signala.

Kod izmjeničnih signala srednja vrijednost jednaka je nuli.



Količina prenesenog elektriciteta u jednom smjeru jednaka je količini prenesenog elektriciteta u drugom smjeru pa je resultantna količina prenesenog elektriciteta jednaka nuli.

Jednake površine

Kod pulsirajućih signala srednja vrijednost jednaka je amplitudi istosmjerne komponente pulsirajućeg signala.

3. Efektivna vrijednost

$$U_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$$

Efektivna vrijednost je u energetici najvažniji parametar signala.

Efektivna vrijednost izmjenične struje jednaka je onoj vrijednosti konstantne istosmjerne struje koja u vremenu T na otporu R razvije jednaku količinu toplina kao promatrana izmjenična struja.

Efektivna vrijednost pulsirajućeg signala:

$$U_{ef} = \sqrt{(U_{DC})^2 + \sum_{i=1}^n u_n^2}$$

Efektivna vrijednost istosmjerne komponente
Efektivne vrijednosti pojedinih harmonika

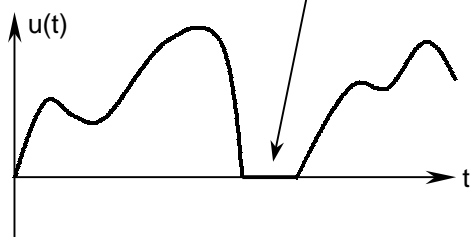
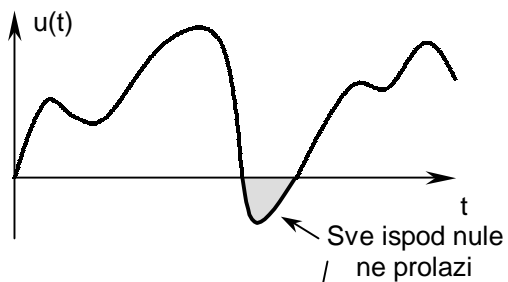
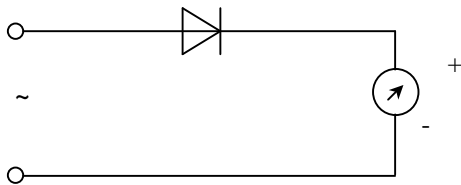
4. Srednja ispravljena vrijednost

$$U_{si} = |\overline{U}| = \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt$$

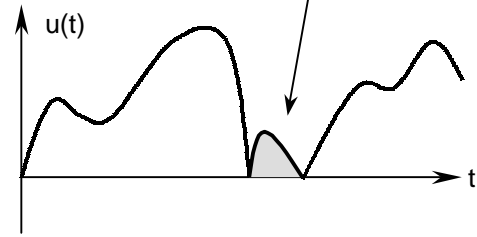
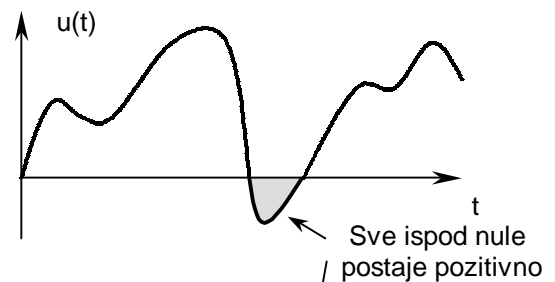
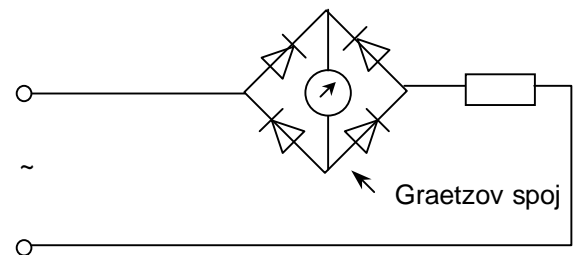
Srednja ispravljena vrijednost zove se još i elektrolitska srednja vrijednost. Budući da je aritmetička srednja vrijednost sinusnog jednaka nuli struja se ne može iskoristiti za one učinke u kojima do izražaja dolazi srednja vrijednost. Zato se struje i naponi poluvalno i punovalno ispravljaju.

Srednja ispravljena vrijednost ima značajnu ulogu i pri magnetskim mjerenjima, primjerice za mjerenje magnetske indukcije pri izmjeničnom magnetiziranju.

POLUVALNO ISPRAVLJANJE



PUNOVALNO ISPRAVLJANJE



5. Faktori signala

a) Tjemeni faktor

$$F_{ij} = \frac{U_{\max}}{U_{ef}}$$

Za sinusni valni oblik tjemeni faktor iznosi: 1.414

b) Faktor oblika

$$F_{ob} = \frac{U_{ef}}{|U_{sr}|}$$

Za sinusni valni oblik faktor oblika iznosi: 1.111

c) Srednji faktor

$$F_{sr} = \frac{|U_{sr}|}{U_{\max}}$$

Za sinusni valni oblik srednji faktor iznosi: 0.637

6. Faktor izobličenja (engleski THD, njemački Klirrfaktor)

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{U_{i\text{efektivno}}}{U_{1\text{efektivno}}} \right)^2}$$

Efektivne vrijednosti viših harmonika

Efektivna vrijednost prvog harmonika (osnovnog člana)

Može se definirati i pojedinačni faktor izobličenja:

$$D = \frac{U_{i\text{efektivno}}}{U_{1\text{efektivno}}}$$

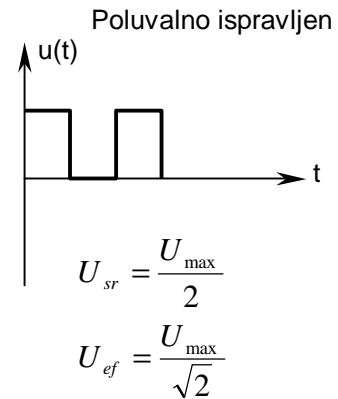
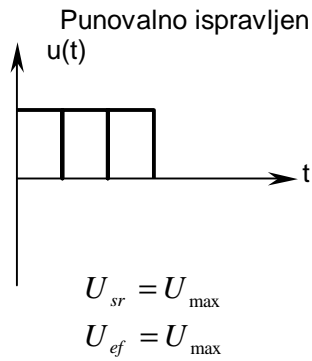
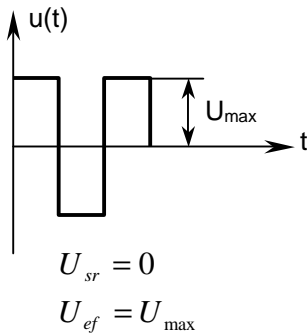
7. Valovitost

Valovitost je vrlo važan podatak kod ispravljača. Što je valovitost manja ispravljač je bolji.

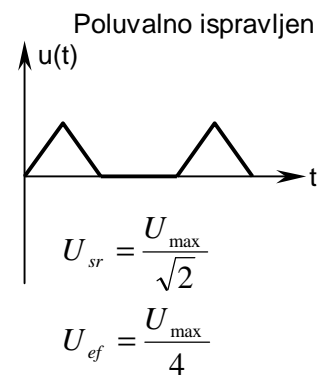
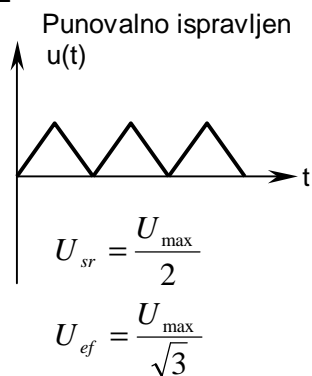
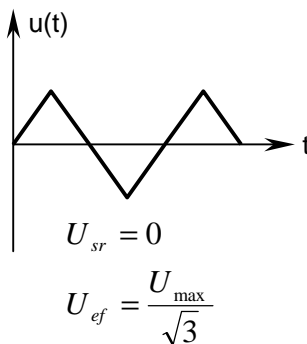
$$r = \frac{U_{\approx}}{U_{-}} = \frac{U_{AC}}{U_{DC}}$$

7.4. SVOJSTVA SIGNALA

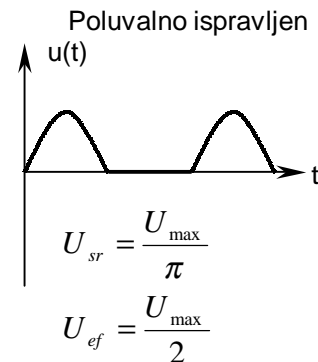
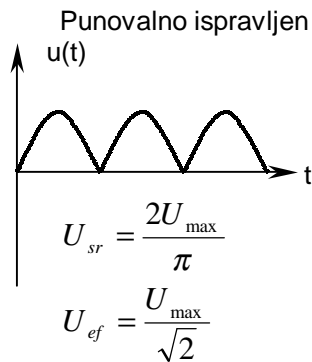
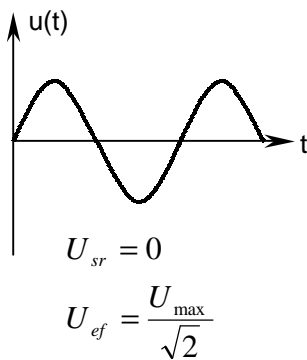
1. PRAVOKUTNI SIGNAL



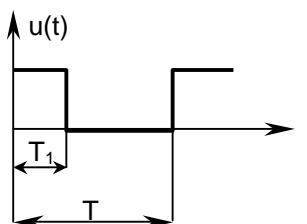
2. TROKUTASTI (PILASTI) SIGNAL



3. SINUSNI SIGNAL

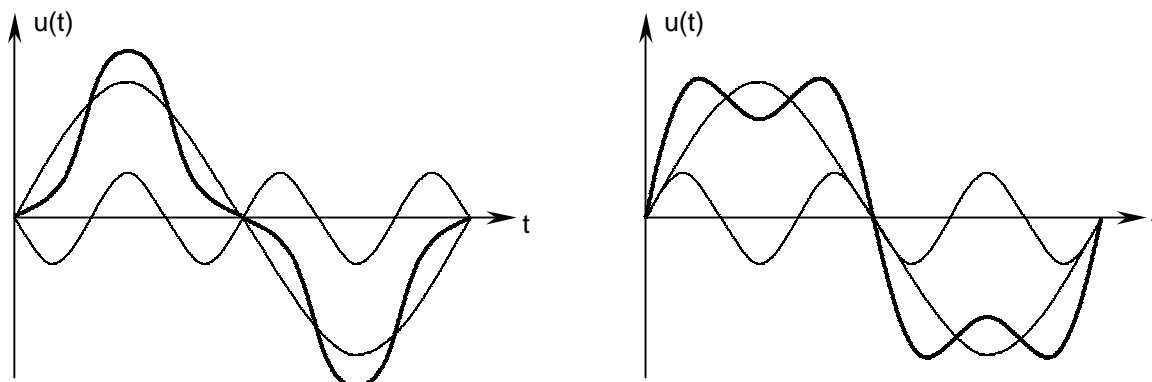


4. IMPULSNI NIZ



$$U_{ef} = U_{\max} \frac{T_1}{T} \quad U_{ef} = U_{\max} \sqrt{\frac{T_1}{T}}$$

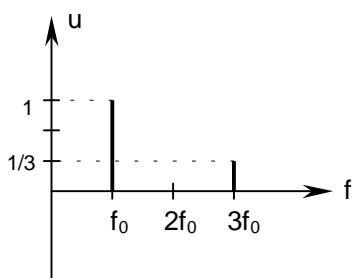
7.5. PRIKAZ SIGNALA U FREKVENCIJSKOJ DOMENI



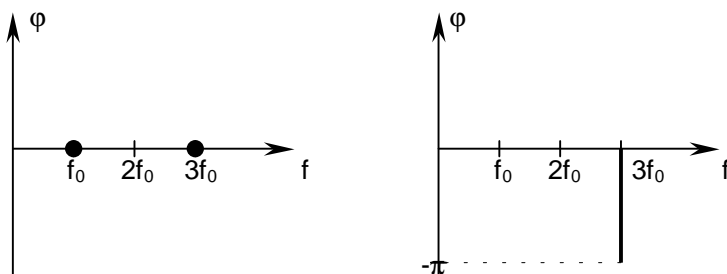
Slika: Izobličenje signala trećim harmonikom pri faznom pomaku 0° i 180°

Signale u frekvencijskom području možemo prikazivati:

1. Amplitudnim spektrom



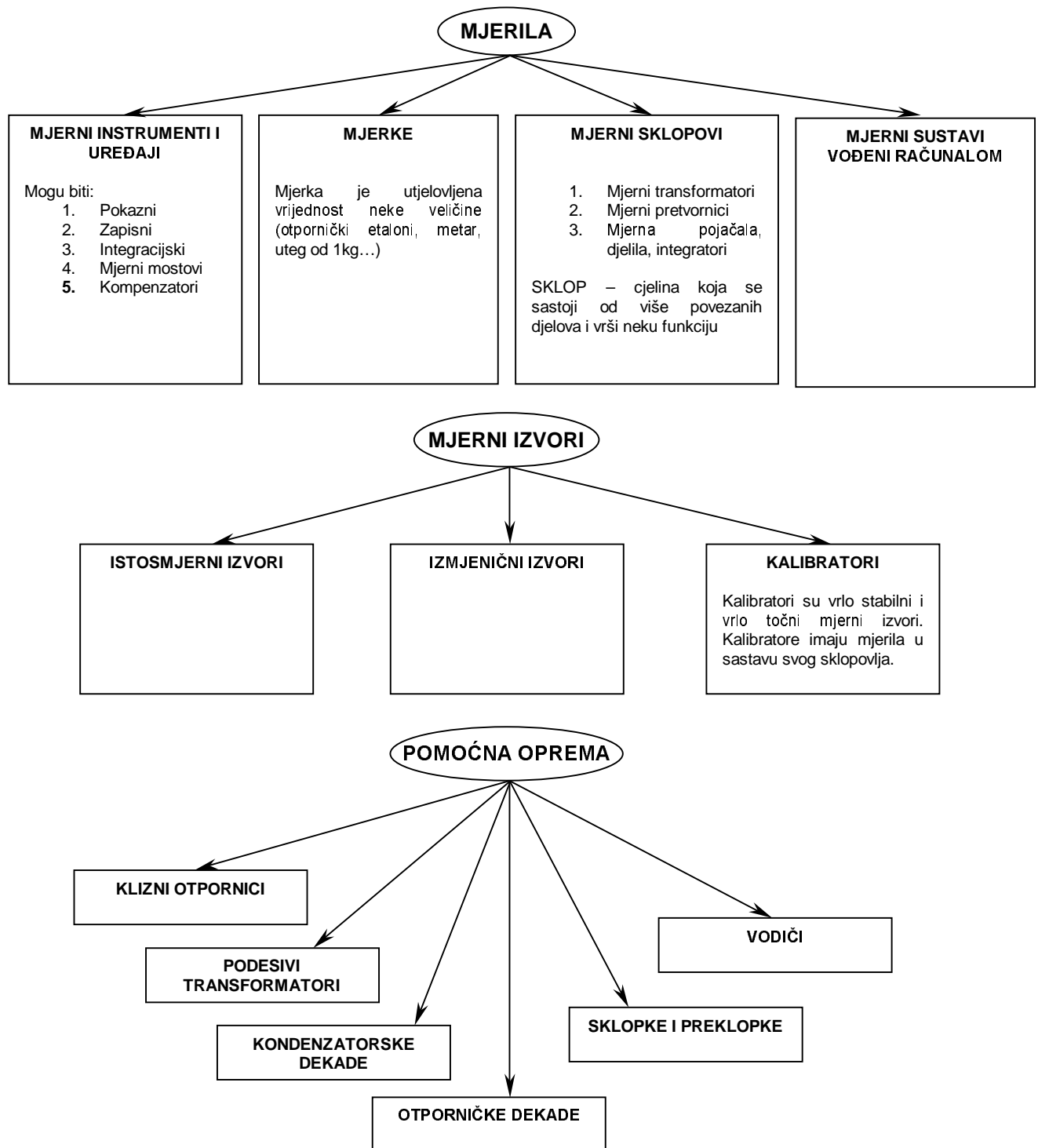
2. Faznim spektrom



8. MJERNA OPREMA

MJERNA OPREMA – sredstva koja služe mjerenju.

U mjernu opremu ubrajamo: mjerila, mjerne izvore i pomoćnu opremu.



Ukratko pomoćna oprema je sve ono što nam je potrebno za ostvarivanje mjernog kruga.

8.1. ELEKTRIČKA MJERILA

ELEKTRIČKA MJERILA – to su električni mjerni instrumenti kojima se mjere električne i neelektrične veličine pomoću elektriciteta.

Prema načinu obrade signala i prikazu mjernog signala dijelimo ih na **analogne i digitalne**.

8.1.1. ANALOGNA ELEKTRIČKA MJERILA

Analogna električka mjerila su ona mjerila koja mjerenu (analognu) veličinu prvo pretvaraju u električnu veličinu i to tako da je ta električna veličina razmjerna mjerenoj veličini. Zatim se električne veličine pretvaraju u odgovarajući mehanički pomak, a vrijednost mjerene veličine određuje se prema položaju kazaljke u odnosu na mjernu skalu.

Kod analognih mjerila, teoretski, u određenom rasponu vrijednosti kazaljka može zauzeti beskonačno mnogo različitih položaja.

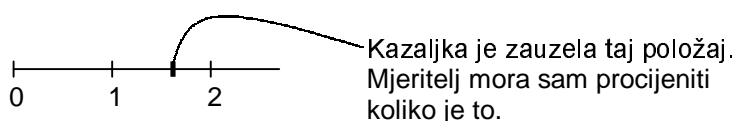
Analogna električna mjerila djelimo na:

- **Analogna elektromehanička mjerila**
- **Analogna elektronička mjerila**

Analogna elektronička mjerila sadrže sve sklopove koje imaju analogna elektromehanička mjerila, ali sadrže i dodatne sklopove kojih nema u elektromehaničkim mjerilima. To su elektronički sklopovi za obradu i pojačavanje signala i upravo ti sklopovi razlikuju elektronička od elektromehaničkih analognih mjerila. Za prikaz signala kod elektroničkih instrumenata koristi se kazaljka.

Kod analognih (elektromehaničkih i elektroničkih) instrumenata čovjek očitavajući sa skale pretvara izmjerenu vrijednost u brojčanu (kod digitalnih to radi A/D pretvornik). Pri tome čovjek griješi i to iz dva razloga:

1. Razlučivost ljudskog oka ograničena je na 0.070mm. To znači da ljudsko oko dvije točke na udaljenosti manjoj od 0.070mm vidi kao jednu.
2. Kada kazaljka zauzme neki položaj između dva podjeljka čovjek mora procijeniti koliki je iznos mjerene veličine. To je dakle subjektivna procjena.



Velika je prednost analognih mjerila u odnosu na digitalna njihova preglednost. Naime jednim pogledom na instrument istovremeno uočavamo nekoliko informacija:

- **Trenutnu vrijednost**
- **Položaj kazaljke u odnosu na mjerni domet** (ako je kazaljka na početku mjernog područja prebacujemo na niže područje kako bi smanjili pogrešku jer pogreška je najveća na početku mjernog područja)
- **Trend rasta ili pada signala** (to je korisno kod sporo promjenjivih veličina)

8.1.2. DIGITALNA ELEKTRIČKA MJERILA

Digitalna električka mjerila električne mjerne signale obrađuju i prikazuju digitalno.

Digitalni instrumenti izravno prikazuju brojčane vrijednosti mjernog signala tako da mjeritelj treba samo pažljivo očitati ono što piše na pokazniku. Time je eliminirana ljudska pogreška i zbog konačne razlučivosti ljudskog oka i zbog subjektivne procjene djela između dva podjeljka. Međutim broj vrijednosti koje može pokazati digitalni instrument je konačan, dok kazaljka kod analognih instrumenata može zauzeti beskonačno mnogo položaja.

Osim toga digitalni signal prikladan je za:

- Automatsku obradu i analizu podataka računalom (digitalni instrumenti imaju komunikacijsko sučelje koje omogućuje da ih povežemo s računalom)
- Zbog mogućnosti komunikacije s računalom postoji mogućnost automatizacije mjerenja

Digitalnim instrumentima mogu se postići veće točnosti u odnosu na analogne instrumente. Digitalni instrumenti u načelu nisu točniji od analognih, ali mogu se izvesti veće točnosti.

8.1.3. ANALOGNA ELEKTROMEHANIČKA MJERILA

Analogna elektromehanička mjerila su klasični analogni instrumenti koji ulazni impuls pretvaraju u mehanički pomak.

Sastoje se iz tri osnovna djela:

- Pomični dio s kazaljkom
- Nepomični dio s mjerilom
- Kućište

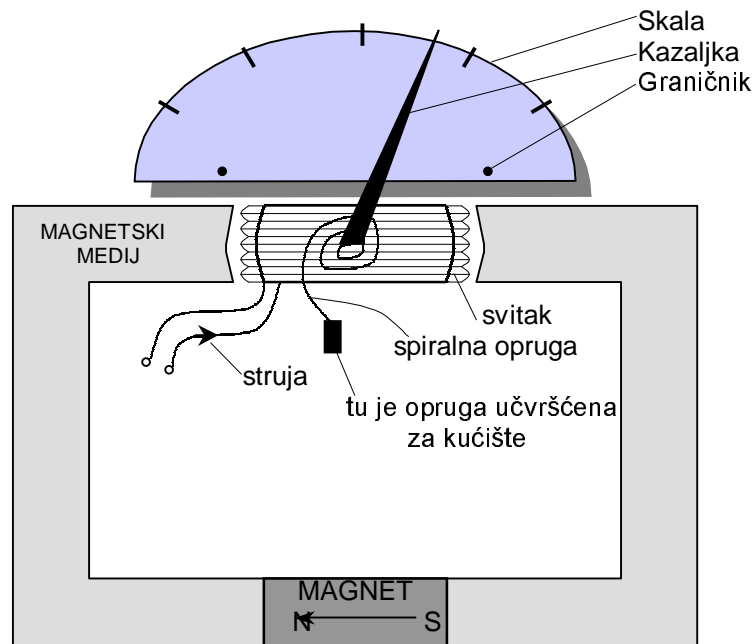
Prema načinu prikazivanja signala možemo ih podijeliti na:

- Pokazne
- Zapisne

Prema načelu rada možemo ih podijeliti na:

- Instrumenti s **elektromagnetskim** načelom rada
- Instrumenti s **elektrotermičkim** načelom rada
- Instrumenti s **elektrostatskim** načelom rada

Njačešće korišten analogni elektromehanički instrument je instrument s pomičnim svitkom i permanentnim magnetom. U nastavku objasniti ćemo načelo rada tog instrumenta.

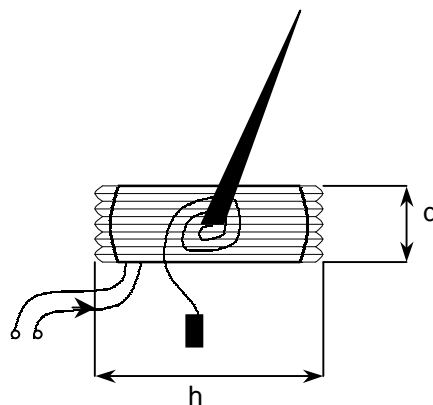


Slika: Izgled elektromehaničkog instrumenta s pomičnim svitkom i magnetom

Osnovni sastavni dijelovi instrumenta s pomičnim svitkom i magnetom:

- Magnet (magnetski luk)
- Polni nastavci (jaram) s zračnim rasporedom u koji se smješta zavojnica i koji stvara jedan magnetski krug

Pokretni dio s kazaljkom i zavojnicom zakretati će se kada zavojnicom poteče struja. Struja stvara vlastito magnetsko polje koje u interakciji s magnetskim poljem permanentnog magneta stvara **aktivni zakretni moment**.



Aktivni zakretni moment proporcionalan je struji koja prolazi kroz zavojnicu:

$$M_A = k \cdot I = B \cdot N \cdot d \cdot h \cdot I$$

Osim aktivnog zakretnog momenta postoji i protumoment kojeg stvara spiralna opruga. Kada ne bi bilo protumomenta kazaljka bi za male vrijednosti struje kroz zavojnicu imala puni otklon i ne bismo mogli mjeriti vrijednost ulazne veličine.

Protumoment je jednak umnošku direkcione konstante i otklona kazaljke:

$$M_D = -D \cdot \alpha$$

Kazaljka se zaustavlja kada se aktivni zakretni moment i protumoment izjednače.

$$M_A + M_D = 0$$

Kut pomaka kazaljke od nulte razine tada će iznositi:

$$\alpha = \frac{k}{D} \cdot I$$

Pri naglim promjenama ulazne veličine dolazi do titranja kazaljke. Zato se mora dodati nešto što će stvarati moment prigušenja i spriječiti titranje kazaljke.

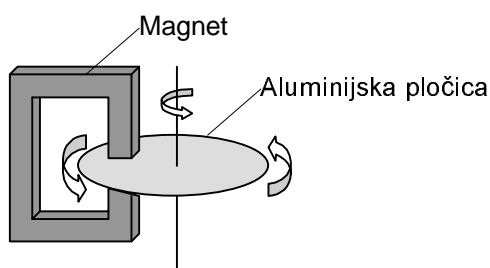
Prigušenje može biti:

- Elektromagnetsko
- Zračno
- Tekućinsko

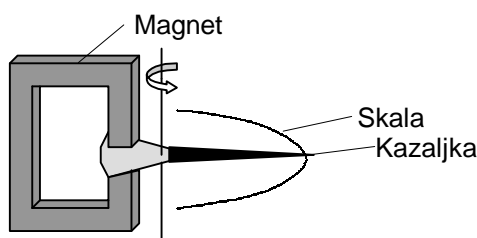
1. ELEKTROMAGNETSKO PRIGUŠENJE

Elektromagnetsko prigušenje najčešće se koristi.

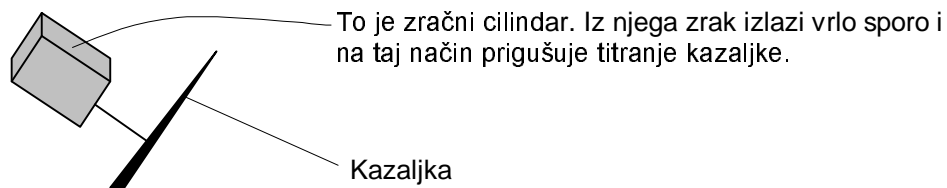
Primjeri:



Kada se aluminijska pločica okreće zbog permanentnog magneta u njoj se inducira struja. Inducirana struja stvara vlastito magnetsko polje koje u interakciji s magnetskim poljem permanentnog magneta usporava kretanje aluminijske pločice.

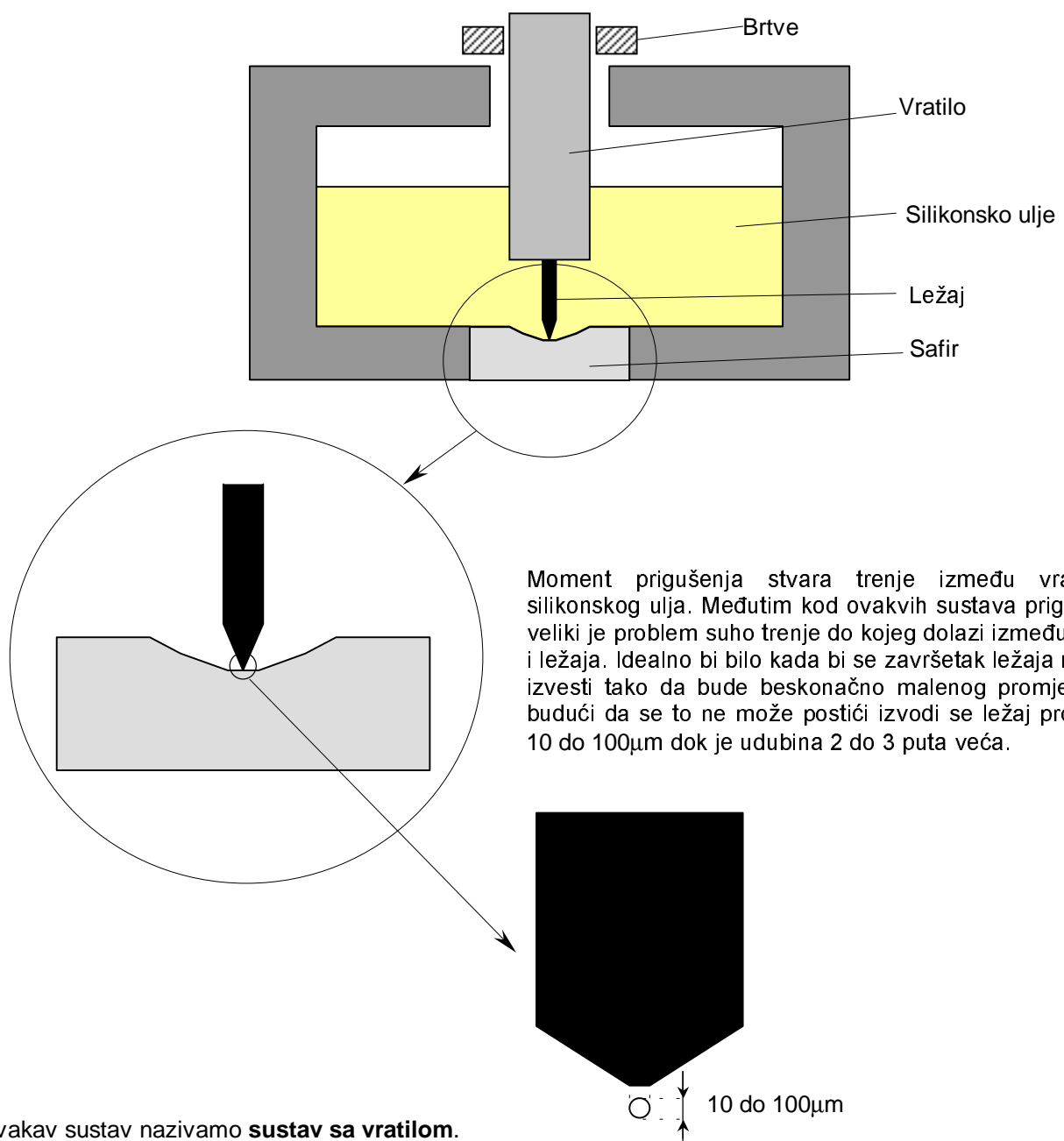


2. ZRAČNO PRIGUŠENJE



3. TEKUĆINSKO PRIGUŠENJE

Za velike prigušne momente umjesto zraka koristi se ulje. Primjerice kod točkastih oscilografa cijeli je pokretni sustav uronjen u ulje. Ako se u instrumentima koristi prigušenje tekućinom onda to izgleda ovako:

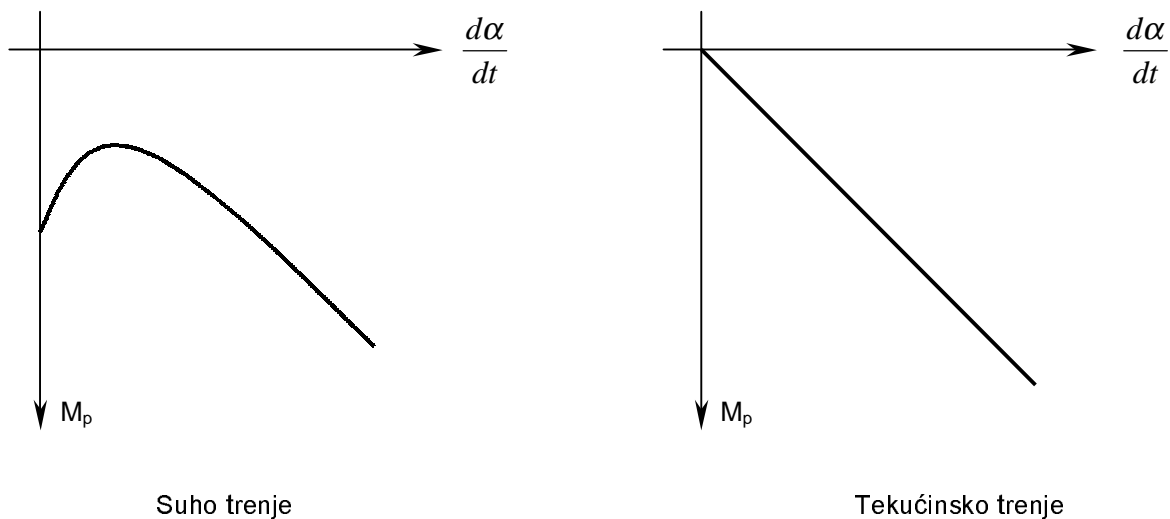


Ovakav sustav nazivamo **sustav sa vratilom**.

Svrha je takvih izvedbi vratila (promjera 10 do 100 μ m) smanjenje suhog trenja na najmanju moguću razinu jer ono uzrokuje:

- histerezu kretanja kazaljke, a histereza kazaljke dovodi do velikog rasipanja očitavanja ponovljenih mjerenja
- u ležajevima nastaju velika tlačna opterećenja (do 8GPa) što uzrokuje trošenje ležajeva.

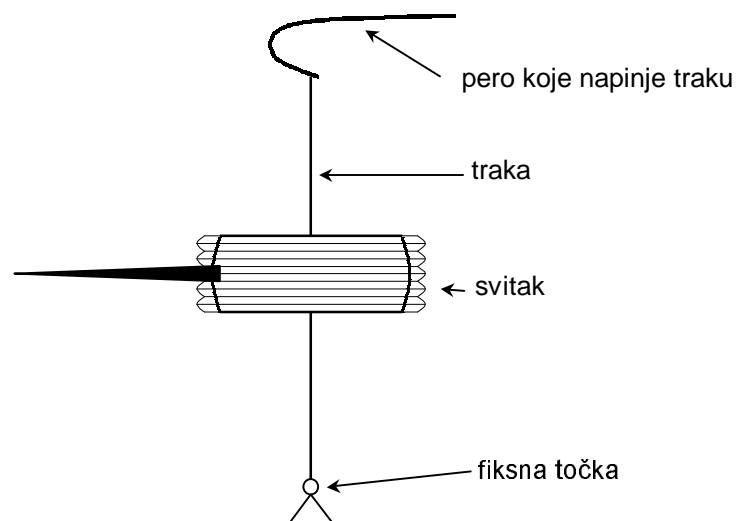
Kako bi smanjili histerezu kretanja kazaljke i tlačna opterećenja vrlo je bitno da instrument postavimo u položaj koji je naznačen na instrumentu tj. koji je proizvođač propisao kao referentni. Isto tako moramo voditi računa i o tome da porastom temperature dolazi do toplinskog rastezanja materijala i stoga mora postojati neki zračni raspor kako bi se vratilo moglo rastezati pri povišenim temperaturama.



Iz dijagrama vidimo da kod suhog trenja dolazi do histereze kretanja kazaljke dok je kod tekućinskog prigušenja karakteristika u cijelosti linearna. Stoga suho trenje treba izbjegavati.

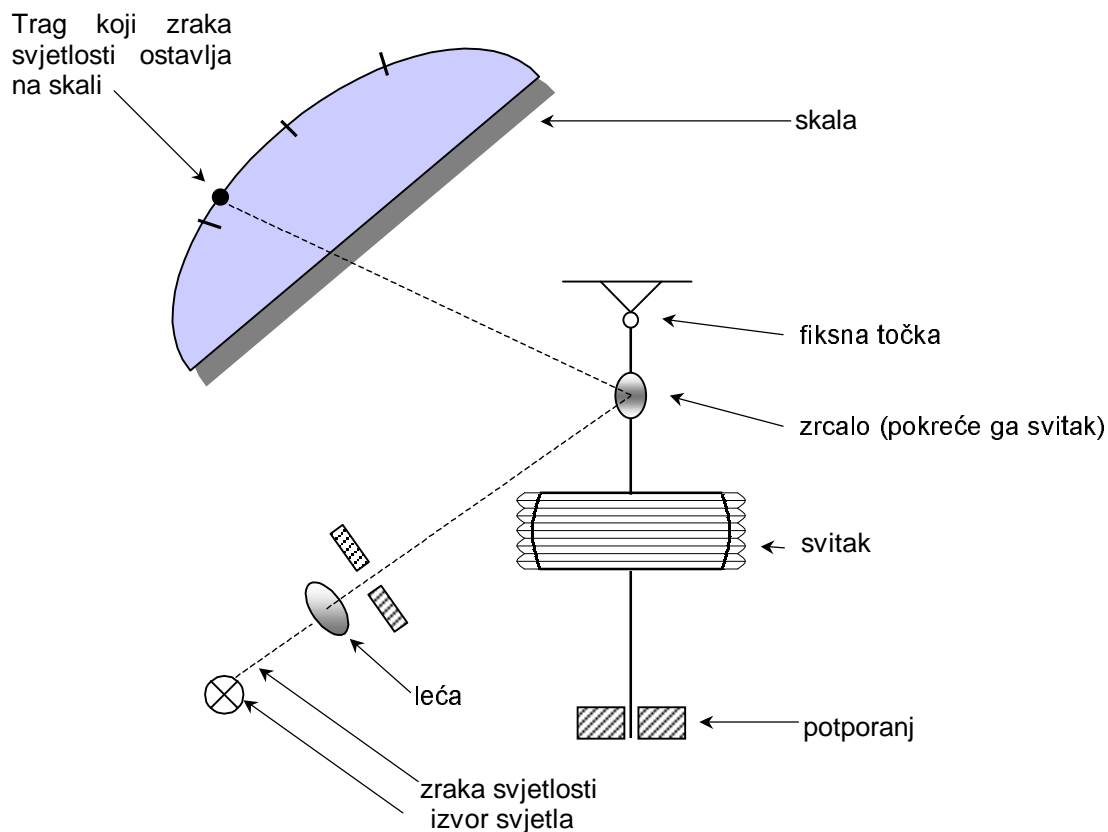
Osim sustava sa vratilom postoje još:

- **Trakom napeti sustavi (oni su razreda točnosti $r \leq 0.5$)**



Direkciomi moment stvara se silom torzije trake. U galvanometrima se često koristi i trakom zavješen sustav.

- Sustavi sa svjetlošću



Sustavi sa svjetlošću vrlo su osjetljivi na udarce. Stoga se ugrađuje potporanj koji se prilikom transporta podigne kako bi se svitak učvrstio. Na taj način sprječava se njegovo oštećenje.

KUĆIŠTA

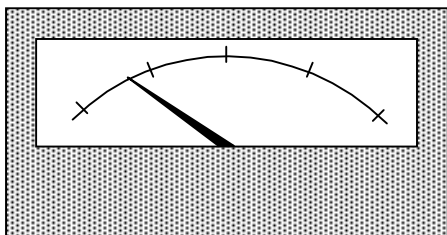
Svi dijelovi mjernog sustava nalaze se u kućištu. Kućišta možemo podijeliti na:

- Ugradna
- Prijenosna

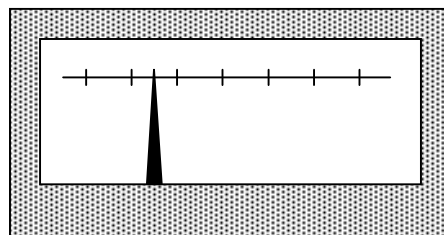
1. UGRADNA

Oblici i dimenzije ugradnih kućišta normizirani su normom DIN 43700. Razlikujemo sljedeće oblike:

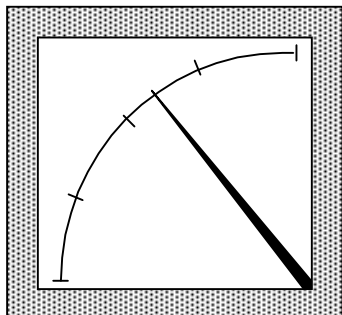
a)



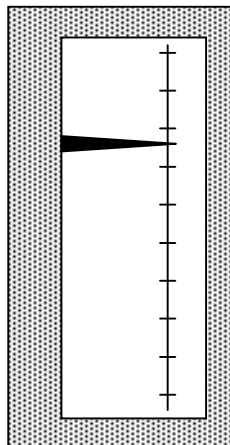
b)



c)



d)



2. PRIJENOSNA

Prijenosna kućišta mogu se podijeliti na:

- **Pogonska** - predviđena su za robusne instrumente koji su otporniji na promjene temperature i udarce, razreda točnosti od 1 do 5, a vrlo rijetko 0.5.
- **Laboratorijska** – predviđena su za finije instrumente manje otporne na udarce i promjene temperature, ali zato razreda točnosti 0.5 i manje.

KAZALJKE I MJERNE SKALE

1. KAZALJKE

Kazaljke možemo podijeliti na:

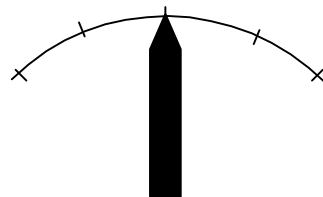
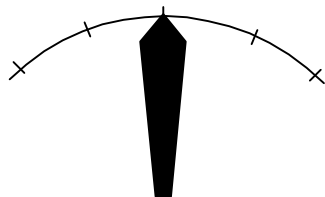
- **Pogonske**
- **Laboratorijske**

Laboratorijske možemo još dodatno podijeliti na:

- **Materijalne**
- **Svjetlosne**

Pogonske kazaljke

Pogonske kazaljke koriste se u različitim pogonskim postrojenjima. One su grube i debele tako da se mogu vidjeti i izdaleka.

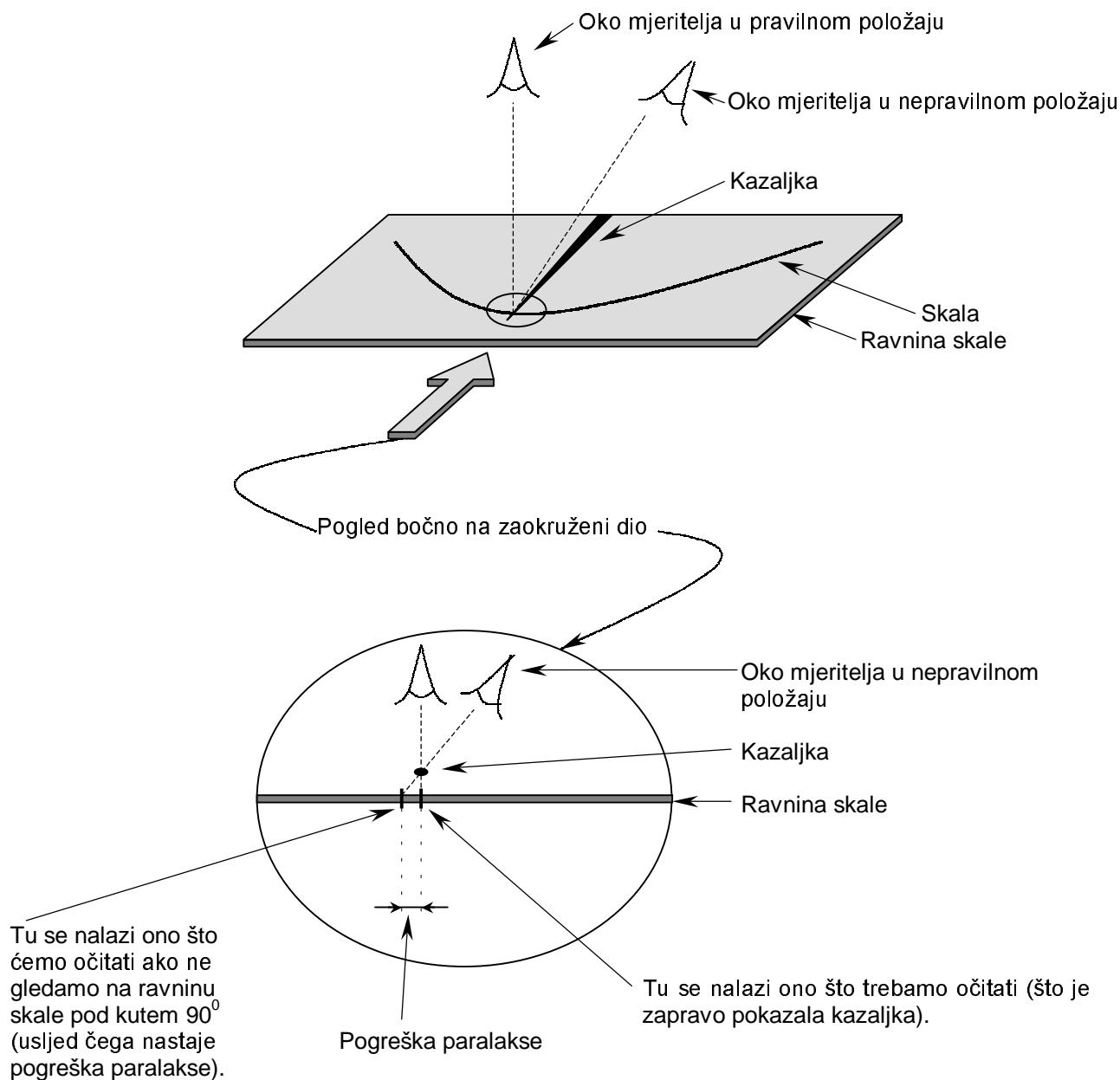


Laboratorijske kazaljke

Laboratorijske kazaljke vrlo su tanke i osjetljive jer se koriste kod preciznih mjerenja.

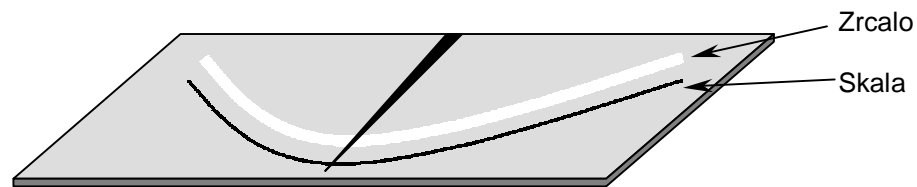
Materijalne kazaljke

Prilikom očitavanja vrijednosti mjerene veličine kod pokaznika s materijalnom kazaljkom često nastaje pojava koju nazivamo **paralaksa**.

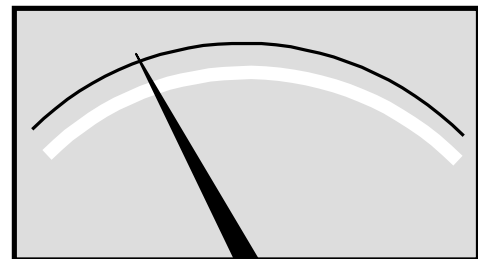
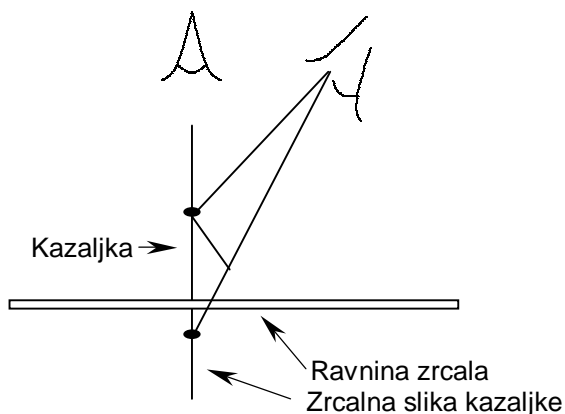


Kada mjeritelj zauzme takav položaj (prilikom očitavanja vrijednosti koju je pokazala kazaljka) da ne gleda okomito na ravninu skale već pod određenim kutem (slika gore) nastaje **pogreška paralakse**.

Pogreška paralakse eliminira se tako da se na pokazniku uz skalu postavi zrcalo.

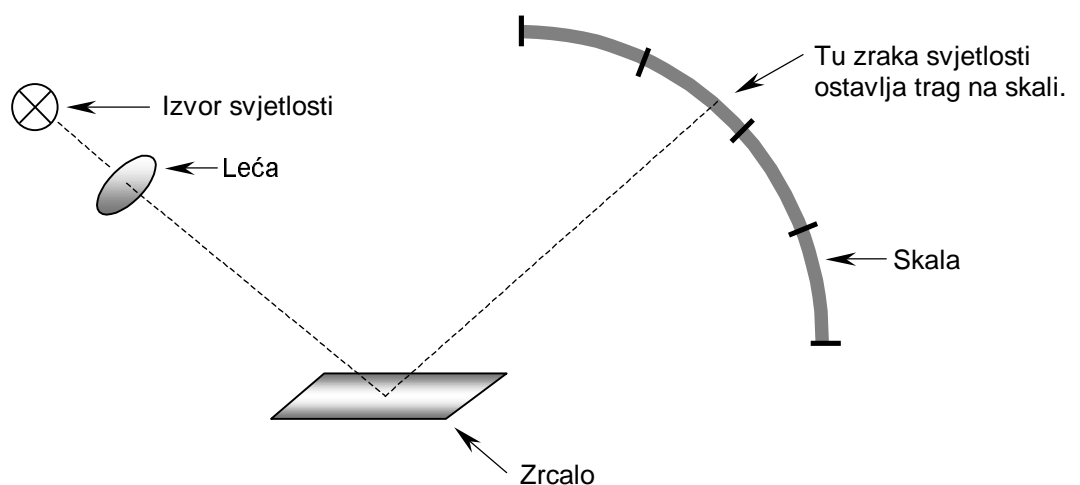


Kod ovakvog pokaznika (sa zrcalom) mjeritelj će sve dok gleda na skalu pod nekim kutem, a ne okomito, vidjeti stvarnu kazaljku ali i njezinu sliku. Pomicanjem uljevo ili udesno mjeritelj zauzima pravilan položaj. Kada je zauzet pravilan položaj mjeritelj vidi samo stvarnu kazaljku ne i njezinu sliku. Tako je izbjegnuta pogreška paralakse.

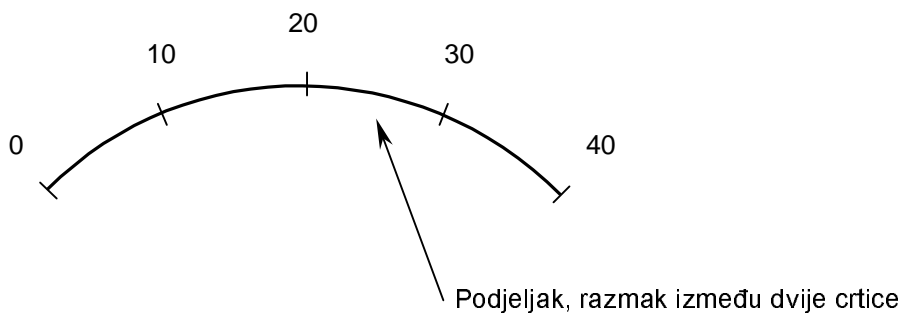


Svjetlosne kazaljke

Pod svjetlosnom kazaljkom podrazumjevamo zraku svjetlosti koju zrcalo reflektira na skalu. Zrcalo je smješteno na pomičnom organu instrumenta. Sustavi sa svjetlosnim kazaljkaama jedan su od načina eliminiranja pogreške paralakse.

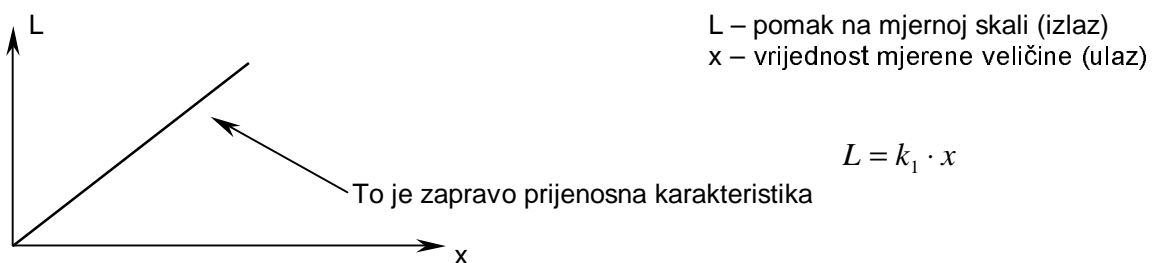


2. MJERNE SKALE



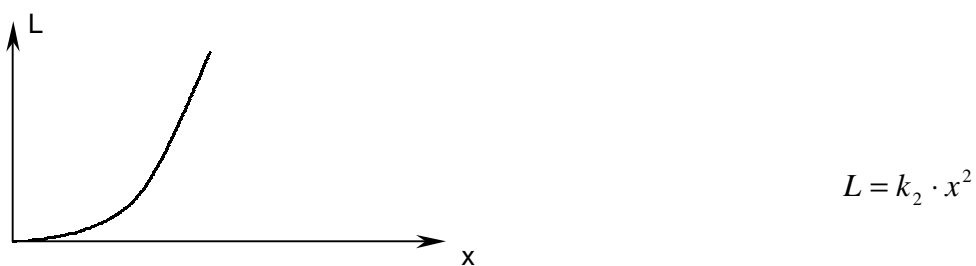
Vrste mjernih skala:

1. Linearna skala (najčešća)



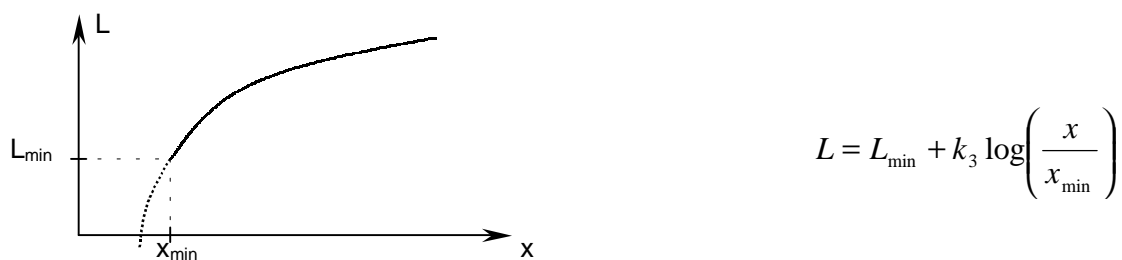
2. Kvadratna skala

Kvadratna skala primjenjuje se kada želimo mjeriti veličine čije su promjene relativno malene.

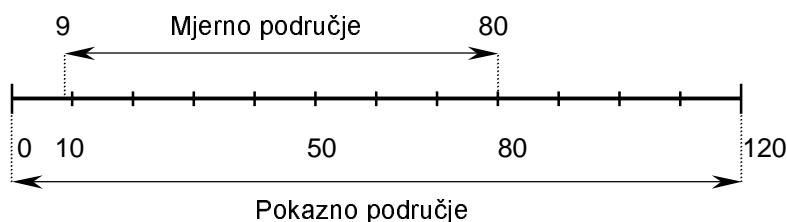


3. Logaritamska skala

Primjenjuje se kada je potrebno imati široko područje mjerene veličine.



Pri očitavanju sa mjerne skale treba obratiti pozornost na sljedeće:



Proizvođač jamči da maksimalna pogreška neće biti veća od granične pogreške samo unutar **mjernog područja** (u našem primjeru vrijednosti od 9 do 80). Gornja granica odnosno maksimalna vrijednost mjernog područja naziva se **mjerni domet (D)** (u našem primjeru 80) i izražava se mjernim jedinicama.

Pokazno područje je sve ono što se na skali može očitati (u našem primjeru sve vrijednosti od 0 do 120). Pokazno područje naziva se još i **nazivno područje ili range**. Maksimalna vrijednost pokaznog područja označava se sa α_{\max} i izražava se u podjeljcima.

Instrumente smijemo preopteretiti izvan mjernog područja (do 120 u ovom primjeru, odnosno 20%), ali to preopterećenje ne smije trajati duže od 2 sata. Nakon toga instrument se obavezno mora umjeravati.

Elektromehanički instrumenti mogu izdržati preopterećenje i do 200%, ali samo kratkotrajno (0.1 sekundu) te se nakon toga moraju umjeravati. To važi za sve elektromehaničke instrumente osim onih s termopretvornikom jer su oni vrlo osjetljivi na preopterećenja.

Konstanta skale je omjer mjernog dometa i maksimalne vrijednosti pokaznog područja.

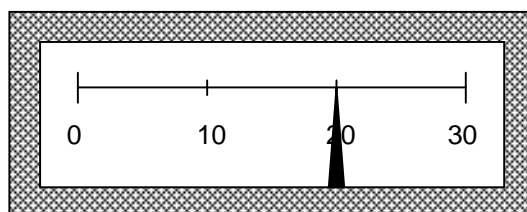
$$k = \frac{D}{\alpha_{\max}} \frac{[Mjerna_jedinica]}{[Podjeljku]}$$

Tada je mjerena vrijednost (M) jednaka umnošku konstante skale i otklonu kazaljke.

$$M = k \cdot \alpha$$

Primjer

Instrument sa slike razreda točnosti 1 priključen je na izvor mjernog signala. Kazaljka je zauzela položaj kako je prikazano. Definirano je mjesto područje instrumenta 0 do 6mA.



Konstanta skale:

$$k = \frac{6mA}{30mA} = 0.2mA / pod$$

Mjerena vrijednost:

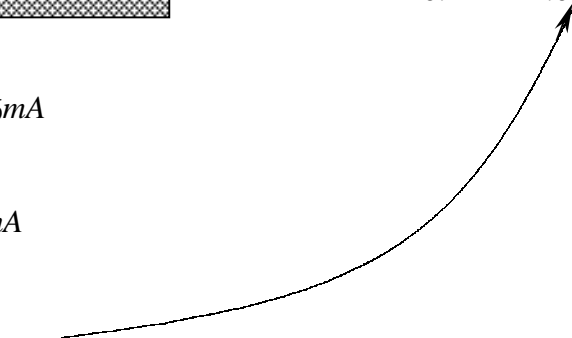
$$M = k \cdot \alpha = 0.2 \cdot 2 = 4.00mA$$

Granična pogreška:

$$G = r \cdot \frac{\alpha_{\max}}{100} = \frac{6mA}{100} = 0.06mA$$

Apsolutna nesigurnost:

$$u_a = \frac{G}{\sqrt{3}} = \frac{0.06}{\sqrt{3}} = 0.035mA$$







Mjesto zaokruživanja:
$$L = \text{ent} \left[\log \left(\frac{0.035}{1.2} \right) \right] = -2$$

Značajke elektromehaničkih mjerila:

1. Vrsta veličine koju mjeri (struja, napon, otpor...)
2. Vrsta signala koji mjeri (istosmjerni, izmjenični, pulsirajući)
3. Frekvencijski opseg (kod izmjeničnih)
4. Mjerna područja
5. Točnost mjerila
6. Unutarnji otpor
7. Područje uporabe s obzirom na utjecajne veličine

Neke značajke označavaju se znakovima:

	Instrument mjeri istosmjerni signal
	Instrument mjeri izmjenični signal
	Instrument mjeri istosmjerni i izmjenični signal
	Trofazni instrument

9. DINAMIKA GIBANJA POMIČNOG TIJELA

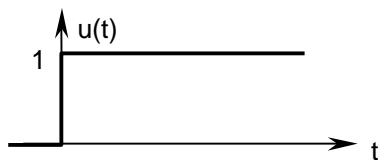
Gibanje kazaljke zajedno sa svitkom opisuje se diferencijalnom jednačbom drugog reda:

$$J \cdot \frac{d^2 \alpha(t)}{d(t)^2} + P \cdot \frac{d \alpha(t)}{d(t)} + D \cdot \alpha(t) = k \cdot I$$

Moment tromosti mase $\rightarrow J$
 Moment izazvan kutnim ubrzanjem $\rightarrow \frac{d^2 \alpha(t)}{d(t)^2}$
 Konstanta prigušenja $\rightarrow P$
 Kutna brzina $\rightarrow \frac{d \alpha(t)}{d(t)}$
 Direkciona konstanta $\rightarrow D$
 Aktivni moment $\rightarrow k \cdot I$
 Konstanta proporcionalnosti $\rightarrow k$
 Kutni pomak $\rightarrow \alpha(t)$

To je matematički model gibanja kazaljke i nazivamo ga **zakonom gibanja kazaljke**. Razmatrati ćemo ga u dva slučaja.

1. GIBANJE KAZALJKE NAKON UKLJUČENJA KONSTANTNE VELIČINE (JEDINIČNI SKOK)



Nakon što na ulaz instrumenta dovedemo napon jediničnog skoka kazaljka neće trenutno zauzeti mirujući položaj već će prije toga kratko vrijeme titrati. Kako će titrati ovisi o stupnju prigušenja.

Po definiciji moment prigušenja odnosno stupanj prigušenja iznosi:

$$S = \frac{P}{2\sqrt{D \cdot J}}$$

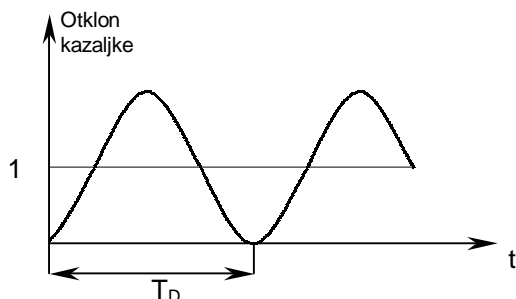
Rješenje gornje diferencijalne jednačbe iskazujemo preko tako definiranog momenta prigušenja te ono iznosi:

$$\frac{d(t)}{d(\infty)} = 1 - e^{-s\omega_0 t} \left[\cos(\omega_0 \sqrt{1-s^2} \cdot t) + \frac{s}{\sqrt{1-s^2}} \sin(\omega_0 \sqrt{1-s^2} \cdot t) \right]$$

Razmatramo četiri slučaja ponašanja sustava u ovisnosti o stupnju prigušenja:

a) $S = 0$

U ovom slučaju prigušenje je malo odnosno to je idealizirani slučaj, a takvo gibanje kazaljke naziva se **titrajno neprigušeno gibanje**.

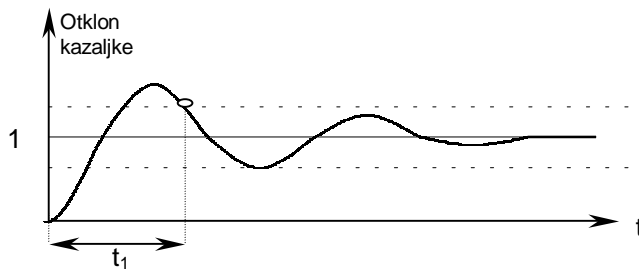


$$T_D = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \quad \leftarrow \text{Period (vrijeme) prirodnog titranja pokretnog sustava}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}} \quad \leftarrow \text{Frekvencija titranja pokretnog sustava}$$

2. $S < 1$

Ovo je realan slučaj, ovako se kazaljka giba u stvarnosti, a takvo gibanje naziva se **titrajno prigušeno gibanje**.

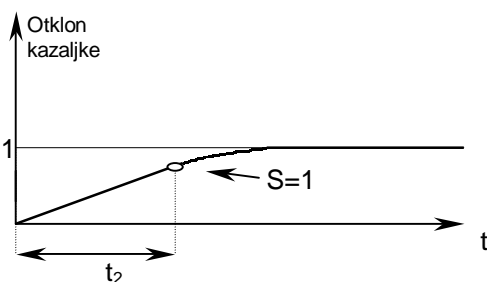


t_1 je vrijeme odziva sustava.

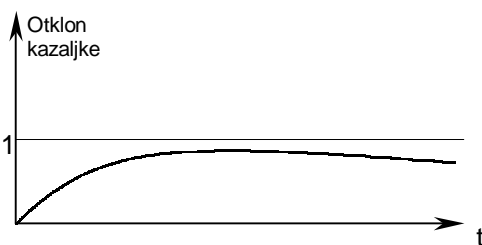
Nakon što prođe to vrijeme otklon je unutar definiranih granica sve dok se ne postigne ustaljena vrijednost.

3. $S = 1$

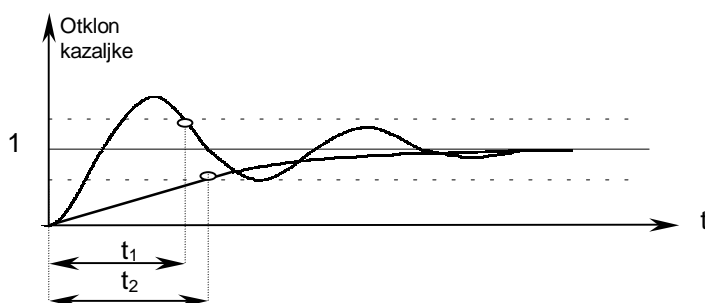
Ovakvo gibanje nazivamo granično aperiodsko gibanje.

**4. $S > 1$**

Ovakvo gibanje nazivamo aperiodsko gibanje.



Promotrimo li u istom dijagramu slučajeve $S < 1$ i $S = 1$ primjećujemo da se najkraće vrijeme odziva sustava postiže kada je prigušenje $S < 1$ i to kada je $S = 0.7$.



Konačan otklon pomičnog sustava (kazaljke):

$$\alpha = \alpha_{\infty} = \frac{k \cdot I}{D}$$

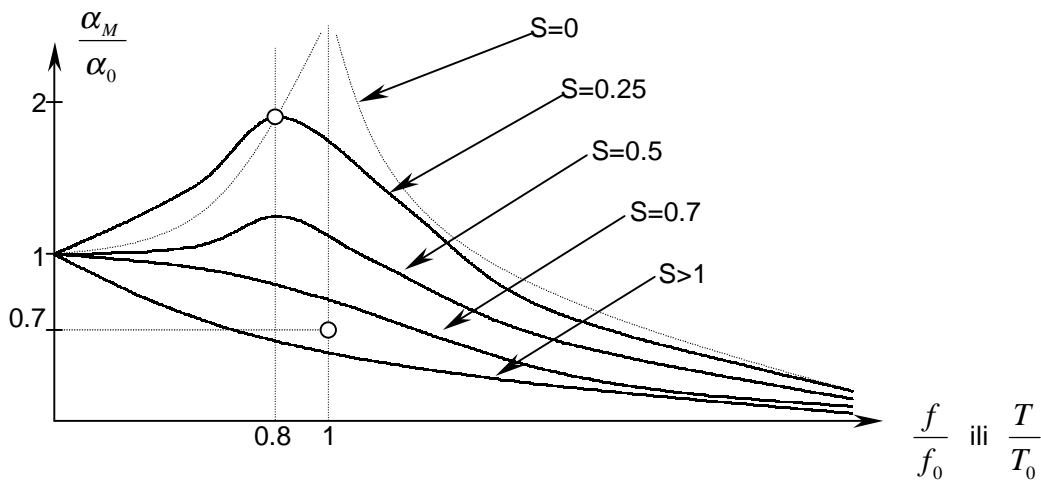
tj. nakon završetka prijelazne pojave od diferencijalne jednadžbe 2. reda ostaje samo ovo:

$$D \cdot \alpha(t) = k \cdot I$$

2. GIBANJE KAZALJKE NAKON UKLJUČENJA SINUSNOG VALNOG OBLIKA (IZMJENIČNE VELIČINE)

Amplituda ovisi o stupnju prigušenja i frekvenciji narinutog valnog oblika.

$$\frac{\alpha_M}{\alpha_0} = \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2S \cdot \frac{\omega}{\omega_0}\right]^2}} \quad \varphi = \arctg \left(\frac{2S \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \right)$$



Pri nižim frekvencijama kazaljka prati signal. Povećanjem frekvencije smanjuje se amplituda tako da u konačnici pri jako velikim frekvencijama imamo dojam da kazaljka miruje.


Prirodno titrajno vrijeme kod pokaznih instrumenata je od 50ms do 1s. Posebnim zahvatima može se smanjiti na 0.1ms ($f=10\text{kHz}$). Ti posebni zahvati su:

- Smanjenje dimenzija titrajnog djela
- Smanjenje mase titrajnog djela

10. NAČELO RADA INSTRUMENTA

Najčešće korišten analogni instrument je instrument s pomičnim svitkom i permanentnim magnetom. On mjeri samo istosmjerne veličine. Ako takvom instrumentu ugradimo ispravljač onda on može mjeriti istosmjerne i izmjenične veličine.

Simbol instrumenta s pomičnim svitkom i premanentnim magnetom: 

Simbol instrumenta s pomičnim svitkom, permanentnim magnetom i ispravljačem: 

Instrument s pomičnim svitkom, permanentnim magnetom i ugrađenim ispravljačem ima odziv na srednju ispravljenu vrijednost, a pokazuje efektivnu vrijednost (odnosno kalibriran je na efektivne vrijednosti), ali samo za sinusni valni oblik. Dakle instrument množi srednju ispravljenu vrijednost ulaznog signala sa faktorom oblika sinusnog signala.

$$U_{ef} = |\overline{U}| \cdot 1.111$$

Kada na ulaz tog instrumenta narinemo signal valnog oblika različitog od sinusnog pokazivanje će biti pogrešno. Pogreška će iznositi:

$$p_{\%} = \frac{1.111 \cdot |\overline{U}| - |\overline{U}| \cdot F_{ob}}{|\overline{U}| \cdot F_{ob}} \cdot 100\% = \frac{1.111 - F_{ob}}{F_{ob}} \cdot 100\%$$

Primjerice za pravokutni valni oblik pogreška će iznositi:

$$p_{\%} = \frac{1.111 - 1}{1} \cdot 100\% = +11\%$$

a za trokutasti (pilasti) valni oblik:

$$p_{\%} = \frac{1.111 - 1.155}{1.155} \cdot 100\% = -3.9\%$$

KALIBRACIJA (RANGING) – postupak utvrđivanja položaja oznaka na skali instrumenta.

UMJERAVANJE – određivanje odstupanja od dogovorne prave vrijednosti.

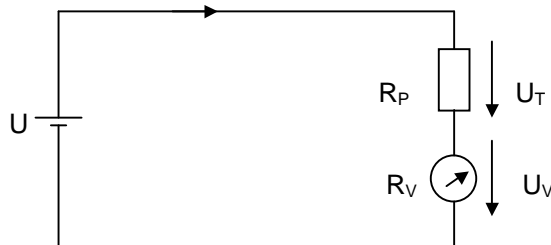
OVJERAVANJE – izdavanje potvrde da je instrument ispravan (ispravnost se utvrđuje umjeravanjem).

UGAĐANJE (ADJUSTMENT) – postupak dovođenja mjerila u ispravno stanje.

Gotovo svi instrumenti koje danas koristimo su univerzalni instrumenti. Oni imaju više naponskih i strujnih mjernih područja što se postiže proširivanjem mjernog opsega.

1. Proširenje naponskog područja

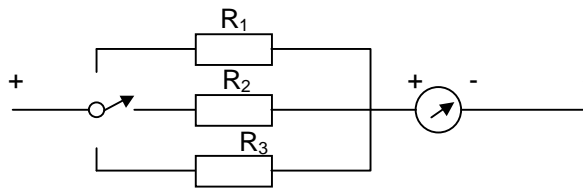
Temeljno se područje može proširiti spajanjem otpornika u seriju s mjernim sustavom pri čemu otpornik preuzima jedan dio pada napona.



$$U = U_T + U_V = I \cdot R_P + I \cdot R_V$$

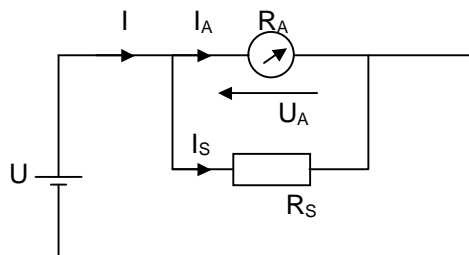
$$R_P = \frac{U - I \cdot R_V}{I} = \frac{U - U_V}{\frac{U_V}{R_V}} = \frac{R_V}{U_V} (U - U_V) = R_P$$

Može se izvesti i višestruka promjena mjernih područja pomoću sklopke:



2. Proširenje strujnog područja

Temeljno se područje proširuje spajanjem otpornika (SHUNT-a) paralelno mjernom sustavu pri čemu se jedan dio struje usmjerava u paralelno spojen otpornik.

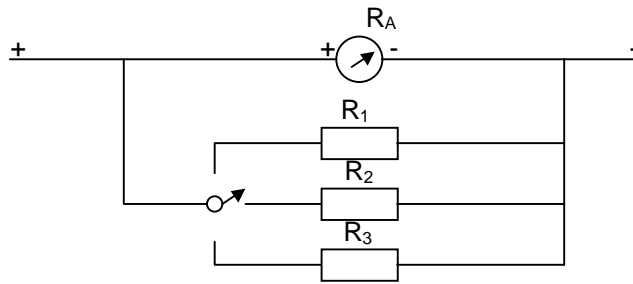


$$I = I_A + I_S$$

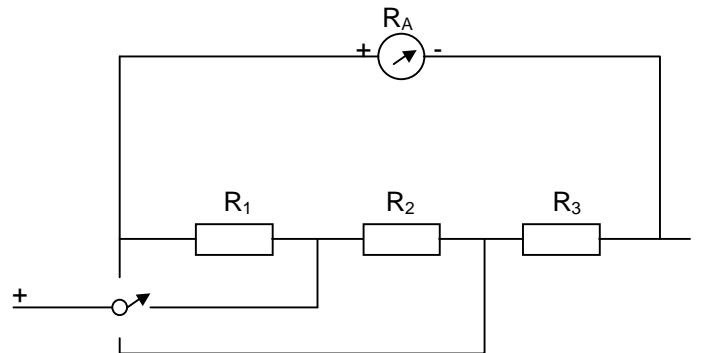
$$I_S = I - I_A = I - \frac{U_A}{R_S}$$

$$R_S = R_A \frac{I_A}{I - I_A}$$

Može se postići više mjernih područja na sljedeći način:

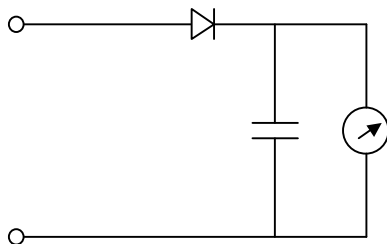


Ovakva izvedba je loša jer se pri prebacivanju sklopke prekida strujni krug suotpornika te sva struja teče kroz mjerni sustav, a to može dovesti do oštećenja.

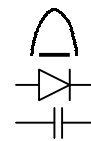


Ovakva izvedba puno je bolja od gore prikazane jer se prekida cijeli strujni krug, a na taj je način onemogućeno oštećenje mjernog sustava.

Instrument s pomičnim svitkom, permanentnim magnetom, ispravljačem i kondenzatorom koristi se za mjerenje tjemene vrijednosti napona.



Simbol:



Kondenzator se nabija na napon tjemene vrijednosti, a instrument predstavlja vrlo mali teret za kondenzator. Stoga se kondenzator ne stigne isprazniti pa je cijelo vrijeme nabijen na tjemenu vrijednost ulaznog napona, a upravo tu vrijednost pokazuje instrument. Ako je skala kalibrirana na efektivne vrijednosti sinusnog signala prilikom priključenja nesinusnog valnog oblika dolazi do pogreške.

$$U_{o\check{c}tan\ o} = U_{ef} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

$$p_{\%} = \left(\frac{F_{ob}}{\sqrt{2}} - 1 \right) \cdot 100\%$$

Primjerice, ako na ulaz dovedemo pravokutni signal pogreška će iznositi: $p_{\%} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 \right) \cdot 100\% = -29.3\%$

a za trokutasti (pilasti) signal: $p_{\%} = \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 1 \right) \cdot 100\% = +22.5\%$

VRSTE INSTRUMENATA, SIMBOL I NAČELO RADA:**1. Instrument s pomičnim svitkom i permanentnim magnetom**

- mjeri samo istosmjerne vrijednosti

2. Instrument s ukriženim svitcima i permanentnim magnetom

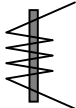
- mjeri omjer istosmjernih veličina

3. Instrument s pomičnim magnetom

- mjeri istosmjerne veličine
- robustan je

4. Kvocjentni instrument s pomičnim svitkom i magnetom

- mjeri omjer istosmjernih struja
- koristi se npr. u rezervoarima za mjerenje razine goriva

5. Instrument s pomičnim željezom

- mjeri efektivne vrijednosti izmjeničnih sinusnih i nesinusnih signala

6. Elektrodinamski instrument (to je zapravo vatmetar)

- mjeri efektivnu vrijednost istosmjernih i izmjeničnih signala
- odklon: $\bar{\alpha} = \frac{1}{T} \int_0^T i_1 \cdot i_2 dt$, do 500Hz
- taj instrument ima 4 stezaljke (dvije naponske i dvije strujne)

7. Ferodinamski ili elektrodinamski instrument

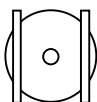
- ima željezni oklop koji ga štiti od vanjskih smetnji

8. Kvocjentni elektrodinamski instrument

- za mjerenje faktora snage i to samo za izmjenične signale

9. Indukcijski instrument s jednim svitkom

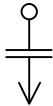
- mjeri efektivne vrijednosti samo izmjeničnih signala

10. Indukcijski instrument sa dva svitka

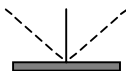
- mjeri samo izmjenične veličine
- može biti u vatmetar (može mjeriti radnu i prividnu snagu)
- pokazuje smjer okretanja trofaznog polja

11. Bimetalni instrument

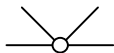
- mjeri efektivne vrijednosti istosmjernih i izmjeničnih signala
- od drugih instrumenata razlikuje se po velikoj vremenskoj konstanti ($T_0=10\text{min}$)
- koristi se za zaštitu motora od oštećenja
- trom je

12. Elektrostatski instrument

- mjeri efektivne vrijednosti istosmjernih i izmjeničnih signala do 100MHz
- ima vrlo mali vlastiti potrošak

13. Instrument s pomičnim jezičcima

- koristi se za mjerenje frekvencije
- ima jezičke koji titraju

14. Instrument s neizravnim termootpornikom

- mjeri efektivne vrijednosti istosmjernih i izmjeničnih signala
- vrlo osjetljiv na preopterećenja

15. Instrument za vrlo visoke frekvencije (do 1GHz)

- mjeri efektivne vrijednosti izmjeničnih signala visoke frekvencije
- termopar izoliran od grijače žice

16. Instrument s pomičnim svitkom, permanentnim magnetom i ispravljačem

- mjeri istosmjerne i izmjenične veličine
- ima odziv na srednju ispravljenu vrijednost
- ispravno pokazuje efektivne vrijednosti samo sinusnih signala

ZNAKOVI POLOŽAJA INSTRUMENTA

Instrument za vrijeme mjerenja treba biti u vertikalnom položaju



Instrument za vrijeme mjerenja treba biti u horizontalnom položaju



Instrument za vrijeme mjerenja treba biti pod kutem 60°

Proizvođač garantira granične pogreške samo za naznačeni položaj instrumenta.

ZNAKOVI ISPITNIH NAPONA

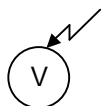
Instrument je ispitan za maksimalni napon između ulaza i kućišta i može izdržati do 500V.



Ispitni napon bio je 2kV.



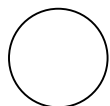
Instrument nije ispitan na izdržljivost napona.



Radi se o voltmetru čije je kućište za vrijeme mjerenja na visokom naponu, stoga nas znak upozorava da kućište ne smijemo dodirivati već gledamo izdaleka.

DODATNI ZNAKOVI

Elektrostatski oklop



Magnetski oklop



Uzemljen ili ga treba uzemljiti



Potenciometar za podešavanje mehaničke nule instrumenta



Upozorenje na poseban dokument ili upute

11. GRANIČNE POGREŠKE – TOČNOST INSTRUMENTA

Točnost je najvažnija značajka mjernih instrumenata prema kojoj su elektromehanički instrumenti razvrstani u razrede točnosti.

Točnost je određena relativnom graničnom pogreškom iskazanom postocima dogovorene referentne vrijednosti (DRV).

Dogovorena referentna vrijednost može biti:

1. **Mjerni domet** (najčešće), kod skale sa nulom na početku
2. **Raspon skale**, kada je nula u sredini skale
3. **Duljina skale**, za nelinearne skale
4. **Za instrumente koji mjere fazni pomak dogovorena referentna vrijednost je 90°**
5. **Očitana vrijednost**

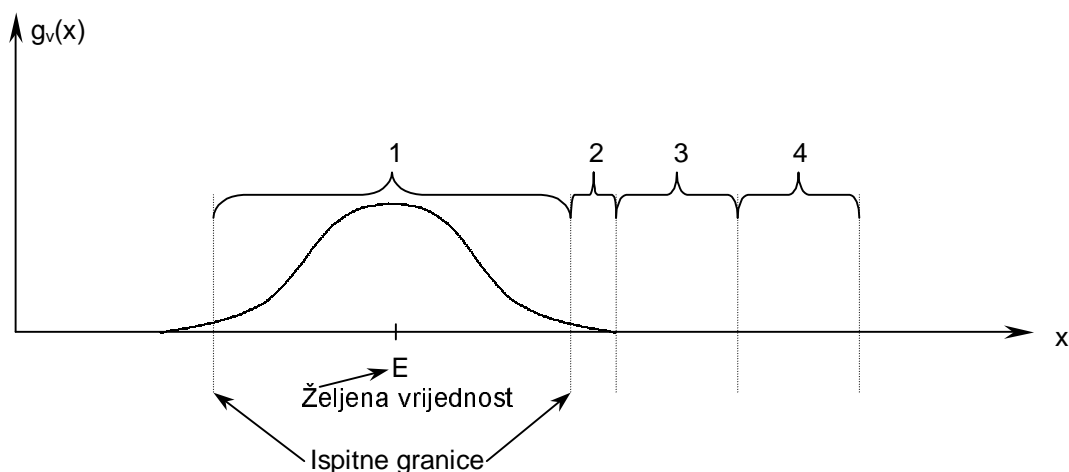
Na instrumentu može biti naznačen razred točnosti na sljedeći način:

- a) 1.5 → Tako naznačen razred točnosti upozorava da je granična pogreška 1.5% u odnosu na mjerni domet
- b) $\sqrt{1.5}$ → Granična pogreška iznosi 1.5% u odnosu na duljinu skale
- c) $\bigcirc 1.5$ → Granična pogreška iznosi 1.5% u odnosu na pokazanu (mjerenu) vrijednost

Granična pogreška je najveća dopuštena pogreška koju instrument smije imati. Proizvođač jamči da granična pogreška neće biti premašena ako se instrument pravilno koristi i ako je sam ispravan. Pravilna uporaba instrumenta podrazumjeva mjerenje unutar mjernog područja i pri referentnim uvjetima (raspon vrijednosti utjecajnih veličina).

Granična pogreška sadrži sljedeće:

1. **SISTEMATSKU POGREŠKU** (zbog neujednačene proizvodnje)
2. **MJERNA NESIGURNOST** (etalona kojim je instrument umjeravan)
3. **PONOVLJIVOST** (moguće promjene zbog starenja i utjecaja okoline)
4. **REZERVA**



Proizvođač ispituje svaki instrument i određuje ispitnu granicu. Svi instrumenti unutar te granice zadovoljavaju, ostali ne. Granice se proširuju lijevo i desno od ispitnih granica i to za vrijednost mjerne nesigurnosti i ponovljivosti. Tome se još dodaje rezerva kako bi proizvođač bio potpuno siguran da pogreška neće biti veća od one definirane razredom točnosti.

Kako je već ranije navedeno kod elektromehaničkih instrumenata granična pogreška određena je razredom točnosti (razlikujemo 10 razreda točnosti: **0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1, 1.5, 2.5, 3, 5.**), dok kod digitalnih instrumenata iskazivanje granične pogreške nije normizirano.

Primjer

Pri mjerenju napona analognim instrumentom razreda točnosti $r = 2$, mjernog dometa $D=100V$, maksimalne vrijednosti pokaznog područja $\alpha_{\max}=100$ podjeljaka instrument je imao otklon $\alpha=50$ podjeljaka. Koliki je mjereni napon, a kolika je nesigurnost mjerenja tog napona?

$$r = 2$$

$$D=100V$$

$$\alpha_{\max}=100 \text{ pod}$$

$$\alpha=50 \text{ pod}$$

$$U, u=?$$

Konstanta skale:
$$k = \frac{D}{\alpha_{\max}} \frac{100V}{100 \text{ pod}} = 1 \frac{V}{\text{pod}}$$

Mjereni napon:
$$U = k \cdot \alpha = 1 \cdot 50 = 50V$$

Granična apsolutna pogreška:
$$G_a = r \cdot \frac{D}{\alpha_{\max}} = 2 \cdot \frac{100}{100} = 2.00V$$

Apsolutna mjerna nesigurnost:
$$u_a = \frac{G_a}{\sqrt{3}} = 1.2V$$

Postotna mjerna nesigurnost:
$$u_{\%} = \frac{u_a}{U} \cdot 100\% = 2.3\%$$

Cjelovit iskaz mjernog rezultata:

$$U = (50 \pm 1.2)V$$

$$U = 50(1 \pm 0.023)V$$

$$U = 50(1 \pm 2.3\%)V$$

REFERENTNI UVJETI

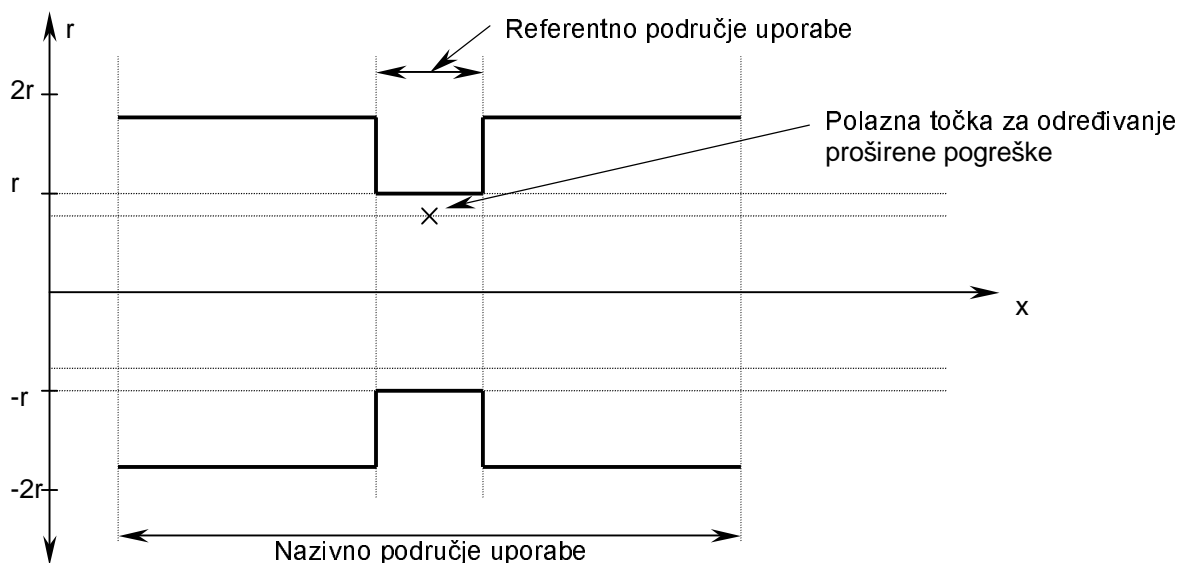
Na otklon kazaljke prilikom mjerenja osim mjerene veličine utječu i neke druge veličine koje nazivamo utjecajne veličine. Kako bi se ograničilo utjecajne veličine propisane su njihove referentne vrijednosti pri kojima instrument mora mjeriti s pogreškom manjom od granične. Najčešće proizvođači u specifikacijama mjerila ne navode referentno područje vrijednosti utjecajnih veličina. Ako proizvođač nije naveo referentno područje onda za analogna mjerila vrijede ograničenja navedena u tablici propisana normom IEC 60051-1:

UTJECAJNA VELIČINA	REFERENTNA VRIJEDNOST	TOLERANCIJA	UVJETI
Temperatura okoline	20°C, 23°C, 27°C	$\pm 1^{\circ}\text{C}$ $\pm 2^{\circ}\text{C}$	Za razred točnosti do uključivo 0.3 Za razred točnosti 0.5 naviše
Valovitost	50%	$\pm 10\%$	
Električno polje	0kV/m	1kV/m	Za frekvencije 0 do 65 Hz
Magnetsko polje	0A/m	40A/m	Za frekvencije 0 do 65 Hz
Valovitost istosmjerne veličine	0%	1% 3%	Za razred točnosti do uključivo 0.3 Za razred točnosti 0.5 naviše
Izobličenje istosmjerne veličine	0%	1% 5%	Za instrumente sa ispravljačem koji ne mjere pravu efektivnu vrijednost Za instrumente koji mjere efektivnu vrijednost
Položaj		$\pm 1\%$	Od naznačenog položaja
Pomoćni izvori		$\pm 5\%$ $\pm 1\%$	Nazivnog napona Nazivne frekvencije

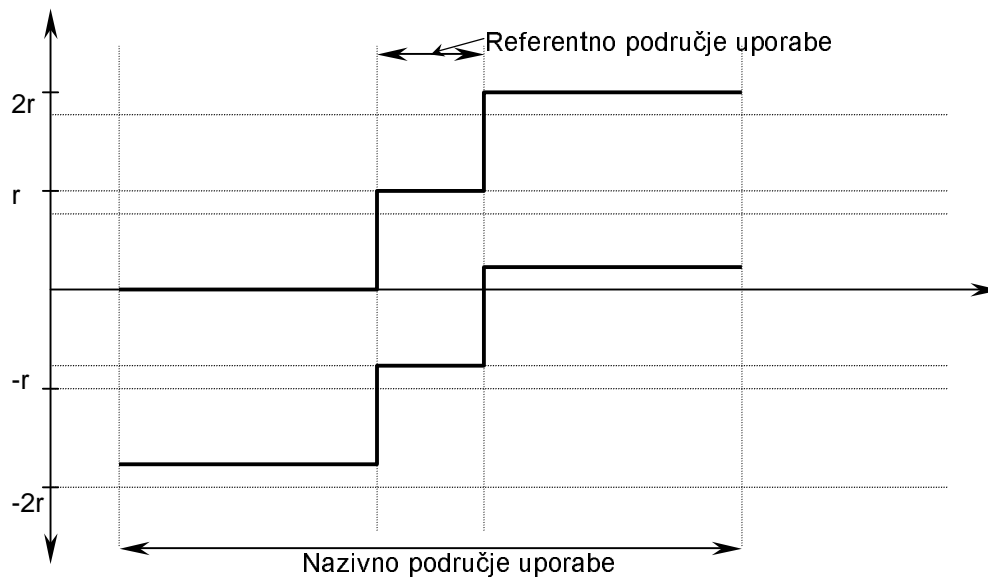
Ako koristimo pomoćne izvore za napajanje dozvoljeno je da napon varira $\pm 5\%$, a frekvencija $\pm 1\%$. Međutim navedene su granice preuske za uporabu u laboratoriju. Stoga kada se instrument koristi pri vrijednostima utjecajnih veličina izvan referentnog područja, a unutar **nazivnog područja uporabe** dozvoljene su dodatne pogreške koje zovemo **varijacije**.

Temperatura	$\pm 10^{\circ}\text{C}$ od referentne
Vlaga	25% do 80%
Električno polje	do 25kV/m
Magnetsko polje	do 400 A/m

Varijacija maksimalno može biti jednaka graničnoj pogrešci odnosno ne smije biti veća od graničnih pogrešaka određenih indeksom razreda točnosti. Dakle ako radimo u najlošijim uvjetima radimo sa dvostrukom graničnom pogreškom.



Neki proizvođači u specifikacijama mjerača daju to prošireno područje koje izgleda ovako:



Do ponovljivosti odnosno neponovljivosti dolazi zbog:

- **Trenja**
- **Nesigurnosti očitavanja koja se sastoji iz dvije komponente**
 1. **Konačna razlučivost ljudskog oka.** Ljudsko oko ne može razlučiti dvije točke na udaljenosti manjoj od 0.070mm već ih vidi kao jednu.
 2. **Procjena djela između dva podjeljka.** U velikom broju slučajeva kod analognih pokaznika kazaljka zauzme položaj između dva podjeljka (dvije crtice) i tada mjeritelj sam mora procijeniti koliko je kazaljka pokazala.

Stoga je vrlo važno da se prilikom računanja ukupne nesigurnosti u obzir uzme i nesigurnost očitavanja sa skale bilo da se radi o skali sa linearnom, kvadratnom ili logaritamskom podjelom. Nadalje je objašnjeno kako se računaju nesigurnosti očitavanja kod pojedinih skala.

1. SKALA SA LINEARNOM PODJELOM

Očitavanje u podjeljcima na skali s linearnom podjelom proporcionalno je duljini od ništice do tog podjeljka (d u milimetrima)

$$\alpha[pod] = k_1 \left[\frac{pod}{mm} \right] \cdot d[mm]$$

gdje je k_1 konstanta skale $k_1 = \frac{\alpha_{max}}{d_{max}}$, α_{max} je domet, a d_{max} je duljina skale.

Na temelju pravila o širenju nesigurnosti, nesigurnost očitavanja na skali s linearnom podjelom iskazana podjelijcima (uz pretpostavku idealne linearnosti) iznosi:

$$u_{aps}[pod] = \frac{\partial \alpha}{\partial d} \cdot u_d = k_1 \cdot u_d = u_d[mm] \cdot \frac{\alpha_{max}[pod]}{d_{max}[pod]}$$

Zdravo ljudsko oko ne može razlučiti dvije točke na razmaku manjem od 0.07mm što je dodatni izvor nesigurnosti.

Ta nesigurnost iznosi: $u_d = \frac{0.07}{\sqrt{3}} = 0.04mm$

Nesigurnost očitavanja na skali s linearnom podjelom iskazana u postocima iznosi:

$$u_{\%} = \frac{u_{aps}[pod]}{\alpha[pod]} \cdot 100\% = \frac{u_d \cdot \alpha_{max}}{\alpha \cdot d_{max}} \cdot 100\%$$

Primjer

Za $\alpha_{max} = 150,0$ pod i $d_{max} = 135,0mm$ pri otklonu 75,0 pod nesigurnost očitavanja na skali s linearnom podjelom iznosi:

$$u_{aps}[pod] = 0,04 \cdot \frac{150,0}{135,0} = 0,044 pod$$

$$u_{\%} = \frac{0,04}{75,0} \cdot \frac{150}{135} \cdot 100\% = 0,059\%$$

2. SKALA SA LOGARITAMSKOM PODJELOM

Duljina $d[mm]$ od mehaničke ništice do nekog otklona $\alpha[pod]$ na skali s logaritamskom podjelom u rasponu od d_{min} do d_{max} (d_{min} mora biti odmaknut od mehaničke ništice) iznosi:

$$d = d_{min} + k_2 \log \frac{\alpha}{\alpha_{min}}$$

k_2 je konstanta skale, a računa se ovako:

$$k_2 = \frac{d_{max} - d_{min}}{\log \left(\frac{\alpha_{max}}{\alpha_{min}} \right)}$$

Otklon α računa se prema izrazu:

$$\alpha = \alpha_{min} \cdot 10^{\frac{d - d_{min}}{k_2}}$$

Nesigurnost očitavanja izražena u postocima iznosi:

$$u_{\%} = \frac{u_{aps}}{\alpha} \cdot 100\% = \frac{\frac{\partial \alpha}{\partial d} \cdot u_d}{\alpha} \cdot \frac{100}{\alpha} \% = \frac{230,3 u_d}{d_{\max} - d_{\min}} \log \frac{\alpha_{\max}}{\alpha_{\min}} \%$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial d} = \alpha_{\min} \cdot 10^{\frac{d-d_{\min}}{k_2}} \cdot \frac{\ln 10}{k_2}$$

Primjetimo da je u rasponu od α_{\min} do α_{\max} nesigurnost očitavanja iskazana u postocima konstantna tj. ne ovisi o otklonu kazaljke.

Primjer

Zadano je $\alpha_{\min} = 10.0$ podjeljaka, $\alpha_{\max} = 150.0$ podjeljaka, $d_{\min} = 4.0$ mm, $d_{\max} = 135.0$ mm.

Tada postotna nesigurnost očitavanja na skali sa logaritamskom podjelom iznosi:

$$u_{\%} = \frac{230.3 \cdot 0.04}{131.0} \cdot 1.176\% = 0.083\%$$

3. SKALA SA KVADRATNOM PODJELOM

$$\left. \begin{aligned} x &= k \cdot \alpha \\ L &= k_1 \cdot x^2 = k_2 \cdot \alpha^2 \end{aligned} \right\} \alpha = \sqrt{\frac{L}{k_2}}$$

Nesigurnost očitavanja u apsolutnom iznosu:

$$u_a(L) = \frac{\partial \alpha}{\partial L} \cdot u_d$$

Nesigurnost očitavanja u postocima iznosi:

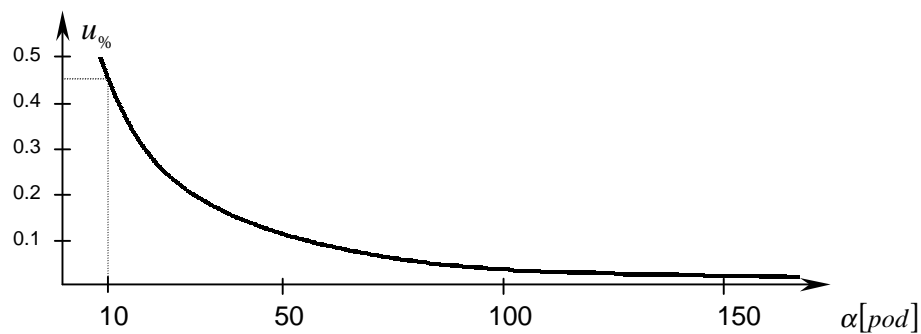
$$u_{\%} = \frac{u_d}{2L_{\max}} \left(\frac{\alpha_{\max}}{\alpha} \right) \cdot 100\%$$

U tablici su prikazane postotne nesigurnosti očitavanja sa pojedinih skala za otklone 150, 75, 40 i 10 podjeljaka.

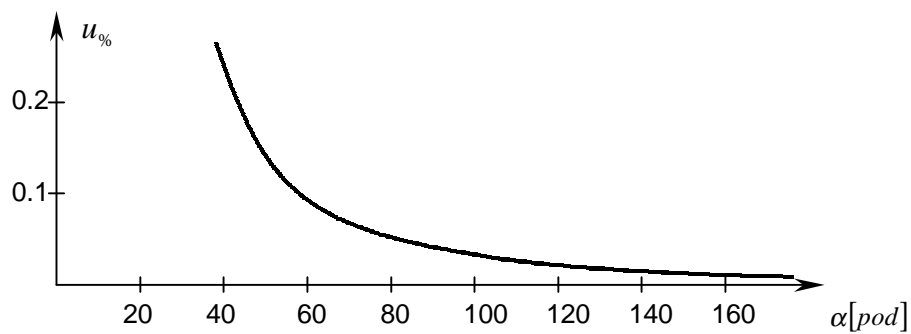
Otklon α u podjeljcima	Skala sa linearnom podjelom	Skala sa kvadratnom podjelom	Skala sa logaritamskom podjelom
150	$u_{\%} = 0.030$	$u_{\%} = 0.015$	$u_{\%} = 0.09$
75	$u_{\%} = 0.060$	$u_{\%} = 0.060$	$u_{\%} = 0.09$
40	$u_{\%} = 0.11$	$u_{\%} = 0.21$	$u_{\%} = 0.09$
10	$u_{\%} = 0.44$	Ne može se očitati	$u_{\%} = 0.09$

Grafički prikaz vrijednosti iz tablice:

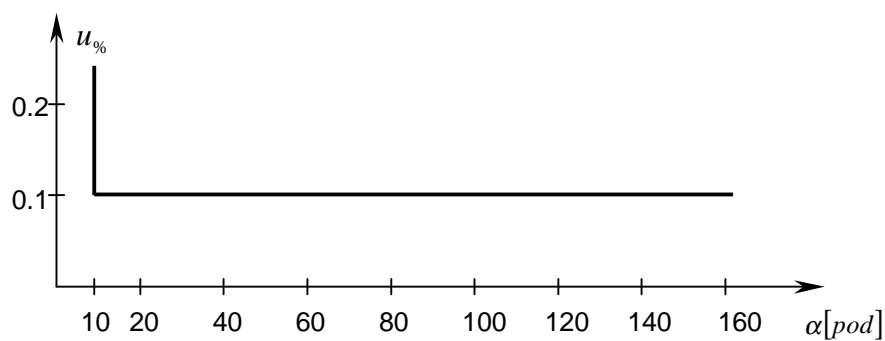
Skala sa linearnom podjelom



Skala sa kvadratnom podjelom



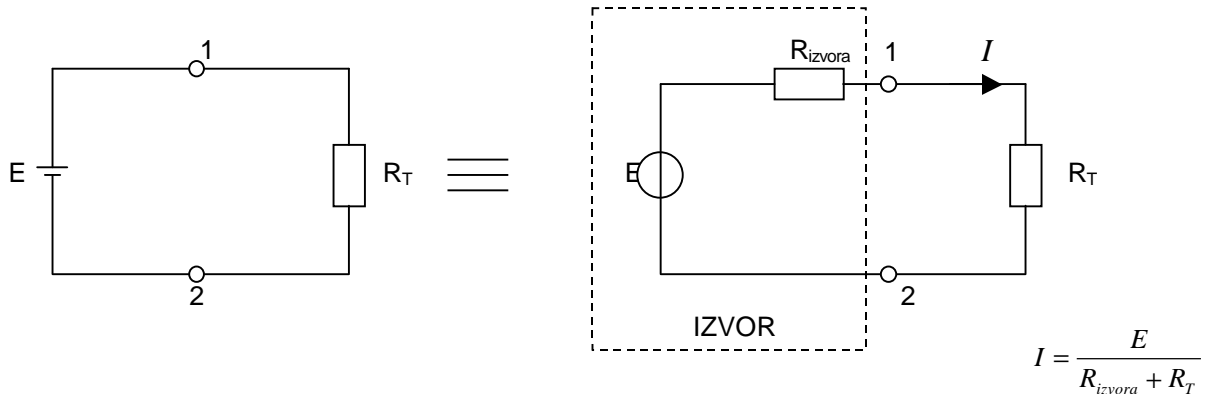
Skala sa logaritamskom podjelom



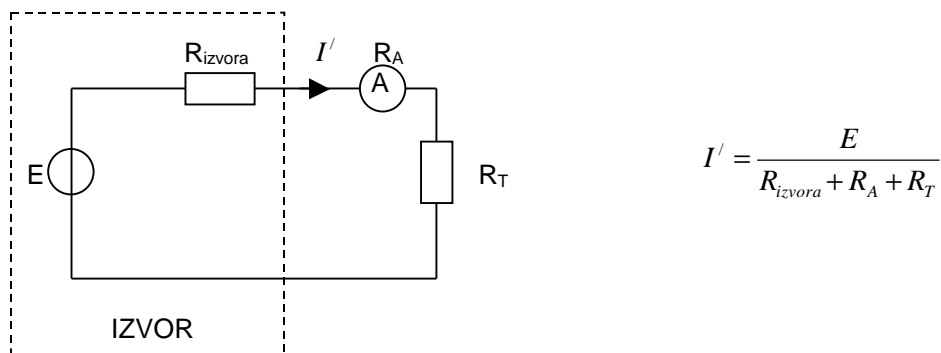
Još je jedna vrlo važna značajka instrumenta njegov unutrašnji otpor. Instrumentom za vrijeme mjerenja protječe struja pri čemu dolazi do pada napona zbog unutrašnjeg otpora instrumenta, a time i do pogreške u mjerenju.

1. Utjecaj unutrašnjeg otpora instrumenta pri mjerenju struje

Izgled osnovnog mjernog kruga:



Sada u osnovni mjerni krug uključujemo ampermetar:



Nakon uključenja ampermetra mjernim krugom više ne teče struja I koju želimo mjeriti već struja I' koja je manja i to upravo zbog unutrašnjeg otpora ampermetra.

Pogreška mjerenja struje u apsolutnom iznosu:

$$p_{aps}(I) = I' - I = -\frac{E}{R_{izvora} + R_T} \cdot \left(\frac{R_A}{R_{izvora} + R_A + R_T} \right)$$

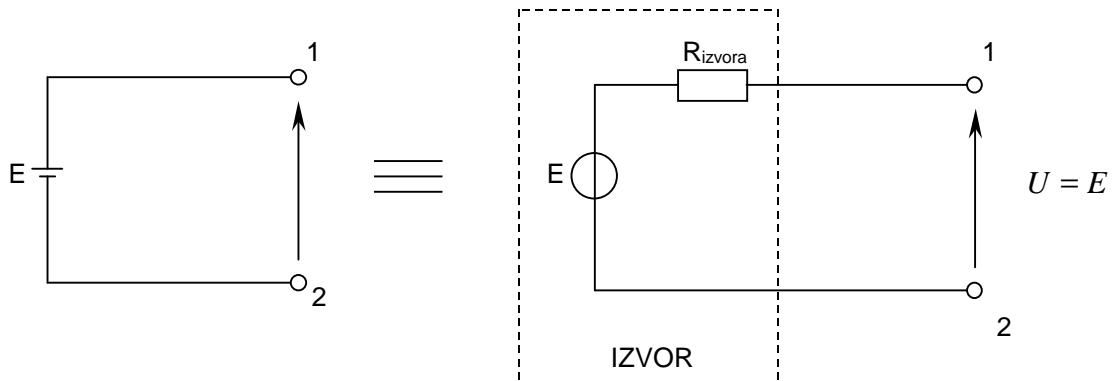
Pogreška u postocima:

$$p_{\%}(I) = -\frac{R_A}{R_{izvora} + R_A + R_T} \cdot 100\%$$

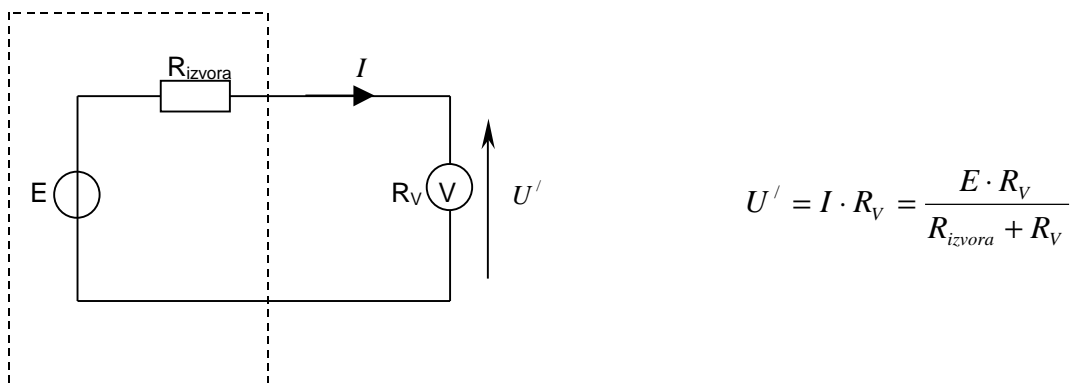
Pogreška je negativna jer je izmjerena struja manja od stvarne. Pogreška se povećava povećanjem unutrašnjeg otpora ampermetra. Idealni bi ampermetar imao beskonačno malen unutarnji otpor, ali budući da je to nemoguće postići sistematska je pogreška uvijek prisutna.

2. Utjecaj unutrašnjeg otpora instrumenta pri mjerenju napona

Izgled osnovnog mjernog kruga:



Sada u osnovni krug uključimo voltmetar:



Nakon uključivanja voltmetra mjernim krugom poteče struja I koja uzrokuje pad napona na voltmetru. Zato je napon U' koji mjerimo manji od stvarnog napona U .

Pogreška mjerenja napona u apsolutnom iznosu:

$$p_a(U) = U' - U = -\frac{E \cdot R_{izvora}}{R_{izvora} + R_V}$$

Postotna pogreška:

$$p_{\%}(U) = -\frac{R_{izvora}}{R_{izvora} + R_V} \cdot 100\%$$

Pogreška je negativna jer je izmjereni napon U' manji od stvarnog napona U . Pogreška se povećava smanjenjem unutrašnjeg otpora voltmetra. Idealni bi voltmetar imao beskonačno velik unutrašnji otpor, ali budući da je to nemoguće postići sistematska je pogreška uvijek prisutna.

Kod voltmetara sa više mjernih područja ne navodi se podatak o unutrašnjem otporu već **karakteristični koeficijent voltmetra (k_v)**.

Njegova je mjerna jedinica $\frac{\Omega}{V}$.

Taj podatak upućuje nas na to kako ćemo izračunati unutrašnji otpor na određenom mjernom području:

$$R_{UP} = k_v \cdot D$$

Unutrašnji otpor voltmetra na određenom mjernom području

Mjerni domet određenog mjernog područja

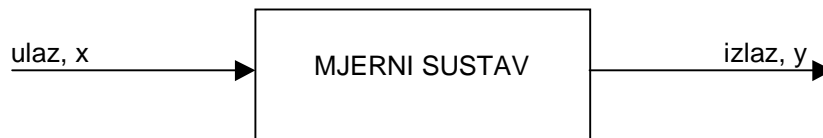
Primjer

Imamo voltmetar s mjernim područjima 10 – 30 – 100 - 300V, karakterističnog koeficijenta $k_v=10\text{k}\Omega/\text{V}$. Koliki je unutrašnji otpor na području 30V?

$$R_{UP} = k_v \cdot D = 10 \frac{\text{k}\Omega}{\text{V}} \cdot 30\text{V} = 300\text{k}\Omega$$

12. STATIČKE I DINAMIČKE KARAKTERISTIKE MJERNIH SUSTAVA

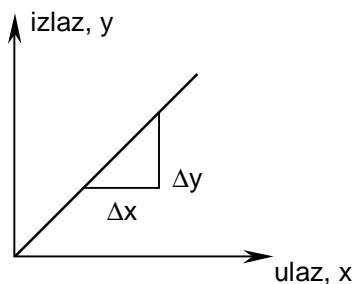
Blok shema mjernog sustava:



12.1. STATIČKE KARAKTERISTIKE MJERNIH SUSTAVA

Statičke karakteristike mjernih sustava iskazuju se prijenosnom karakteristikom.

Idealna statička (prijenosna) karakteristika mjernog sustava je linearna:

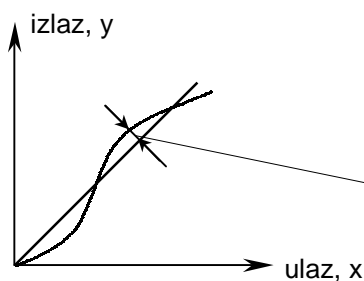


Kada govorimo o statičkim mjernim karakteristikama važan je podatak osjetljivost (s) koja je definirana kao omjer promjene izlazne i ulazne veličine.

$$s = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Što je pravac prijenosne karakteristike bliži y osi veća je osjetljivost mjernog sustava.

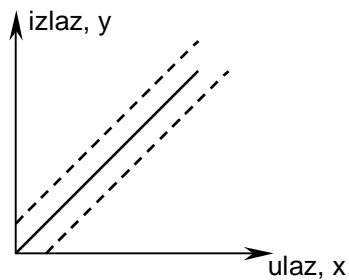
Realna statička (prijenosna) karakteristika razlikuje se od idealne zbog pogreške nelinearnosti, histereze kazaljke, starenja instrumenta, klizanja, ponovljivosti, nultog položaja kazaljke.



Pogreška nelinearnosti.

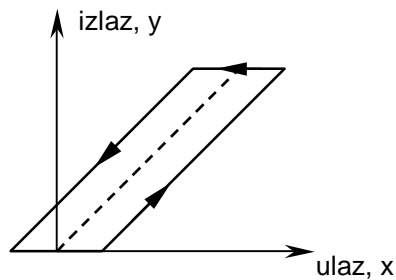
Realna karakteristika redovito je nelinearna.

Pogreška nelinearnosti



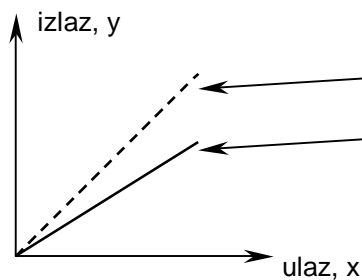
Nulti položaj kazaljke.

Ako kazaljka nije podešena na nulti položaj tada instrument griješi na cijelom području. Zato je prije svakog mjerenja potrebno provjeriti položaj kazaljke.



Histereza kazaljke.

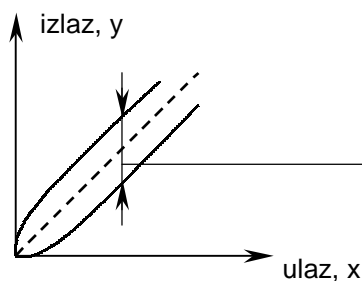
Do pojave histereze dolazi zbog suhog trenja. Histereza je posebno problematična pri malim vrijednostima ulaznog signala. Sve dok signal ne naraste na određenu vrijednost kako bi se savladalo suho trenje neće biti otklona kazaljke. Laganim kuckanjem po instrumentu možemo potpomoći savladavanje trenja.



Starenje instrumenta.

Karakteristika novog instrumenta.

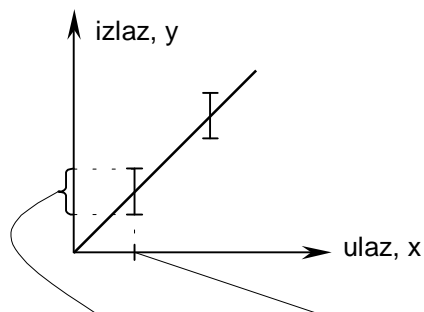
Starenjem instrumenta smanjuje se osjetljivost instrumenta pa se karakteristika približava x osi.



Klizanje.

Do klizanja dolazi zbog starenja instrumenta i zbog promjene temperature. Mjenja se osjetljivost instrumenta.

Pogreška zbog klizanja



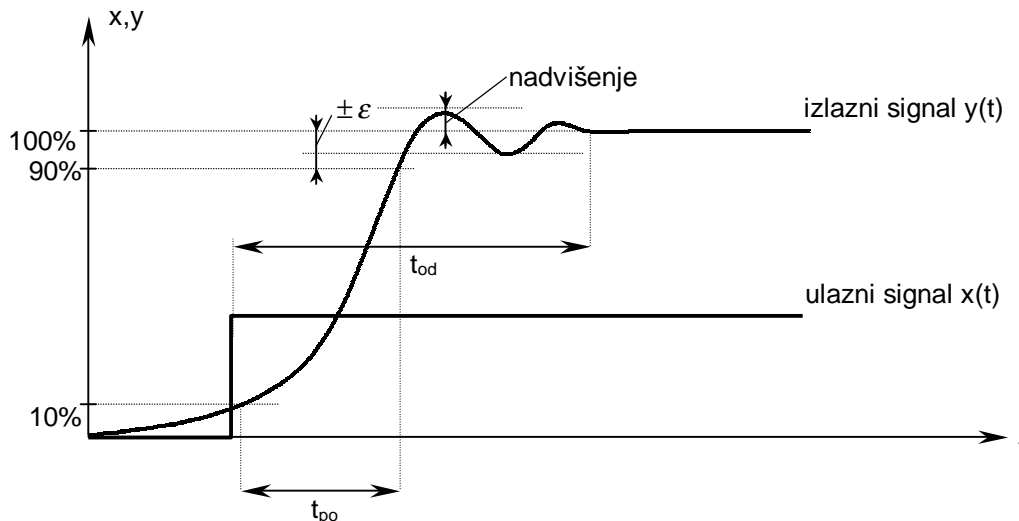
Ponovljivost.

Ponovljivost je pojava da za istu vrijednost ulaznog signala dobivamo različite odzive instrumenta.

Svi ovi odzivi za samo jednu vrijednost ulazne veličine.

12.2. DINAMIČKE KARAKTERISTIKE MJERNIH SUSTAVA

Dinamičke karakteristike su one karakteristike mjernih sustava koje promatramo pri brzim promjenama ulazne veličine, npr. prilikom mjerenja izmjeničnih, impulsnih, pulsirajućih signala. Dinamičke karakteristike nekog sustava najbolje možemo uočiti na temelju mjerenja odziva sustava uz pobudu sa signalom jediničnog skoka.



Karakteristične vrijednosti izlaznog signala:

1. t_{od} – Vrijeme odziva (vrijeme ustaljivanja)

To je vrijeme koje prođe od trenutka okidanja ulaznog signala do trenutka kada izlazni signal postigne vrijednosti blisku ustaljenoj. To primjerice može biti točnost ili preciznost instrumenta.

2. t_{po} – Vrijeme porasta signala

To je vrijeme koje prođe od trenutka kada signal dosegne 10% svoje maksimalne vrijednosti do trenutka kada dosegne 90% svoje maksimalne vrijednosti.

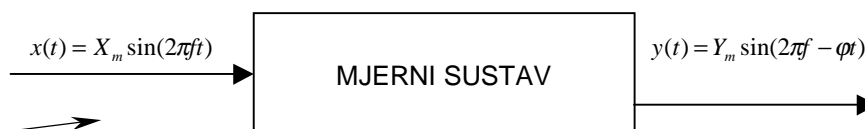
3. Nadvišenje

Nadvišenje je razlika između maksimalne i ustaljene vrijednosti signala.

Odziv na jedinični skok naziva se još i prijenosna funkcija mjerila i definira se ovako:

$$h(t) = \frac{\text{IZLAZ}}{\text{ULAZ}} = \frac{y(t)}{x(t)}$$

Uz signal jediničnog skoka često se na ulazu mjernog sustava kao ispitni signal koristi i sinusni. Tada na izlazu iz mjernog sustava dobivamo isto sinusni signal, ali npr. različite amplitude ili pomaknut u fazi u odnosu na ulazni.



U ovom slučaju na izlazu je promjenjena amplituda, a dogodio se i pomak u fazi.

KOMPLEKSNA OSJETLJIVOST

Kada je riječ o dinamičkim karakteristikama sustava definira se i kompleksna osjetljivost kao omjer izlaznog i ulaznog signala, ali u ovisnosti o frekvenciji.

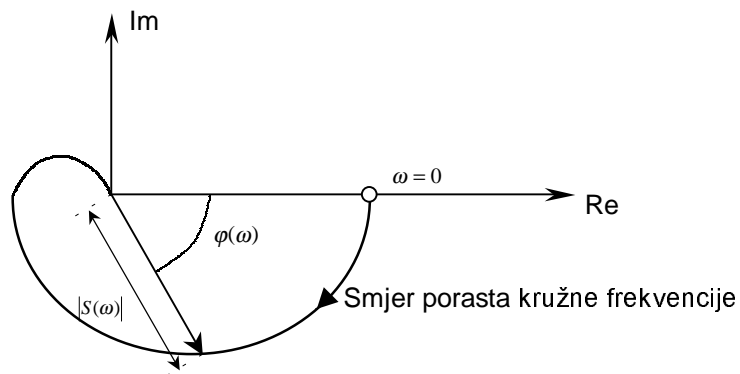
$$\underline{S}(\omega) = \frac{\underline{Y}(\omega)}{\underline{X}(\omega)} = |S(\omega)|e^{j\varphi(\omega)}$$

Kompleksnu osjetljivost možemo prikazati na dva načina:

- U kompleksnoj ravnini – NYQUISTOV PRIKAZ
- U frekvencijskoj domeni – BODEOV PRIKAZ

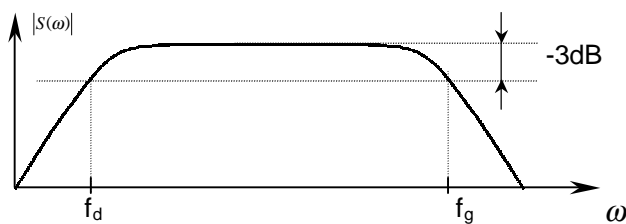
1. Prikaz u kompleksnoj ravnini (NYQUISTOV PRIKAZ)

Prikaz u kompleksnoj ravnini dobiva se eksperimentalno na temelju mjerenja odziva sustava uz sinusoidalnu pobudu



2. Prikaz u frekvencijskoj domeni (BODEOV PRIKAZ)

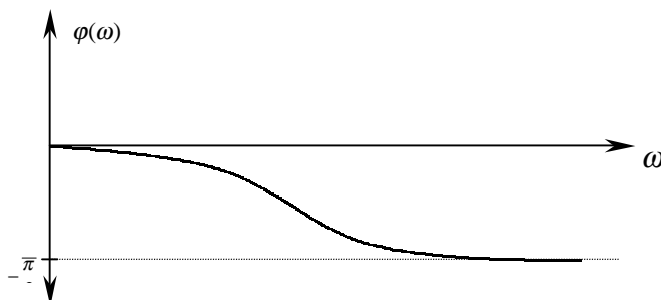
a) Prikaz amplitudnim spektrom



Najvažnije su značajke amplitudne karakteristike mjerila gornja (f_g) i donja (f_d) granična frekvencija. Gornja i donja granična frekvencija određuju se na karakteristici spektra frekvencija i to tamo gdje pojačanje opadne za točno 3dB. Kod osciloskopa je najčešće umjesto gornje granične frekvencije dan podatak o vremenu porasta. Tada se gornja granična frekvencija izračunava prema izrazu:

$$f_g = \frac{0.35}{t_{porasta}}$$

b) Prikaz faznim spektrom



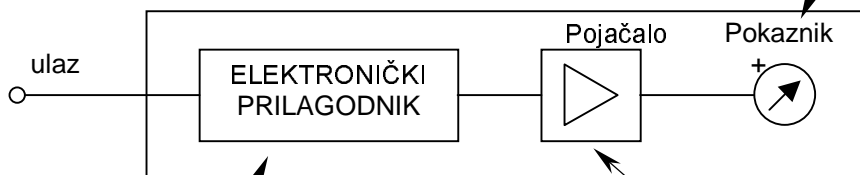
13. ELEKTRONIČKI ANALOGNI MJERNI INSTRUMENTI

Elektronički analogni mjerni instrumenti nastali su prvenstveno zbog potrebe mjerenja signala vrlo malih iznosa, za koje su klasični analogni elektromehanički instrumenti bili nedovoljno osjetljivi.

Klasični analogni elektromehanički instrument ima sljedeće sastavne dijelove:



Elektronički analogni mjerni instrument ima sljedeće sastavne dijelove:



Pokaznik je najčešće instrument s pomičnim svitkom i magnetom jer on ima vrlo mali potrošak

Elektronički prilagodnik može biti:

- Djelilo
- Ispravljač (dioda)
- Filter (propušta samo niske frekvencije)

Ono u čemu se bitno razlikuju elektromehanički i elektronički analogni instrumenti je **pojačalo**. Pojačalo je upravo to koje pojačava male ulazne signale na onu razinu koju pokaznik može osjetiti.

13.1. ANALOGNI ELEKTRONIČKI VOLTMETRI

Bitni su sastavni dijelovi elektroničkih voltmetara:

- **mjerno pojačalo**
- **razmjerno robustan instrument s pomičnim svitkom i magnetom**
- **djelilo napona**

koji su ugrađeni u zajedničko kućište. Djelilo napona ugrađeno je kako bi se instrument mogao upotrebljavati u širokom frekvencijskom opsegu ulaznih signala. Mjerno pojačalo omogućuje povećanje osjetljivosti, ali i povećanje ulaznog otpora instrumenta kao cjeline.

Analogne elektroničke voltmetre možemo podijeliti na:

- **ISTOSMJERNE ELEKTRONIČKE VOLTMETRE**
- **IZMJENIČNE ELEKTRONIČKE VOLTMETRE**

1. ISTOSMJERNI ELEKTRONIČKI VOLTMETRI

Postoje dvije izvedbe istosmjernih elektroničkih voltmetara:

- **S velikom osjetljivošću**
- **S velikim ulaznim otporom**

Oni izvedeni sa velikom osjetljivošću koriste se prvenstveno kao nulindikatori u mosnim i kompenzacijskim spojevima te kao osjetljivi indikatori vrlo niskih napona. Oni izvedeni sa velikim ulaznim otporom upotrebljavaju se kao voltmetri sa više mjernih opsega, a prvenstveno za mjerenje napona u elektroničkim i sličnim sklopovima gdje se priključenjem voltmetra između pojedinih točaka mjernog kruga ne smiju promijeniti prilike u krugu.

Za izradu voltmetara sa velikom osjetljivošću potrebno višestupanjsko pojačalo koje se obično izvodi sa izmjenjivačem. Njima se mogu postići veće osjetljivosti nego što imaju galvanometri. Kod najosjetljivijih izvedbi najmanji mjerljivi napon je oko $2 \cdot 10^{-9}$. Budući da su naponi mali, a pojačanja velika najveća je poteškoća nestabilnost nultočke.

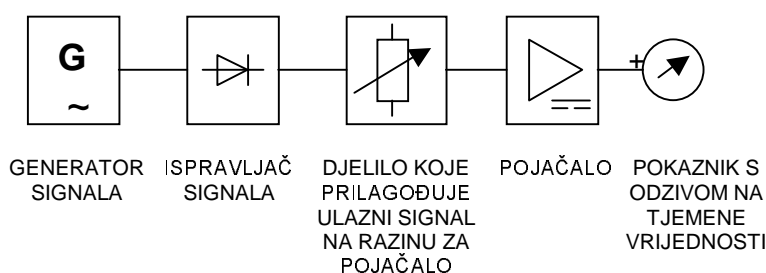
Izvedbe sa velikim ulaznim (unutrašnjim) otporom imaju ulazni otpor od nekoliko desetaka do nekoliko stotina $M\Omega$, a to se postiže korištenjem FET tranzistora. Za pojačavanje se najčešće koriste tranzistorska pojačala maksimalne pogreške 3% - 5%. Takva pojačala mogu se bez problema napajati sa nekoliko galvanskih članaka, a isti se članci mogu koristiti i za napajanje strujnog kruga pri mjerenju otpora.

2. IZMJENIČNI ELEKTRONIČKI VOLTMETRI

Izmjenični elektronički voltmetri su kombinacija pojačala i instrumenta s pomičnim svitkom i magnetom. Od istosmjernih elektroničkih voltmetara razlikuju se jedino po tome što imaju ugrađen ispravljač. Imaju veliku ulaznu impedanciju i mogu mjeriti signale vrlo visokih frekvencija.

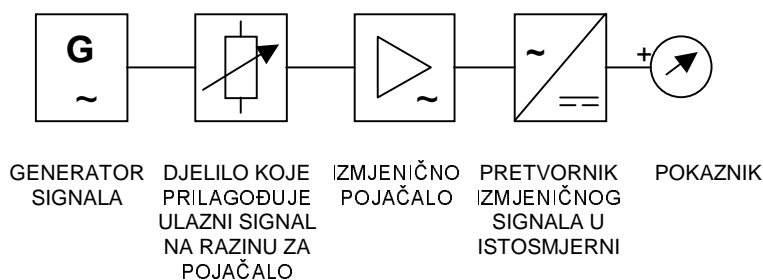
Možemo ih podijeliti u dvije grupe:

a) Diodni voltmetri



- Ulazna impedancija: $20M\Omega$ u paraleli sa $10pF$
- Dioda na ulazu služi kao ispravljač
- Mogu mjeriti signale max frekvencije $1GHz$
- Najniži napon ulaznog signala je $0.5V$ zbog diode koja ne vodi ispod tog napona
- Odziv na tjemene vrijednosti
- Mogućnost mjerenja istosmjernih signala tako da se preskoči dioda

b) Voltmetar s pretvaračem istosmjernog signala u izmjenični

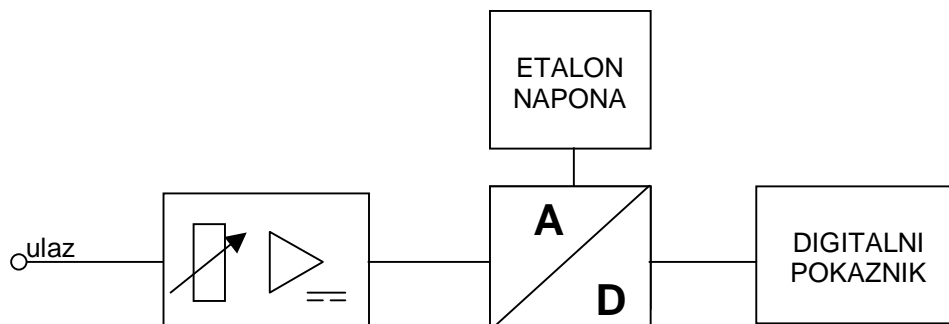


- Pretvornik izmjeničnog signala u istosmjerni može biti sa odzivom na efektivne, srednje ispravljene ili tjemene vrijednosti
- Ulazna impedancija: $10M\Omega$ u paraleli sa $20pF$
- Za ulazne napone do $1mV$ frekvencijsko područje kreće se od $10Hz$ do $10MHz$
- Za napone manje od $1mV$ (područje $100\mu V$) frekvencijsko se područje smanjuje na $10Hz$ do $100kHz$

14. DIGITALNA MJERILA

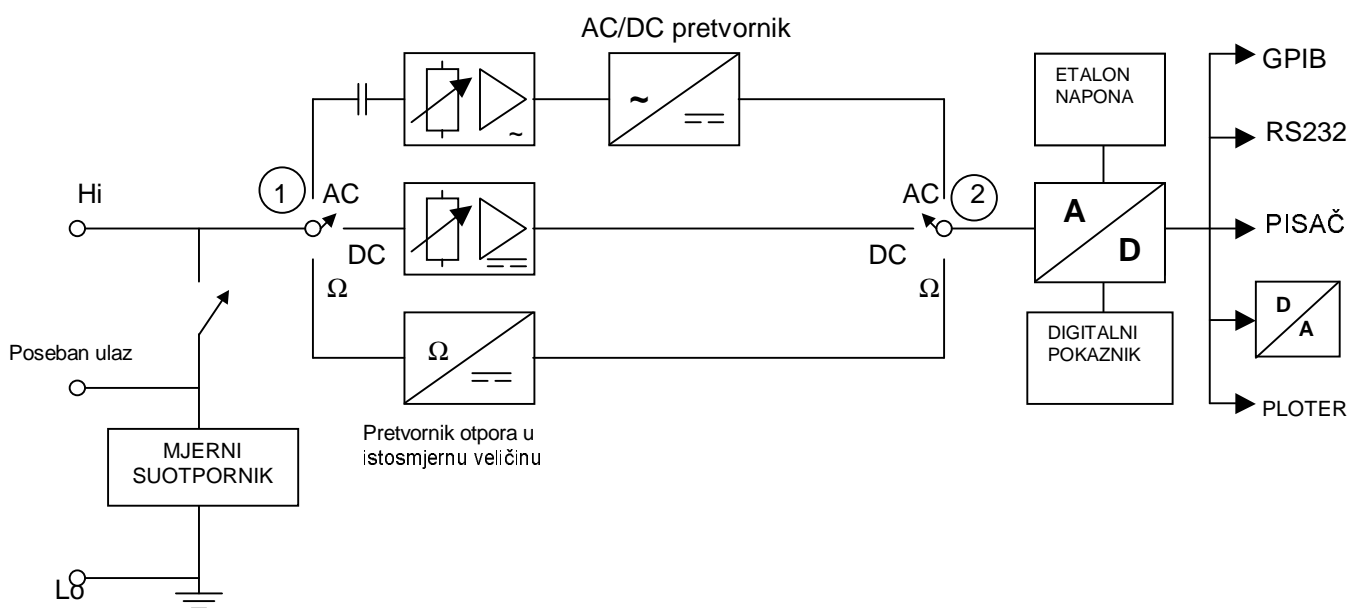
Razvoj digitalnih mjerila počinje **digitalnim voltmetrom (DVM)**.

Blok shema digitalnog voltmetra:



Digitalnim voltmetrom možemo mjeriti samo napone i to istosmjerne ili vremenski sporo promjenjive zbog izrazito sporog A/D pretvornika. Ako se digitalnim voltmetrima doda nešto sklopovlja mogu osim napona mjeriti i struju, otpor, kapacitet, frekvenciju, ispravnost pojačanja tranzistora itd. Tada govorimo o **digitalnim multimetrima (DMM)**.

Blok shema digitalnog multimetra:



Sklopke ① i ② međusobno su povezane tako da su istovremeno na istim područjima (AC, DC, Ω). Kako bi se mogli mjeriti izmjenični naponi ugrađen je ispravljač (AC/DC pretvornik). Točnost ispravljača nije velika zbog čega je ukupna točnost mjerenja na izmjeničnom (AC) području manja od one na istosmjernom (DC) području. Struja se određuje tako da se prvo mjeri napon na suotporniku (SHUNT), a zatim otpor. Vrijednost otpora suotpornika moguće je odrediti s velikom točnošću, ali treba paziti da se ne premaši dopuštena vrijednost struje kroz isti.

Multimetar postaje omometer kada se u njega ugradi vrlo precizan strujni izvor. Taj izvor tjera struju mjernim suotpornikom, a digitalnim voltmetrom mjeri se pad napona na otporniku.

Digitalni multimetri mogu imati odziv na tjemenu, efektivnu ili srednju ispravljenu vrijednost. Pri mjerenju pulsirajućih napona i struja digitalnim multimetrom treba biti oprezan. Ako na DMM-u nema oznake RMS ili TRMS (True RMS) tada on ima odziv na srednju ispravljenu vrijednost napona. Većina multimetara sa oznakom TRMS mjeri pravu efektivnu vrijednost samo izmjenične komponente napona jer kondenzator na ulazu AC područja ne propušta istosmjernu komponentu. Jedino multimetri sa oznakom TRMS (AC+DC) mjere pravu efektivnu vrijednost izmjeničnih i pulsirajućih struja i napona (kao analogna elektromehanička mjerila s odzivom na efektivnu vrijednost). Stoga kada želimo mjeriti efektivnu vrijednost pulsirajućeg napona DMM-om koji ima oznaku RMS ili TRMS potrebno je prvo izmjeriti istosmjernu komponentu na istosmjernom području, a zatim preklopkom odabrati odgovarajuće izmjenično područje i izmjeriti efektivnu vrijednost izmjenične komponente. Na temelju izmjerenih vrijednosti izračunava se efektivna vrijednost pulsirajućeg signala prema izrazu:

$$U = \sqrt{U_{AC}^2 + U_{DC}^2}$$

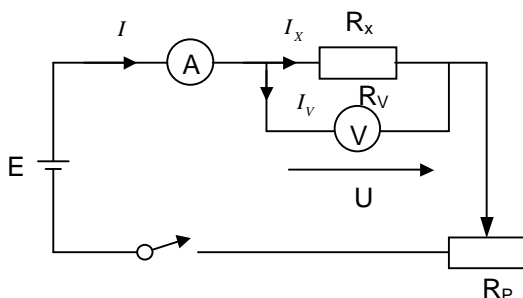
Pretvornik otpora u istosmjernu veličinu temelji se na U-I metodi mjerenja otpora koja je nadalje objašnjena.

14.1. MJERENJE DJELATNOG OTPORA U – I METODOM

U – I metoda temelji se na mjerenju struje, napona te na ohmovom zakonu odnosno potrebni su nam ampermetar, voltmetar i istosmjerni izvor. U – I metoda prikladna je za mjerenje malih ($\mu\Omega$) i velikih ($M\Omega$) otpora.

1. NAPONSKA METODA

Naponsku metodu koristimo za mjerenje malih i srednje velikih otpora. Metoda se zove naponska stoga što se ispravno mjeri napon na nepoznatom otporniku.



R_x – nepoznati otpornik čiju vrijednost želimo mjeriti
 R_P – promjenjivi otpornik za podešavanje struje I

$$R = \frac{U}{I}$$

$$R = R_x \parallel R_v$$

$$R_x = \frac{U}{I - I_v} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_v}}$$

Apsolutna sistematska pogreška određivanja otpora R_x (zbog vlastitog potroška voltmetra) iznosi:

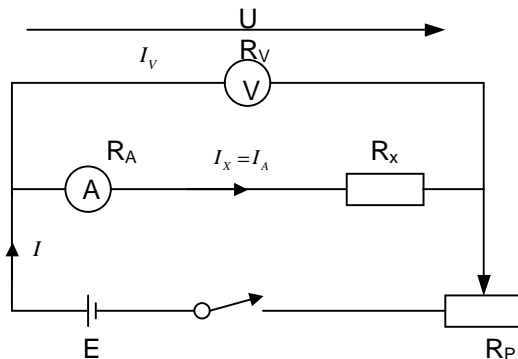
$$p_{aps}(R_x) = R - R_x = -\frac{R^2}{R_v - R}$$

Postotna pogreška:

$$p_{\%}(R_x) = -\frac{R}{R_v} \cdot 100\%$$

2. STRUJNA METODA

Strujnu metodu koristimo za mjerenje velikih otpora. Metoda se zove strujna stoga što se ispravno mjeri struja kroz otpornik nepoznatog iznosa.



$$R = \frac{U}{I} \quad R = R_X + R_A$$

$$R_X = \frac{U - I_X R_A}{I_X} = \frac{U}{I_X} - R_A$$

Apsolutna pogreška određivanja otpora R_X (zbog vlastitog potroška ampermetra) iznosi:

$$p_{aps}(R_X) = R - R_X = R_A$$

Postotna pogreška

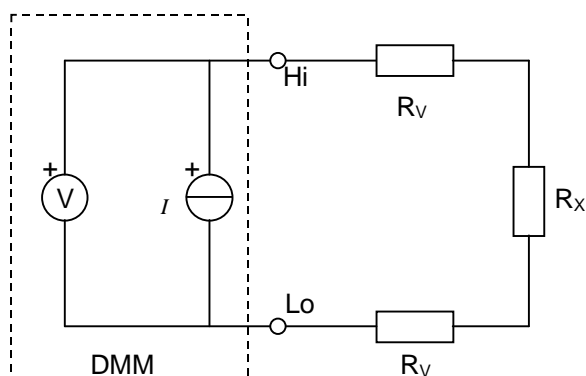
$$p_{\%} = \frac{R_A}{R - R_A} \cdot 100\%$$

14.2. MJERENJE OTPORA DIGITALNIM MULTIMETROM

Digitalni omometer najčešće se sastoji od strujnog izvora i voltmetra. Postoje dvije metode mjerenja otpora digitalnim multimetrom:

- Metoda dvije stezaljke
- Metoda četiri stezaljke

1. METODA DVIJE STEZALJKE



R_V – otpori vodića
 R_X – nepoznati otpor

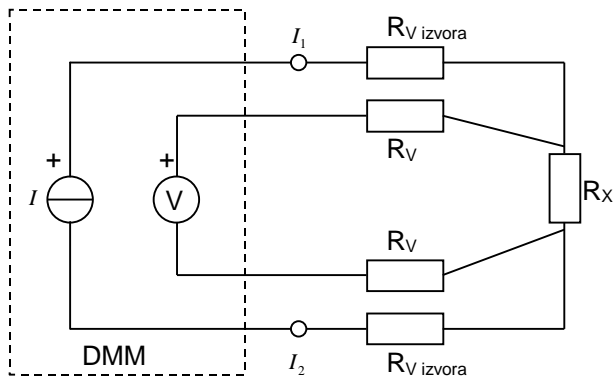
Ova metoda primjenjuje se uglavnom za mjerenje otpora većih od 200Ω , a mogu se mjeriti i manji otpori ako se ne zahtjeva velika točnost. Grubo se može računati da otpor kontakata i spojnih vodića isporučenih sa instrumentom iznosi 0.1Ω . Dvije stezaljke za mjerenje otpora imaju svi multimetri i oni najjeftiniji, a najniže je područje 200Ω .

$$R_{mjereno} = R_X + 2R_V \quad 2R_V \approx 0.1\Omega$$

Relativna pogreška iznosi:

$$p_r = \frac{2R_V}{R_X}$$

2. METODA ČETIRI STEZALJKE



Ova se metoda primjenjuje pri točnijim mjerenjima malih otpora. Otpori strujnih vodiča i kontakata ne utječu na točnost mjerenja jer se pad napona mjeri između naponskih stezaljki koje su spojene s mjernim otporom posebnim naponskim vodičima, a otpori tih vodiča (R_V) zanemarivo su mali u odnosu na unutrašnji otpor digitalnog voltmetra. Četiri stezaljke za mjerenje otpora imaju samo točniji multimetri i oni s područjem za mjerenje malih otpora.

$$2R_V = 0.1\Omega$$

$$R_{MJERENO} = R_X$$

Relativna pogreška iznosi:

$$p_r = \frac{2R_V}{R_{DMM_unutaraji}}$$

Točnost mjerenja ovisi o točnosti voltmetra i strujnog izvora. Više mjernih područja postiže se promjenom istosmjernje struje stabilnog strujnog izvora. Kada su struje iznosa $1\mu A$, $10\mu A$... otpori su izravno proporcionalni mjerenom padu napona na priključenom otporniku nepoznatog iznosa.

14.3. ZNAČAJKE DIGITALNIH MULTIMETARA

Značajke digitalnih multimetara navode se za svaku veličinu posebno (za istosmjernu struju, izmjeničnu, istosmjerni napon, izmjenični...). Temeljnim značajkama smatraju se one za napon jer je mjerenje napona osnova za sva ostala mjerenja.

1. MJERNO PODRUČJE

Mjerna područja obično su jednaka na svim digitalnim multimetrima.

Za istosmjerni napon: 0.1, 1, 10, 100, 1000V

Za izmjenični napon: 0.1, 1, 10, 100, 600 ili 700 ili 750V

Kod boljih multimetara postoje i područja 20 ili 30mA.

Mjerna područja struja i otpora razlikuju se ovisno o tipu instrumenta. Važna je značajka, kada je riječ o mjernim područjima, najviši napon koji se smije dovesti na ulaz instrumenta te najveći napon koji se smije dovesti između stezaljke i kućišta instrumenta.

2. ULAZNA IMPEDANCIJA

Digitalni multimetar (voltmetar) spaja se između točaka čija se razlika potencijala želi mjeriti i kroz njega protječe struja. Bitno je stoga da instrument zbog svog unutrašnjeg otpora ne unosi značajnu pogrešku u mjerenje.

Na istosmjernom području ulazni otpor iznosi od $10M\Omega$ do $10G\Omega$.

Na izmjeničnom području impedancija je manja i sastoji se od djelatnog otpora $1M\Omega$ s kojim je paralelno spojen kondenzator od nekoliko 10 – aka μF .

3. BRZINA OČITANJA

Brzina očitavanja ovisi o brzini A/D pretvornika. Što je broj znamenaka na digitalnom pokazniku veći veća je razlučivost a A/D pretvornik sporiji pa je i broj očitavanja manji. U većini slučajeva dovoljno je jedno očitavanje u sekundi, ali najboljim A/D pretvornicima može se postići i do nekoliko stotina očitavanja u sekundi.

4. IZBOR MJERNOG OPSEGA

Digitalni multimetri mogu imati ručni (manual) ili automatski (autoranging) izbor mjernog opsega. U slučajevima kada je potrebno napraviti velik broj mjerenja na različitim mjernim opsezima automatski izbor mjernog opsega može biti vrlo koristan.

5. PREOPTEREĆENJE

Prekoračenje mjernog opsega obično ne predstavlja problem kod multimetara sa automatskim izborom mjernog opsega jer se pri porastu mjerene veličine automatski mijenja i mjerni opseg. Obično je dopušteno prekoračenje mjernog opsega 5 – 100%. Ovisno o dozvoljenom preopterećenju razlikuju se i mjerna područja kod instrumenta. Primjerice ako instrument ima dozvoljeno preopterećenje 100% tada mjerna područja za istosmjerni napon neće biti 0.1, 1, 10, 100, 1000V već 0.2, 2, 20, 200, 1000V.

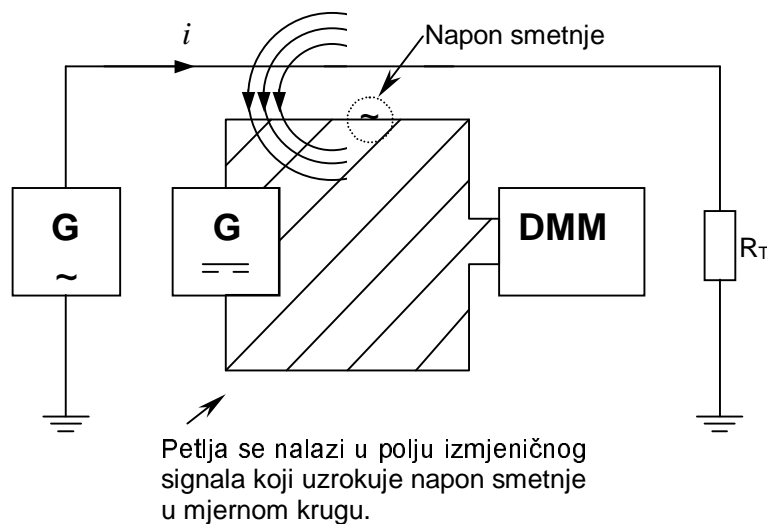
6. FREKVENCIJSKI OPSEG

U pravilu je frekvenzijski opseg digitalnih multimetara širi nego kod elektromehaničkih instrumenata. Kod jeftinijih multimetara frekvenzijski se opseg kreće od 20Hz do 100Khz.

7. POTISKIVANJE SMETNJI

Možemo razlikovati dvije vrste smetnji i prigušenja tih smetnji.

a) Serijska smetnja i serijsko prigušenje (NMR)



Ovakvu smetnju nazivamo serijskom zato što je mjernom signalu u seriju superponiran nekakav signal smetnje. Taj je signal najčešće frekvencije 50Hz ili njezin višekratnik. Serijske smetnje prigušujemo:

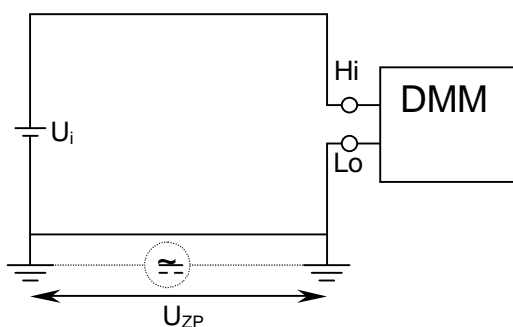
- **Filtriranjem** (kod istosmjernih signala)
- **Integracijom**. Postoje integrirajući A/D pretvornici kojima se prigušuju signali frekvencije 50Hz podešavanjem vremena integracije kao višekratnika periode 20ms.

Prigušenje serijske smetnje iskazuje se na sljedeći način:

$$NMR = 20 \log(NMRR) = 20 \log \left[\frac{\frac{U_{generatora_ulaz}}{U_{suma_ulaz}}}{\frac{U_{generatora_izlaz}}{U_{suma_izlaz}}} \right]$$

Serijsko je prigušenje veće od 60 decibela.

b) Smetnja zajedničkog potencijala (CMR)



U_{ZP} – napon (smetnja) zajedničkog potencijala

$$CMR = 20 \log \left(\frac{U_i}{U_{ZP}} \right)$$

CMR se kreće od 60 do 160 decibela. Što je veći to je bolje prigušenje smetnji. Primjerice za $CMR=120dB$ prigušuje se napon smetnje milijun puta odnosno ako je napon smetnje 1V instrument će ga osjetiti kao $1\mu V$.

8. TJEMENI FAKTOR

Tjemeni faktor navodi se kod digitalnih multimetara koji imaju odziv na efektivnu vrijednost. Maksimalni dozvoljeni tjemeni faktor je zapravo podatak o maksimalnom dozvoljenom izobličenju signala koji smijemo dovesti na ulaz instrumenta, a da pogreške budu unutar definiranih granica. Tjemeni faktor važan je podatak jer pojačalo digitalnog multimetra ulazi u zasićenje kod maksimalne, a ne kod efektivne vrijednosti signala. Ukoliko signal ima veći tjemeni faktor od dozvoljenog treba prijeći na drugo pojačalo odnosno na sljedeće veće mjerno područje.

9. RAZLUČIVOST

Razlučivost je najmanja spoznatljiva promjena vrijednosti mjerene veličine na određenom mjernom opsegu. Ukoliko se razlučivost navodi u odnosu na mjerni domet tada govorimo o relativnoj razlučivosti.

Razlučivost se iskazuje na više načina:

- Brojem dekadskih znamenaka na pokazniku
- Omjerom najmanje značajne brojke i najveće brojke koju pokaznik može pokazati
- Brojem bita (najčešće)

Primjer

Broj bita		Maksimalna pogreška =
		$\frac{1}{2^n} \cdot 100\%$
8	$2^8=256$	0.39%
10	$2^{10}=1024$	0.10%
12	$2^{12}=4096$	0.024%
16	$2^{16}=65536$	0.015%
24	$2^{24}=16777216$	$6.0 \cdot 10^{-8}\%$

Kod digitalnih multimetara razlučivost se najčešće iskazuje na sljedeći način:

Npr imamo pokaznik sa 2½ znamenke. Dakle maksimalni broj koji pokaznik može pokazati je 199. Ako mjerimo primjerice napon na mjernom području 200V tada je razlučivost 1V, a kada bi mjerili napon na mjernom području 20V razlučivost bi bila 0.1V

To je maksimalni broj koji pokaznik može pokazati.

Na mjernom području 20V maksimalna vrijednost napona koji instrument može pokazati je 19.9V. Dakle minimalni razmak između dvije vrijednosti koje može pokazati je 0.1V (19,9 19,8 19,7....)

Iako proizvođači redovito navode broj znamenaka (decimalnih mjesta) digitalnog pokaznika taj je podatak nedovoljan i neprecizan da se na temelju njega procjeni nesigurnost mjerenja. Svaka znamenka u digitalnom pokazniku može imati 10 različitih vrijednosti (0 1 2 3 4 5 6 7 8 9), osim prve s najvećom težinom. Ta se označava sa ½ ili ¼. znak ½ znači da krajnje lijevo mjesto na pokazniku može poprimiti samo dvije vrijednosti (0 i 1), a ¼ da može poprimiti 4 različite vrijednosti (0,1,2,3). Dakle najveći broj koji se može pokazati sa 4½ znamenke je 19999, a sa 4¼ znamenke 39999. me•utim proizvo•ači često nisu dosljedni pa sa 4½ označavaju digitalni pokaznik koji može maksimalno pokazati 12999 ili 10999. Zato, kako bi se ispravno procijenila nesigurnost, treba u specifikaciji instrumenta potražiti podatak o najvećem broju koji se može očitati na pokazniku.

10. GRANIČNE POGREŠKE

Prema općoj normi za električku i elektroničku mjernu opremu granične se pogreške mogu iskazati na 3 načina.

- Graničnim pogreškama pri referentnim uvjetima (G) i varijacijama ($V \leq G$), za nazivno područje uporabe**
- Uporabnim graničnim pogreškama, za nazivno područje uporabe**
Iskazuje se intervalom pouzdanosti na 95%-tnoj razini vjerojatnosti

$$G' = \pm 2 \cdot \sqrt{\sum_i \left(\frac{G_i}{\sqrt{3}} \right)^2} \quad P_r = 95\% \quad u = \frac{G'}{2}$$

Razina pouzdanosti
 Procjena nesigurnosti na temelju uporabnih graničnih pogrešaka.

G_i – granične pogreške pri referentnim uvjetima i varijacije (parcijalne dodatne granične pogreške uzrokovane pojedinim utjecajnim veličinama i i instrumentom)

- Sigurnim graničnim pogreškama, za nazivno područje uporabe**

$$G^* = \pm \sum_i |G_i| \quad P_r = 99\% \quad u = \frac{G^*}{3}$$

Razina pouzdanosti
 Procjena nesigurnosti na temelju sigurnih graničnih pogrešaka.

Prema normi IEC 60 359 proizvođač je obavezan navesti referentne uvjete koji značajno utječu na točnost odnosno pogreške instrumenta. Utjecajne veličine mogu biti:

- **Klimatske veličine** (temperatura, vlažnost, zagrijavanje površine instrumenta sunčevim zrakama, vjetar, magla, voda(kondenzacija))
- **Mehaničke veličine** (položaj instrumenta, vibracije, mehanički šok)
- **Veličine napajanja** (frekvencija, izobličenje sinusnog signala, smetnje, valovitost istosmjernog izvora)
- **Strana polja i zračenja** (električna, magnetska, elektromagnetska, ionizirajuća zračenja)

Obzirom na te utjecajne veličine proizvođači grupiraju digitalne instrumente u tri grupe:

UTJECAJNA VELIČINA	GRUPA 1	GRUPA 2	GRUPA 3
Temperatura uporabe	+5°C do +40°C	-10°C do +55°C	-25°C do +70°C
Temperatura transporta i skladištenja	-40°C do +70°C	-40°C do +70°C	-40°C do +70°C
Relativna vlažnost	20% do 80% bez kondenzacije	10% do 90% uz kondenzaciju	5% do 95% uz kondenzaciju
Tlak	70kPa do 106 kPa do 2200m nadmorske visine	53kPa do 106 kPa do 4300m nadmorske visine	53kPa do 106 kPa do 4300m nadmorske visine
Brzina vjetra	0m/s do 0.5m/s	0m/s do 0.5m/s	0m/s do 0.5m/s
Sunčevo zračenje	Bez izravnog zračenja sunca	Bez izravnog zračenja sunca	Kombinirano zagrijavanje suncem i okolinom do 70°C
	Za uporabu u zatvorenim prostorima (laboratorijima)	Za uporabu u srednje teškim uvjetima	Za uporabu na otvorenom prostoru (najteži uvjeti)

11. PERIOD UMJERAVANJA

Period umjeravanja je period za koji vrijede granične pogreške, a može biti 24 sata, 90 dana, 1 godina. Kraći period = manje pogreške.

Iz svih 11 navedenih značajki zaključujemo da digitalni instrumenti mogu:

- Mjeriti frekvenciju
- Mjeriti amplitudu
- Mjeriti omjere dvaju signala
- Ispitivati ispravnost dioda i tranzistora
- Imaju mogućnost pamćenja zadnje izmjerene vrijednosti ili zadnjih N izmjerenih vrijednosti
- Neki imaju sučelje za komunikaciju sa računalom. Njih nazivamo **SISTEMSKI MULTIMETRI**. Takav način komuniciranja pruža mogućnost upravljanja instrumentom preko računala kao i automatizaciju mjerenja. Komunikacijsko sučelje može biti serijsko (RS232) ili paralelno (GPIB).
- Digitalni su instrumenti jednostavniji za rukovanje u odnosu na elektromehaničke, ali su manje pregledni jer se na digitalnom pokazniku ne može pratiti primjerice trend promjene mjerene veličine.

15. KOMPENZATORI I MJERNI MOSTOVI

Mjerenja kompenzatorima i mjernim mostovima temelje se na uspoređivanju nepoznate veličine sa poznatom. Za takva je mjerenja potreban nulindikator sa nulom na sredini skale kojim se utvrđuje nepostojanje struje. Najčešće se kao nulindikator upotrebljavaju galvanometri (to su vrlo osjetljivi elektromehanički instrumenti), a mogu se koristiti i elektronički instrumenti.

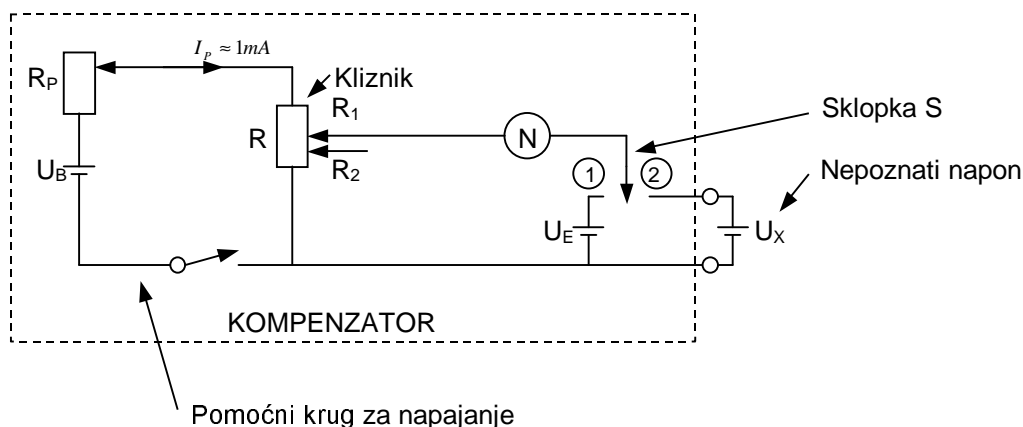
Razlikujemo kompenzatore i mjerne mostove za istosmjerne i izmjenične struje. **Stoga i nulindikator moraju biti istosmjerni ili izmjenični ovisno o vrsti struje.**

Kod mjerenja kompenzatorima i mjernim mostovima postižu se veće točnosti nego kod bilo kojeg analognog instrumenta.

15.1. KOMPENZATORI

Kompenzatorima se mjere nepoznati naponi i to tako da ih se uspoređuje sa poznatim padom napona, a sve se to radi pomoću kliznika (to je tzv. POTENCIOMETARSKI POSTUPAK.)

Izgled kompenzatora za istosmjerne struje:



Mjerenje nepoznatog napona sastoji se iz 2 koraka:

1. Podešavamo promjenjivi otpornik R_P tako da struja I_p bude približno 1mA. Sklopka S prebačena je u položaj ①. Sada pomičemo kliznik (otpornik R) sve dok nulindikator ne pokaže nulu. Očitamo vrijednost na klizniku. To je vrijednost R_1 .

Vrijedi sljedeća jednakost: $U_E = I_p \cdot R_1$

2. Prebacujemo preklopku u položaj ②. Pomičemo kliznik (otpornik R) sve dok nulindikator ne pokaže nulu. Očitamo na klizniku. To je vrijednost R_2 .

Vrijedi sljedeća jednakost: $U_X = I_p \cdot R_2$

Konačno prvu jednakost jednakost $U_E = I_P \cdot R_1$ preoblikujemo u $I_P = \frac{U_E}{R_1}$ te to uvrstimo u drugu jednakost $U_X = I_P \cdot R_2$.

Tada dobivamo sljedeću jednakost $U_X = \frac{U_E}{R_1} \cdot R_2 = \frac{R_2}{R_1} \cdot U_E$ iz koje izračunavamo vrijednost nepoznatog napona.

Točnost mjerenja ovom metodom ovisi samo o točnosti etalona napona U_E i točnosti kliznika (otpornika R). Prednost je ove metode što kroz nepoznati izvor ne teče struja pa bez obzira na njegov unutarnji otpor mi mjerimo samo elektromotornu silu, što nije moguće izvesti niti jednim analognim ili digitalnim instrumentom. Zbog svega toga **nesigurnost je ove metode zanemarivo mala**.

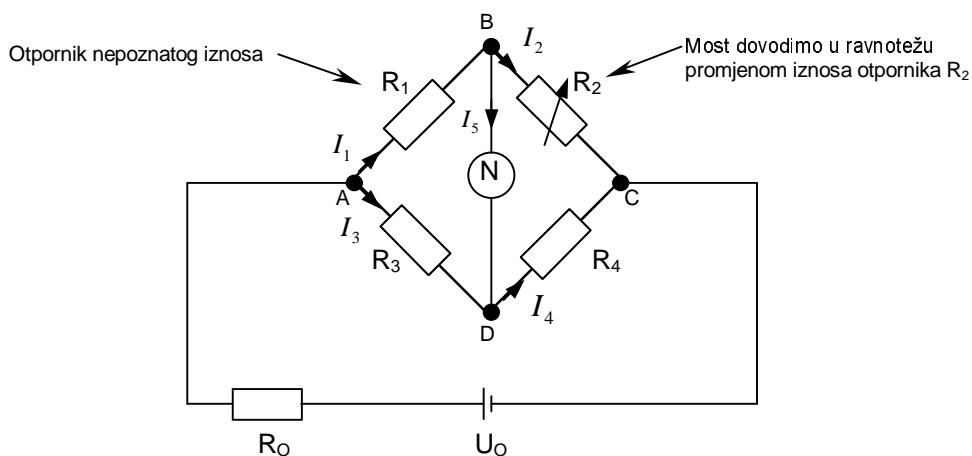
15.2. MJERNI MOSTOVI

Mjernim mostovima mjeri se iznos nepoznatog otpora ili impedancije pomoću poznatih otpora ili impedancija i pomoću istosmjernih ili izmjeničnih nulindikatora.

Mjerni mostovi mogu biti istosmjerni ili izmjenični. Istosmjernim mostovima mjerimo samo iznose djelatnih otpora i koristimo istosmjerne nulindikatore. Izmjeničnim mostovima mjerimo impedanciju (što znači da u njegovim granama osim otpora mogu biti i svitci i kondenzatori) i koristimo izmjenične nulindikatore.

1. ISTOSMJERNI MJERNI MOSTOVI

Načelo rada istosmjernog mjernog mosta vidjet ćemo na primjeru Wheatstonovog mosta. Njime se mogu mjeriti otpori od 0.1Ω do $10M\Omega$. Napaja se istosmjernim izvorom i sastoji se iz četiri grane. U dvije grane nalaze se otpornici poznatog nepromjenjivog iznosa, u trećoj grani nalazi se promjenjivi otpornik dok se u četvrtoj grani nalazi otpornik nepoznatog iznosa čiju vrijednost želimo izmjeriti.



Da bi most bio u ravnoteži nulindikator mora pokazivati nulu odnosno struja $I_5 = 0$, napon $U_{CD} = 0$.

Uvjeti ravnoteže:

$$\left. \begin{aligned} I_1 \cdot R_1 &= I_3 \cdot R_3 \\ I_2 \cdot R_2 &= I_4 \cdot R_4 \\ I_1 &= I_3 \end{aligned} \right\} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \rightarrow R_1 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4}$$

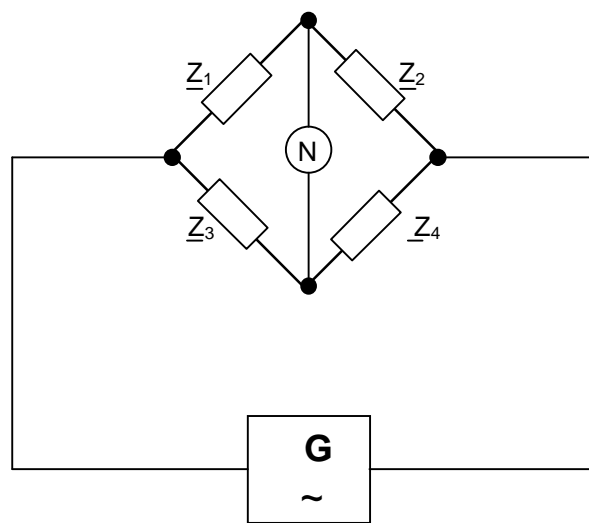
$$I_2 = I_4$$

Iznos napona baterije ne utječe na mjerenje. Treba voditi računa napon ne bude ni prevelik jer se tada otpornici pregrijevaju, a ni premalen jer tada će struja biti premalena pa ju nulindikator neće moći registrirati.

Kao nulindikator kod istosmjernih mostova koristi se najčešće galvanometar, ali mogu se koristiti i digitalni instrumenti. Za pogonska mjerenja koristi se Wheatstonov most s pomičnom (kliznom) žicom koji ima granične pogreške od 0.5 do 2.5%. Za točnija mjerenja u laboratorijima kao promjenjivi otpornik koristi se otpornička dekada kojom se postiže točnost od 0.02%.

1. IZMJENIČNI MJERNI MOSTOVI

Izmjenični most napaja se izmjeničnim izvorom i sastoji se iz četiri grane kao i istosmjerni. Razlika je u tome što su u granama i svitci i kondenzatori, a ne samo otpornici što je bio slučaj kod istosmjernih.



$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$$

$$(R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)$$

$$R_1R_4 - X_1X_4 + j(R_1X_4 + R_4X_1) = R_2R_3 - X_2X_3 + j(R_3X_2 + R_2X_3)$$

$$R_1R_4 - X_1X_4 = R_2R_3 - X_2X_3$$

$$R_1X_4 + R_4X_1 = R_3X_2 + R_2X_3$$

$$|\underline{Z}_1| \cdot |\underline{Z}_4| \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_4)} = |\underline{Z}_2| \cdot |\underline{Z}_3| \cdot e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)}$$

$$|\underline{Z}_1| \cdot |\underline{Z}_4| = |\underline{Z}_2| \cdot |\underline{Z}_3|$$

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3$$

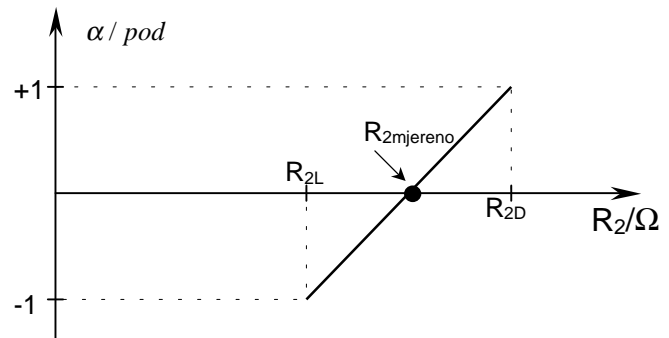
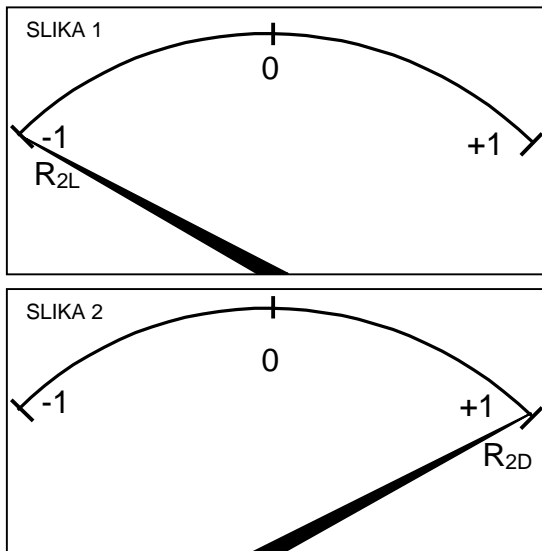
$$\text{Faktor dobrote: } Q = \frac{\omega L}{R}$$

$$\text{Faktor gubitaka: } D = \tan \delta = R\omega C$$

Kod mjernih mostova pojavljuju se dva problema:

1. MOST (NULINDIKATOR) NEDOVOLJNO OSJETLJIV

Kada mijenjamo promjenjivi otpornik R_2 na mostu, a kazaljka galvanometra ne trza, most je nedovoljno osjetljiv. Rješenje problema je sljedeće:



Prvo mijenjamo iznos promjenjivog otpornika R_2 sve dok kazaljka galvanometra ne zauzme položaj -1 (SLIKA 1). Očitamo vrijednost otpornika R_2 i nju sada označavamo sa R_{2L} . Zatim opet mijenjamo iznos otpornika R_2 sve dok kazaljka galvanometra ne pokaže $+1$ (SLIKA 2). Očitamo vrijednost otpornika R_2 i tu vrijednost označavamo sa R_{2D} . Vrijednost nepoznatog otpornika $R_{2mjereno}$ izračunavamo prema izrazu:

$$R_{2mjereno} = \frac{R_{2D} + R_{2L}}{2}$$

$R_{2mjereno}$ je najbolja procjena vrijednosti nepoznatog otpornika ako je most nedovoljno osjetljiv.

Nesigurnost procjene iznosi:

$$u = \frac{R_{2D} - R_{2L}}{2\sqrt{3}}$$

16. MJERNI IZVORI

Pod mjernim izvorima podrazumijevamo izvore istosmjerne ili izmjenične struje. Mjerni izvori koriste se za napajanje mjernih krugova ili za dobivanje pomoćnih napona i struja u mjerenju. Naponski mjerni izvori mogu biti napona od 1V (pa i manje) pa do reda MV, snage od mW pa do stotinjak MW, a frekvencijskog opsega od 0Hz do 10GHz.

Osnovni je zahtjev na mjerne izvore stabilnost napona ili struje, a kod izmjeničnih izvora i stabilnost frekvencije. Uz to vrlo često zahtjeva se da mjerni izvori imaju mogućnost kontinuiranog podešavanja napona.

Kod istosmjernih naponskih izvora kod kojih se napon (istosmjerni) dobiva ispravljanjem izmjeničnog zahtjeva se i što manja valovitost.

Kod izmjeničnih izvora zahtjeva se i mogućnost mijenjanja frekvencije.

Posebno mjesto pripada istosmjernim naponskim izvorima čiji je napon poznat s velikom točnošću i vremenski je nepromjenjiv. To su **etaloni napona**.

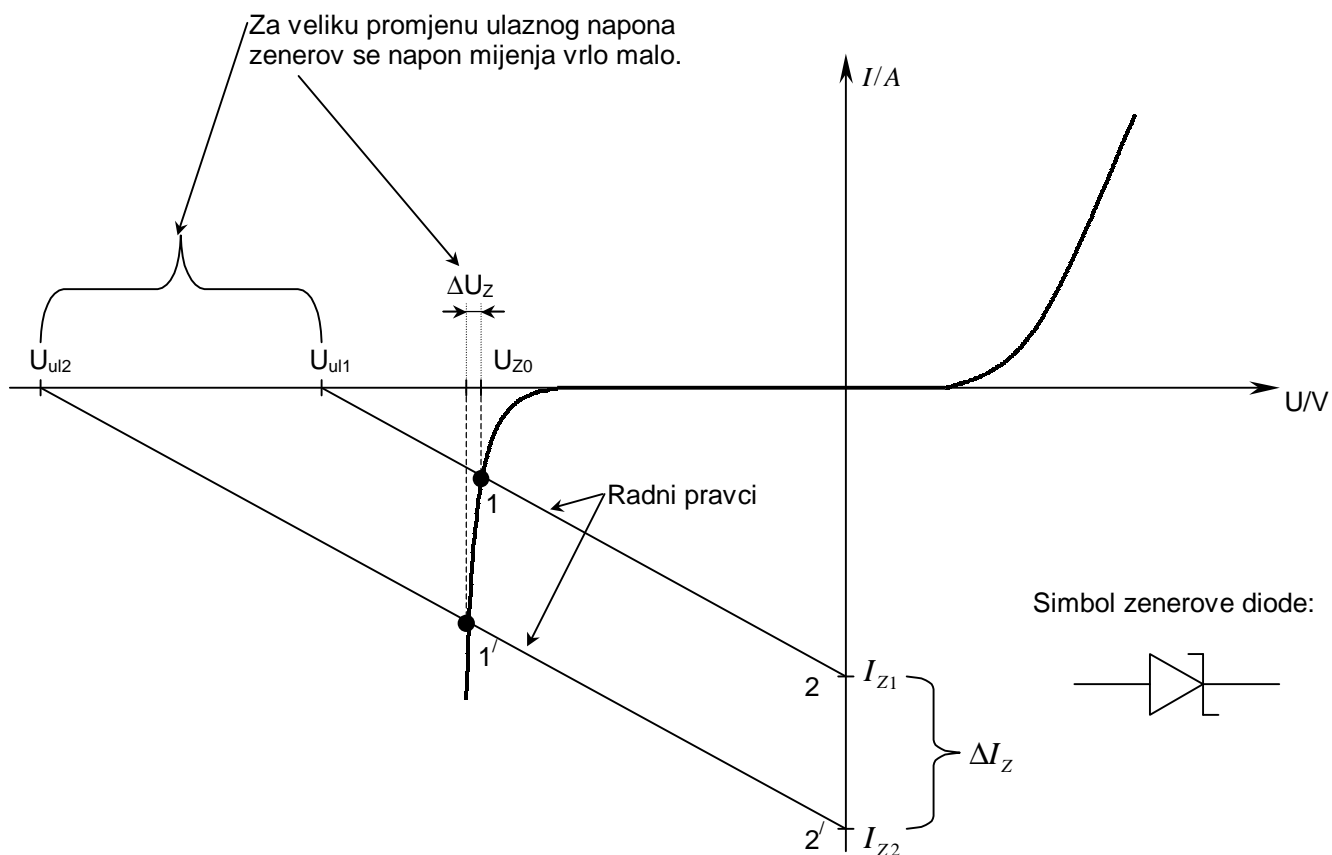
ETALON ISTOSMJERNOG NAPONA

Nekada se kao etalon istosmjernog napona isključivo koristio WESTON-ov etalonski članak. To je kemijski izvor čiji napon iznosi $1.018650V \pm 30\mu V$ i to uz uvjet da je temperatura $20^{\circ}C$ i da je neopterećen. Unutarnji je otpor ovog članka izuzetno velik (300Ω do 1000Ω) stoga i mala struja koja protječe njime uzrokuje primjetan pad napona.

Napon članka mijenja se promjenom temperature i to $4.0 \cdot 10^{-5}V/K$ odnosno $40\mu V/K$. Stoga se članci čuvaju u termostata kako bi se osigurala konstantna temperatura. Traju 10 do 15 godina kao etaloni vrlo slabo su otporni na preopterećenja. Primjerice opteretimo li članak strujom od 1mA samo 1 sekundu treba mu dva sata da se oporavi, a napon se smanji za 2mV. Danas se WESTON-ov etalonski članak rijetko koristi.

U današnje vrijeme prevladava upotreba etalona napona sa zenerovom diodom (poluvodički etalon napona).

Zenerova dioda je poluvodička dioda sa karakteristikom kao na slici.

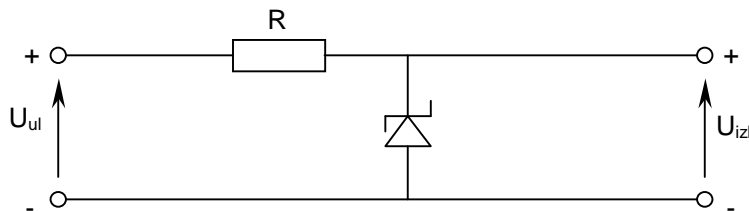


Radno je područje zenerove diode u nepropusnom smjeru. Zenerov napon je vremenski vrlo stabilan, i iznosi obično od 1V pa do 10V.

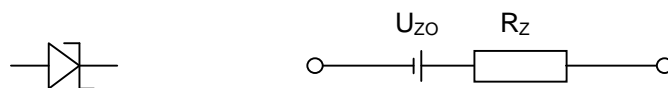
Za napon zenerove diode bitna je strmina karakteristike u zenerovom (nepropusnom) području odnosno dinamički otpor R_Z diode koji ovisno o diodi i veličini struje može iznositi od 0.5 do 150Ω.

$$R_Z = \frac{\Delta U_Z}{\Delta I_Z}$$

Stabilizacija se postiže na sljedeći način:



Dakle promjenom ulaznog napona izlazni se napon ne mijenja tj. stabilan je. Zenerovu diodu možemo nadomjestiti istosmjernim izvorom i otpornikom.



Stabilizacija izlaznog napona definirana je preko faktora stabilnosti S.

$$S = \frac{dU_{ul}}{U_{ul}} : \frac{dU_{izl}}{U_{izl}}$$

Ako se ulazni napon promjeni za 10% izlazni se promjeni za 0.1%. Promjena izlaznog napona vrlo malo ovisi o temperaturi odnosno manja je od 10^{-6} V/K.

Ostali izvori istosmjerne struje

1. Suhi galvanski članci

Ugrađuju se u prijenosne instrumente i imaju velik unutrašnji otpor (od 0.3Ω do 20Ω ovisno o izvedbi i starosti članka). Tijekom pražnjenja članka raste njegov unutrašnji otpor, a pada napon na stezaljkama.

2. Akumulatori

Akumulatori su prikladniji za precizna mjerenja i stabilniji od suhih članaka. Imaju mali unutrašnji otpor (od 10 do 100mΩ), a njima se postižu naponi i struje od nekoliko stotina volta/ampera. Razlikujemo olovne, čelične kadmijeve i srebrne akumulatore.

3. Poluvodički ispravljači

Poluvodički ispravljači ispravljaju izmjenični napon u istosmjerni. Kod njih bitan je podatak valovitost

$r = \frac{U_{AC}}{U_{DC}}$ koja treba biti što manja, a smanjuje se dodavanjem RC ili LC filtera. Imaju mali unutrašnji otpor

pa struja opterećenja malo utječe na iznos napona na stezaljkama. Napon dobiven poluvodičkim ispravljačima stabilizira se posebnim elektroničkim sklopovima.

4. Izvori izmjenične struje

To je električna mreža (sinusni valni oblik, frekvencije 50Hz). Napon se podešava regulacijskim (običnim i zakretnim) transformatorima.

5. Elektronički izvori**a) Generator funkcije**

To je zapravo oscilator kod kojeg možemo birati valni oblik izlaznog napona i frekvenciju (od 50μHz do 10MHz)

Valni oblici mogu biti: sinusni, pravokutni, pilasti.

b) Signalni generatori

To su sinusni generatori s mogućnošću amplitudne, frekvencijske i fazne modulacije.

c) Generatori impulsa

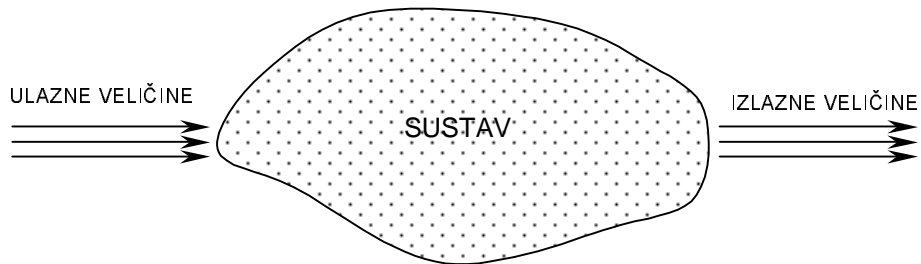
To su generatori naponskih impulsa različitih amplituda, trajanja i predznaka.

d) Kalibratori

To su oscilatori koji daju napon točno poznate frekvencije ($f=10\text{Hz}$ do 1MHz) i amplitude. Služe za umjeravanje i kalibriranje instrumenata. Točnost im je 0.02%.

17. MJERENJA U TEHNIČKIM SUSTAVIMA

Sustav je tvorevina koja u danoj okolini djeluje samostalno sa određenom svrhom.



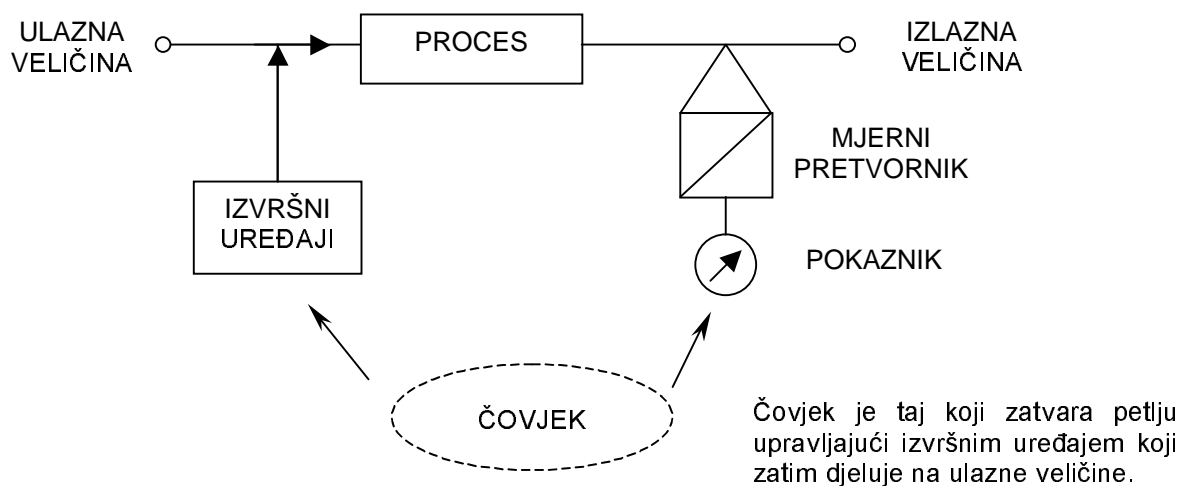
Sustav može biti:

- Prirodan
- Tehnički (proizvodni proces, elektroprivreda)
- Društveni
- Mješoviti

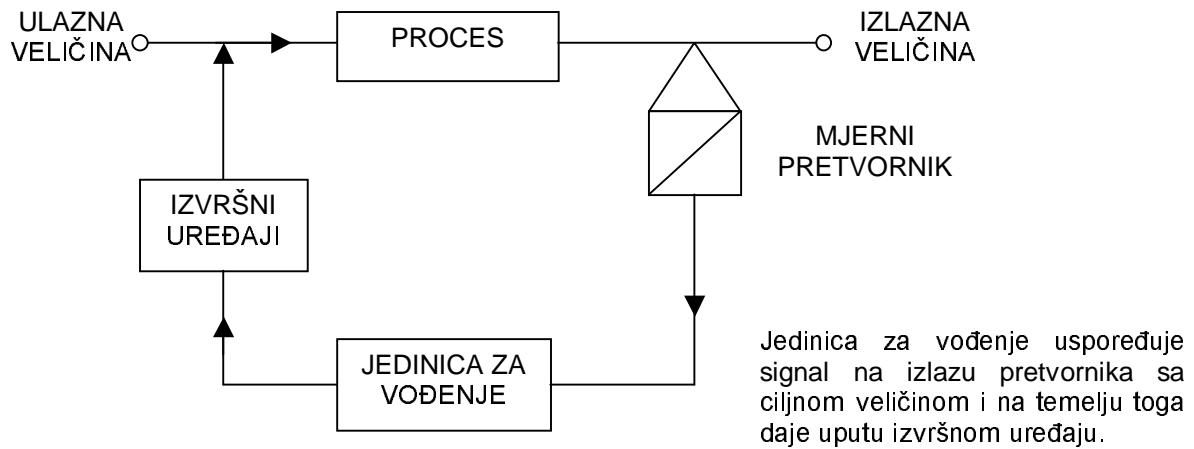
Mjerenja u tehničkim sustavima služe za nadzor sustava, upravljanje i dijagnostiku.

Postoje dva načina upravljanja procesom:

1. METODA OTVORENE PETLJE (RUČNO)



1. METODA ZATVORENE PETLJE (AUTOMATSKI)

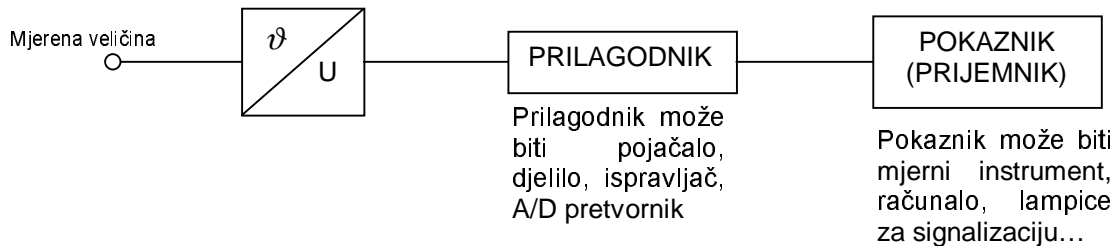


Daljinsko mjerenje – mjerni signal prenosi se žicama

Telemetrijsko mjerenje – mjerni signal prenosi se bežično.

Sve mjerne signale potrebno je dovesti u jedan centralni uređaj. Električki mjerni signali prikladniji su za prijenos na daljinu od mehaničkih, pneumatskih i hidrauličkih. Stoga se sve neelektrične mjerne veličine pretvaraju pomoću mjernih pretvornika u električke.

Primjerice temperatura se pretvara u napon.



Električki mjerni signal prenosi se od pretvornika do pokaznika vodičima, a može i bežično elektromagnetskim valovima ili svjetlovodima.

17.1. PRIJENOS ELEKTRIČKIH MJERNIH SIGNALA

Električki mjerni signali mogu se prenositi:

- Analogno
- Digitalno

1. ANALOGNO

Analogni signali mogu se prenositi istosmjernim, izmjeničnim i impulsnim naponima i strujama.

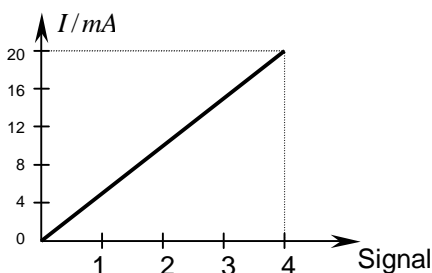
a) Prijenos analognog signala istosmjernom strujom

Istosmjernom strujom mogu se prenositi signali na udaljenost i do nekoliko kilometara. Prije nego započne prijenos sve se neelektrične veličine moraju pretvoriti u i istosmjernu struju. Struja ne ovisi o teretu priključenom na izvor signala, a teret može biti od 0 do 500Ω .

Struja koja dolazi u prijemnik normizirana je i najčešće iznosi od 0 do 20mA ili od 4 do 20mA, dok je napon od 0 do 10V.

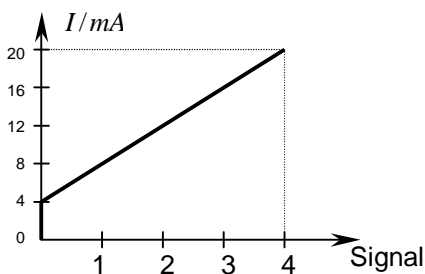
Kako ne bismo ovisili o samo jednom proizvođaču mjerna oprema se unificira na ranije navedene vrijednosti napona i struja.

Veza ulazne i izlazne veličine za struje od 0 do 20mA.



Kod ovakve veze struje i signala koji se prenosi problem je u tome što kada je struja jednaka nuli ne znamo da li je to stoga što je došlo do fizičkog prekida u mjernoj petlji ili stoga što je vrijednost signala nula.

Veza ulazne i izlazne veličine za struje od 4 do 20mA.



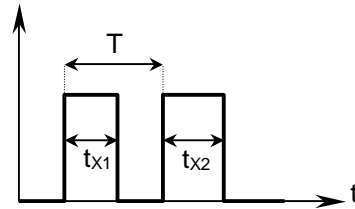
Za različite vrijednosti struje signal ima različite vrijednosti. Kada je signal nula na izlazu je struja 4mA, a ne nula. Prednost je ovakvog načina prijenosa u tome što možemo razlikovati stanje kada imamo fizički prekid u mjernoj petlji od stanja kada je vrijednost signala jednaka nuli.

b) Prijenos analognog signala izmjeničnom strujom

Izmjeničnom strujom signal se može prenositi na manje udaljenosti (do 100m), primjerice kod sekundara strujnog ili naponskog transformatora. Za prijenos na velike udaljenosti koristi se bežična radio veza pri čemu se rabi najčešće frekvencijska modulacija (jer je najmanje osjetljiva na smetnje), a i amplitudna i fazna. Pri frekvencijskoj modulaciji i mjerena veličina mijenja frekvenciju.

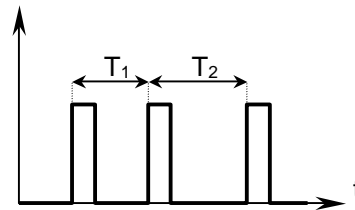
c) Prijenos analognog signala impulsnim nizom

Kod Prijenosa analognog signala impulsnim nizom mjerena se veličina pretvara u niz impulsa kojima se mijenja trajanje, fazni pomak, frekvencija ili amplituda. Amplituda opada prijenosom na velike udaljenosti i zato se ona koristi za prijenos samo na male udaljenosti.



Ovo je PDM. Mijenjamo trajanje (širinu) impulsa (t_x).

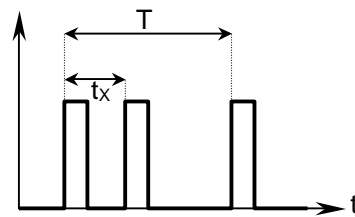
$$t_x = k \cdot x$$



Ovo je širinska modulacija (PFM) odnosno modulacija trajanja impulsa.

$$\frac{1}{T} = f = k \cdot x$$

Frekvencija se mijenja razmjerno mjerenoj veličini ($T_1, T_2 \dots$)



Ovo je impulsno fazna modulacija (PPM). Koristi se za velike udaljenosti jer je amplituda nebitna.

$$t_x = k \cdot x$$

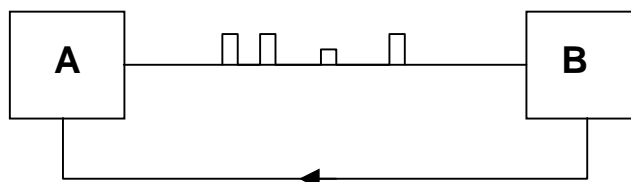
t_x – proporcionalno mjerenoj veličini

2. DIGITALNO (IMPULSNO KODNA MODULACIJA)

Digitalni prijenos može biti serijski ili paralelan. Njime se signali prenose između računala, a onda i između sastavnih dijelova računala.

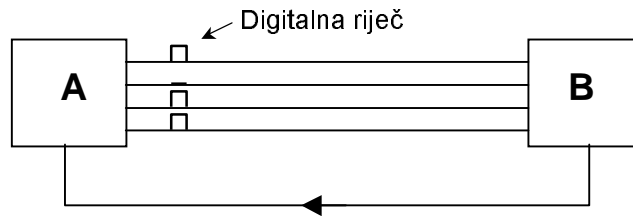
a) Serijski

Serijski prijenos je prijenos u vremenskoj domeni. Impulsi se prenose samo jednim vodičem. On je jeftiniji od paralelnog, ali je zato sporiji.



b) Paralelni prijenos

Svi bitovi digitalne riječi prenose se istovremeno. Koliko se bita prenosi toliko žica mora biti. To je prijenos u prostornoj domeni.



Za prijenos unutar računala osim lokalnih koriste se i normizirane sabirnice:

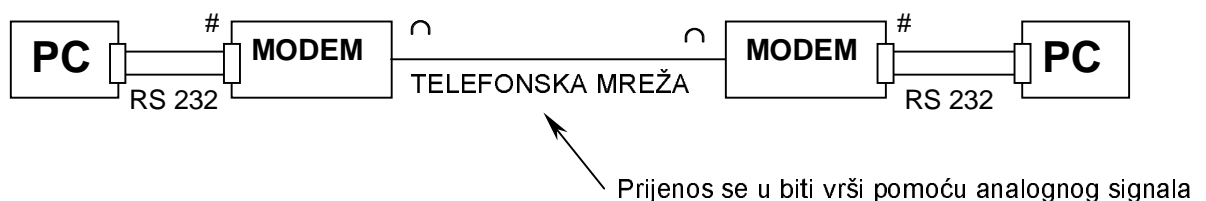
- ISA (16 bitna)
- VME (32 bitna)
- PCI (32 bitna s mogućnošću proširenja na 64 bita)

Za prijenos digitalnih signala između mjernih sustava i računala najčešće se upotrebljavaju:

- RS 232 (serijski, maksimalna brzina 19.2Kb/s)
- GPIB (normiziran normom IEEE 488)
- VXI
- PXI

Svrha je normizacije prijenosa signala postizanje spojivosti uređaja različitih proizvođača (kompatibilnost).

Serijski RS 232 prijenos izgleda ovako:



∩ - analogni signal
- digitalni signal

Danas se RS 232 koristi za povezivanje računala s uređajem na udaljenosti do 15 metara. Za veće udaljenosti (do 1200 metara) koriste se:

- RS 422 – do 100Kb/s, otporniji na vanjske smetnje
- RS 485 – do 100Kb/s, otporan na smetnje, omogućuje priključivanje više uređaja na jedan ulaz jer koristi adresiranje uređaja
- GPIB – najčešće korišten mjerenjima upravljanim računalom, brzina do 500Kbyta/s, paralelno se prenosi 8 bitna digitalna riječ.

18. MJERNI PRETVORNICI

Mjerni pretvornici pretvaraju neelektrične veličine u električne, a mogu se podijeliti na aktivne i pasivne.

1. AKTIVNI

Aktivni mjerni pretvornici izravno pretvaraju neelektrične veličine u napon.

Načelo rada:

- Na temelju **elektromagnetske indukcije** mehanička se energija pretvara u električnu
- Na temelju **piezo – električnog djelovanja** mehanička se energija pretvara u električni naboj
- Na temelju **termoelektričnog djelovanja** toplinska se energija pretvara u napon
- Na temelju **fotoelektričnog djelovanja** svjetlosna se energija pretvara u napon

2. PASIVNI

Pasivni mjerni pretvornici pretvaraju neelektrične veličine u promjene električnih veličina (otpora, kapaciteta, induktiviteta). Za mjerenje tih promjena potreban je pomoćni izvor i zato ove pretvornike nazivamo pasivnim.

Mjerne pretvornike najčešće grupiramo s obzirom na vrstu veličine koju mjere pa tako možemo razlikovati:

- mjerne pretvornike pomaka
- mjerne pretvornike sile
- mjerne pretvornike temperature

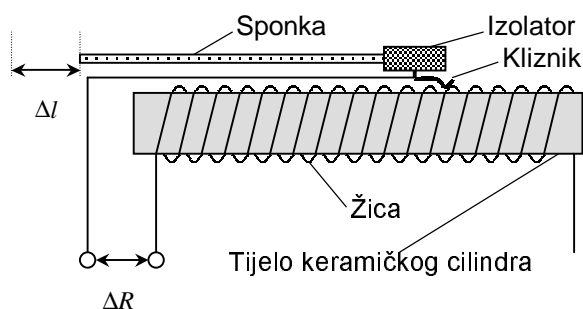
18.1. MJERNI PRETVORNICI POMAKA

Mjernim pretvornicima pomaka možemo mjeriti prijeđeni put, razinu tekućine, hrapavost površine, vibracije, silu, tlak...

1. Otpornički pretvornici pomaka s kliznikom

Na tijelo keramičkog cilindra namotana je žica po kojoj klizi kliznik.

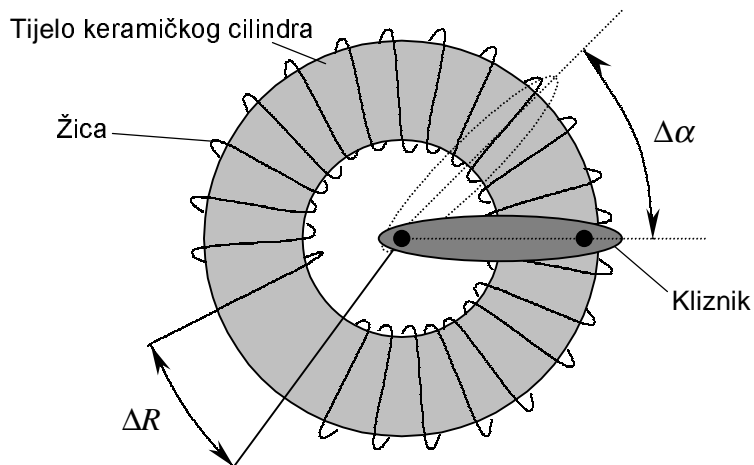
a) Izvedba s pravocrtnim pomakom



Na ovaj način pravocrtni se pomak pretvara u promjenu otpora.

$$\Delta R = k \cdot \Delta l$$

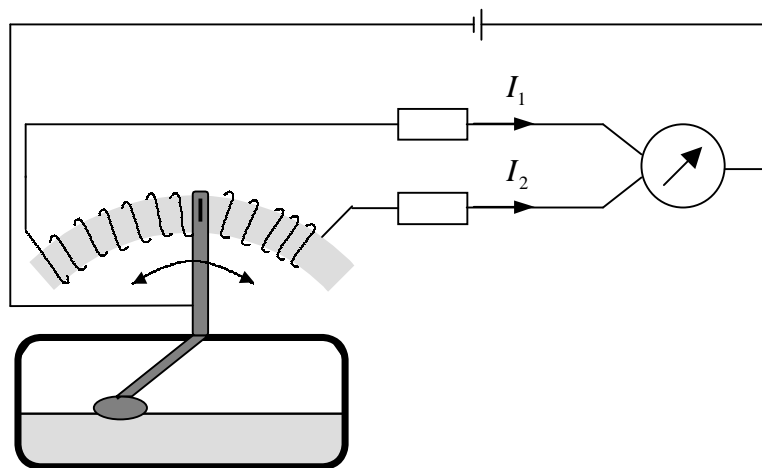
b) Izvedba s kutnim pomakom



Na ovaj način kutni se pomak pretvara u promjenu otpora.

$$\Delta R = k \cdot \Delta \alpha$$

Ovakvi se pretvornici primjenjuju primjerice u rezervoarima automobila za mjerenje razine goriva.



Instrument mjeri kvocijent struja koji ovisi o području kliznika.

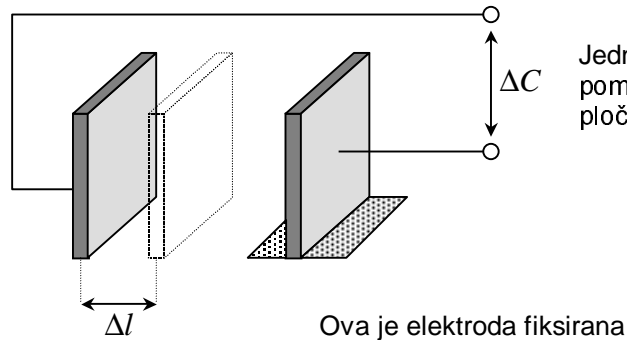
$$\alpha = k \cdot \frac{I_2}{I_1}$$

Najčešće se koristi instrument s pomičnim magnetom ili s pomičnim magnetom i dva svitka i to zbog otpornosti na udarce.

2. Kapacitivni pretvornici pomaka

Pomakom jedne elektrode kondenzatora u odnosu na drugu dolazi do promjene kapaciteta, a ta se promjena mjeri izmjeničnim mjernim mostom.

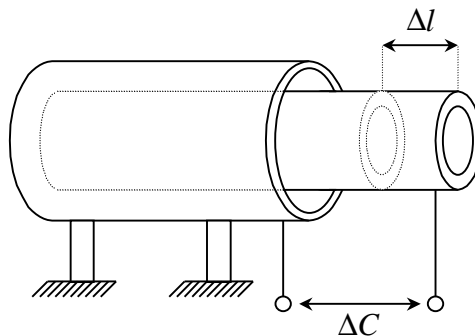
a) Izvedba sa pločastim elektrodama



Jedna je elektroda fiksirana, a druga je pomična. Promjenom udaljenosti između pločica mijenja se i kapacitet.

$$\frac{\Delta X_c}{X_c} = \frac{\Delta l}{l}, \quad C = \epsilon \cdot \frac{A}{l}$$

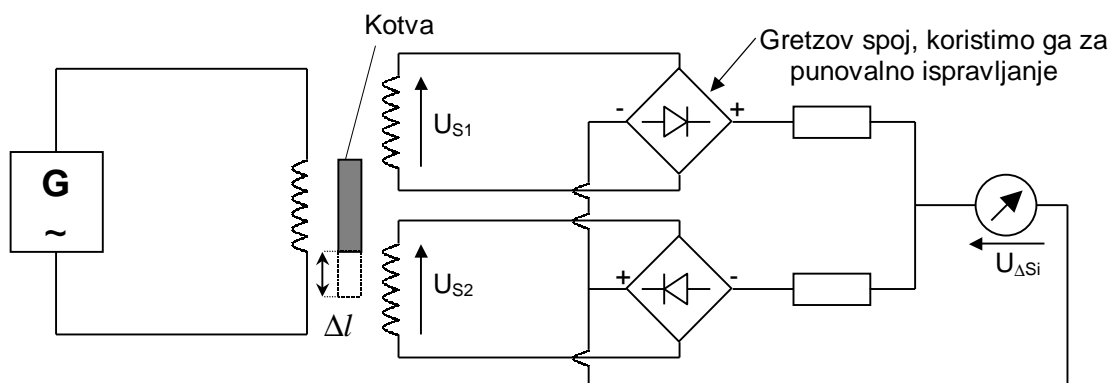
b) Izvedba sa cilindričnim elektrodama



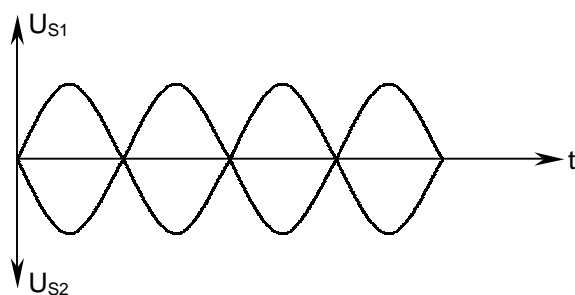
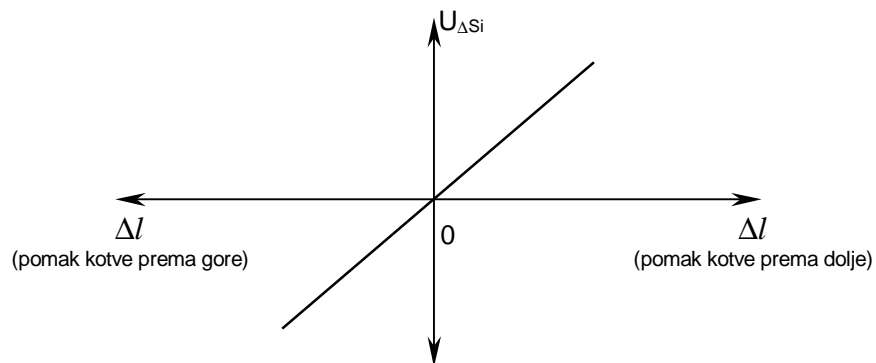
Cilindri predstavljaju elektrode. Jedan je cilindar fiksiran, a drugi pomičan. Promjenom površine između cilindara mijenja se i kapacitet.

$$\Delta C = k \cdot \Delta l$$

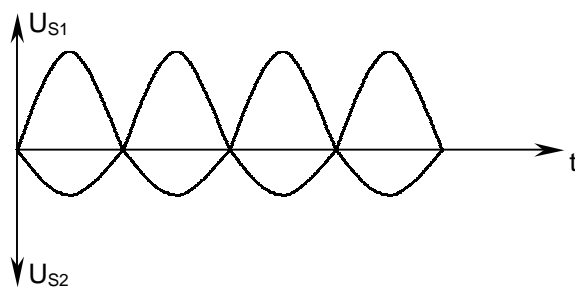
3. Induktivni pretvornici pomaka



Kada su naponi U_{S1} i U_{S2} jednaki instrument pokazuje nulu, a kada su različiti pokazuje neku vrijednost.



Kada se kotva nalazi u sredini inducirani naponi U_{S1} i U_{S2} su jednaki i međusobno se poništavaju pa instrument pokazuje nulu.

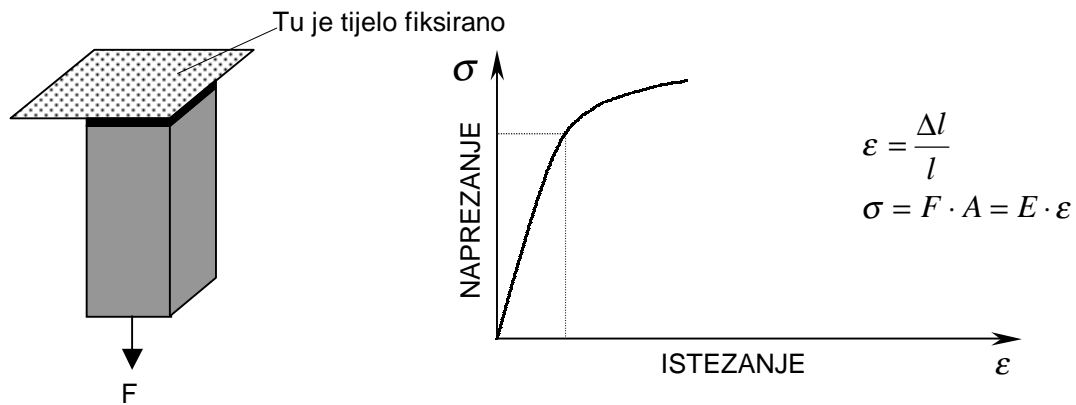


Kada se kotva nalazi u položaju više prema gore inducirani naponi U_{S1} i U_{S2} su različiti pa instrument pokazuje pozitivan napon.

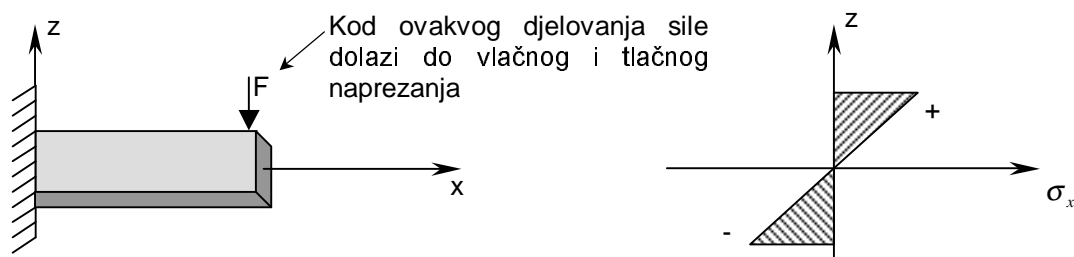
18.2. MJERNI PRETVORNICI SILE

Mjerni pretvornici sile sastoje se od elastičnog tijela na koje djeluje sila i od osjetnika koji mjeri deformacije elastičnog tijela. Mjerni pretvornici sile koriste se u elektroničkim vagama.

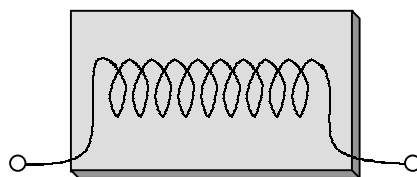
Tijelo je na jednom kraju fiksirano, a na drugom kraju na njega djelujemo silom.



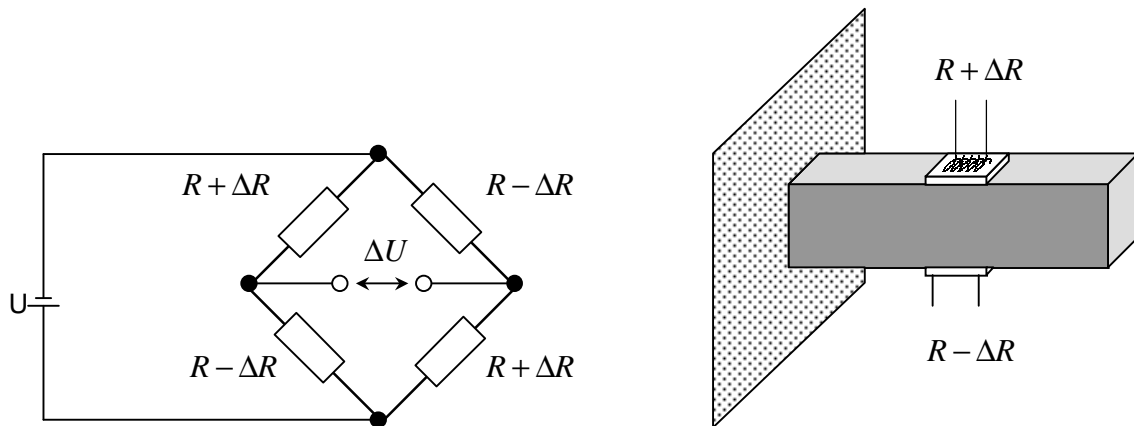
Na dijagramu vidimo da se djelovanjem sile povećava naprezanje, a tijelo se isteže. Nas zanima linearni dio karakteristike u kojem tijelo ima elastična svojstva odnosno nakon što sila prestane djelovati tijelo se vraća u prvobitni položaj.



Deformacije se mjere osjetnicima koje nazivamo **tenzomjeri** (rastezne mjerne trake). Tenzomjeri imaju žicu od otporničkog materijala koja je prilježna na neku pločicu (foliju).



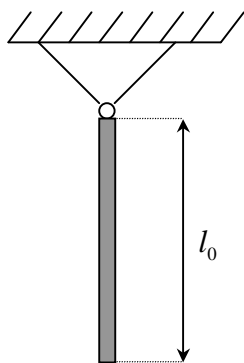
Pločica se nalijepi na mjesto gdje se želi mjeriti istezanje materijala. Istezanjem materijala isteže se i pločica, a time se mijenja otpor otporničkog materijala. Ta se promjena otpora pretvara u napon pomoću neuravnoteženog mjernog mosta.



Relativna promjena napona jednaka je relativnoj promjeni otpora.

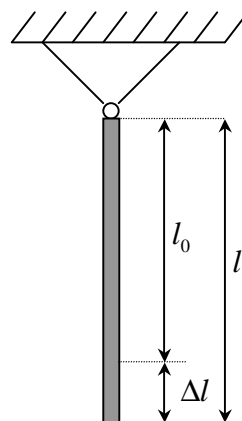
$$\Delta U = U \left(\frac{R + \Delta R}{2R} - \frac{R - \Delta R}{2R} \right) \rightarrow \frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta R}{R}$$

Postoje i ovakve izvedbe:



Neopterećeno stanje

$$R_0 = \frac{\rho_0 \cdot l_0}{A_0}$$



Opterećeno stanje

$$l = l_0 + \Delta l = l_0(1 + \varepsilon), \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Osim duljine žice mijenja se i površina presjeka (A) i otpor žice (ρ). Promjena otpora žice u prvoj se aproksimaciji može iskazati jednostavnim izrazom:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \frac{\Delta l}{l_0} = k \cdot \varepsilon \rightarrow \text{Promjena otpora proporcionalna je promjeni duljine}$$

$$\frac{\Delta U}{U} = k \cdot \frac{\Delta l}{l} = k \cdot \varepsilon \rightarrow \text{Promjena napona proporcionalna je promjeni duljine}$$

k - faktor osjetljivosti, za metale $k=2$, za poluvodiče je 50 do 60 puta veći.

Ovakvi se pretvornici sile najčešće ugrađuju u elektroničke vage.

18.3. MJERNI PRETVORNICI TEMPERATURE

Njima se osim temperature može mjeriti i toplinski tok, toplinska vodljivost, toplinsko zračenje, protok plina... Najčešće korišteni mjerni pretvornici temperature su:

- Termootpornici
- Termoparovi
- Termistori
- Integrirani krugovi

1. Termootpornici (pasivni pretvornici temperature)

Promjena otpora s promjenom temperature osobina je koju posjeduje većina metala. Oni metali koji imaju dovoljno velik temperaturni koeficijent mogu se koristiti za mjerenje temperature.

U širokom temperaturnom opsegu općenito vrijedi:

$$R_{\vartheta} = R_0 (1 + A\vartheta + B\vartheta^2 + \dots)$$

gdje je R_{ϑ} otpor materijala pri nekoj temperaturi ϑ , R_0 je otpor materijala pri temperaturi 0°C , a A i B su konstante. U užem temperaturnom opsegu (0°C do 100°C) ovisnost otpora o temperaturi može se s dovoljnom točnošću aproksimirati pravcem:

$$R_{\vartheta} = R_0 (1 + \alpha\vartheta)$$

gdje je α prosječni temperaturni koeficijent otpora i navodi se u priručnicima, a definiran je kao kvocijent relativne promjene otpora i odgovarajuće promjene temperature.

$$\alpha = \frac{R_{100} - R_0}{R_0 (100^{\circ}\text{C} - 0^{\circ}\text{C})}$$

Početni otpor ne mora biti mjeren na temperaturi 0°C , već na nekoj drugoj, a u tom slučaju vrijedi izraz:

$$R_{\vartheta_2} = R_{\vartheta_1} [1 + \alpha(\vartheta_2 - \vartheta_1)]$$

gdje je R_{ϑ_1} otpor pri temperaturi ϑ_1 , a R_{ϑ_2} otpor pri temperaturi ϑ_2 . α je srednja vrijednost promjene temperature između ϑ_1 i ϑ_2 .

$$\alpha = \alpha_{\vartheta_1\vartheta_2} = \frac{R_{\vartheta_2} - R_{\vartheta_1}}{R_{\vartheta_1} [\vartheta_2 - \vartheta_1]}$$

U priručnicima se navodi α za temperature 0°C i 100°C .

a) Platinski termootpornici

Za izradu termootpornika najčešće se koristi platina (Pt_{100}) u obliku žičane spirale ili tankog filma nanesenog na izolacijski materijal (npr. keramiku). Platinskim se termootpornicima mogu mjeriti temperature u rasponu od -200°C do $+850^{\circ}\text{C}$. Otpor i temperaturni koeficijent su normizirani:

- otpor je 100Ω na 0°C
- $\alpha_{0,100^{\circ}\text{C}} = \frac{138.5 - 100}{100[100 - 0]} = 0.00385\text{K}^{-1}$

Vrijednosti konstanti A i B u izrazu koji vrijedi pri širokom temperaturnom opsegu iznose:

$$A = 3.908 \cdot 10^{-3} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$$

$$B = -5.802 \cdot 10^{-7} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-2}$$

Platinski su termootpornici svrstani u dva razreda točnosti: A i B. Granične pogreške iskazane su sljedećim izrazima:

- za razred točnosti A: $\pm (0.15 + 0.002 \cdot |\vartheta| / ^{\circ}\text{C}) ^{\circ}\text{C}$
- za razred točnosti B: $\pm (0.30 + 0.005 \cdot |\vartheta| / ^{\circ}\text{C}) ^{\circ}\text{C}$

Primjerice platinski termootpornici razreda točnosti A od 100Ω (pri 0°C) ne smiju pri 100°C odstupati više od $\pm 0.13\Omega$ od tablične vrijednosti $138,50\Omega$ (što odgovara najvećem dopuštenom odstupanju od $\pm 0.35^\circ\text{C}$).

Osim platinskih koriste se i otpornici od nikla i bakra.

b) Nikalski termootpornici

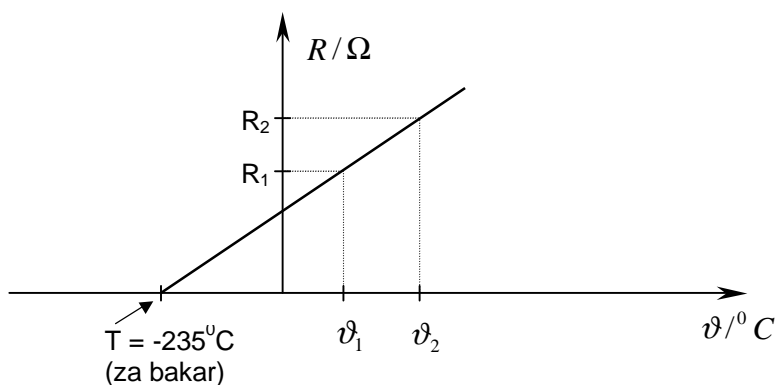
Nikalski termootpornici su najjeftiniji i koriste se za temperature do 180°C .

c) Bakreni termootpornici

Bakreni termootpornici imaju izrazito linearnu karakteristiku promjene otpora u ovisnosti o promjeni temperature. Pomoću promjene otpora bakrenog vodiča mjeri se primjerice prosječna temperatura namota transformatora i električnih strojeva pomoću izraza:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{T_{Cu} + \vartheta_1}{T_{Cu} + \vartheta_2}$$

gdje je T_{Cu} konstanta i iznosi 235°C , R_1 i ϑ_1 su otpor i temperatura namota na temperaturi okoline (u hladnom stanju), a R_2 je otpor pri temperaturi ϑ_2 .



Otpor termootpornika mjeri se raznim mjerilima otpora (mjernim mostovima, kvocijentnim instrumentima, digitalnim omometrima) koji su kalibrirani tako da izravno pokazuju temperature. Treba paziti da struje pri mjerenju otpora budu dovoljno malene (u pravilu ne veće od 1mA) da ne zagrijavaju termootpornik. Vrlo često se otpor mjeri digitalnim omometrom i to metodom dvije stezaljke ili metodom četiri stezaljke (metode su objašnjene u poglavlju 14.2. Mjerenje otpora digitalnim multimetrom). Ukupna mjerna nesigurnost mjerenja temperature termootpornicima sastoji se od nesigurnosti otpora termootpornika i nesigurnosti mjernog instrumenta, a kod dvožičnog spoja i od nesigurnosti zbog otpora spojnih žica i kontakata, te promjene otpora spojnih žica ovisno o temperaturi.

2. Termistori

Termistori su poluvodiči. Oni imaju veći otpor ($1\text{k}\Omega$ do $100\text{k}\Omega$) od metalnih termootpornika, veliki temperaturni koeficijent otpora (oko 10 puta veći od temperaturnog koeficijenta metala), izrazito nelinearnu karakteristiku i malene vremenske konstante. Ovisnost otpora termistora o temperaturi može se opisati eksponencijalnim izrazom:

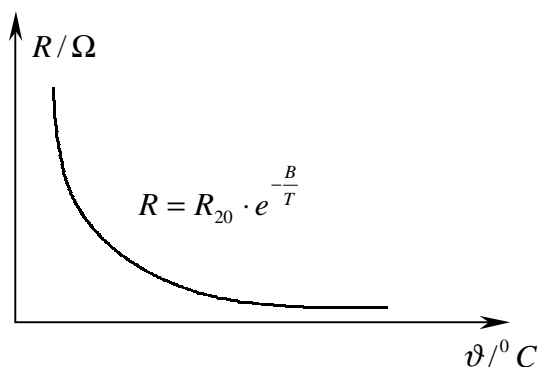
$$R = R_{20} \cdot e^{\frac{B}{T}}$$

R_{20} je otpor termistora pri temperaturi 20°C , B je konstanta i T je termodinamička temperatura u kelvinima.

Razlikujemo termistore sa pozitivnim i negativnim temperaturnim koeficijentom.

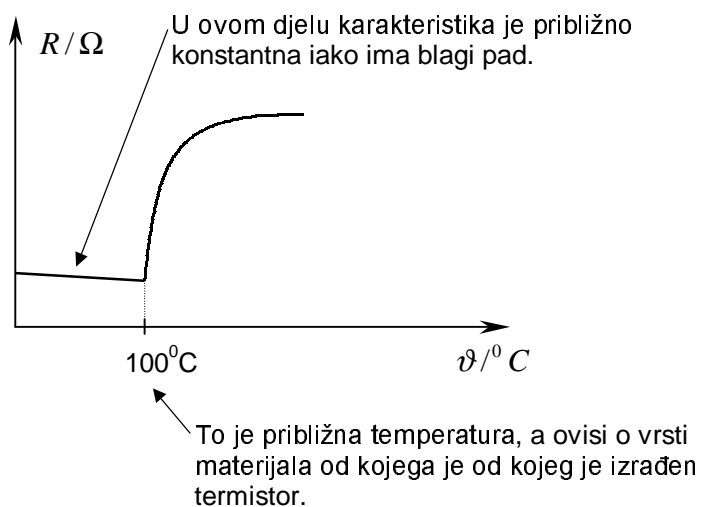
1. Termistori sa negativnim temperaturnim koeficijentom (NTC)

Otpor termistora smanjuje se povišenjem temperature. Mogu mjeriti temperature do 300°C , ali obično se koriste za temperature do 150°C . Imaju veću razlučivost od termootpornika. Njima se u uskom temperaturnom području mogu postići velike točnosti, ali se svaki termistor mora posebno ugađati, pa su stoga manje prikladni za široku primjenu.



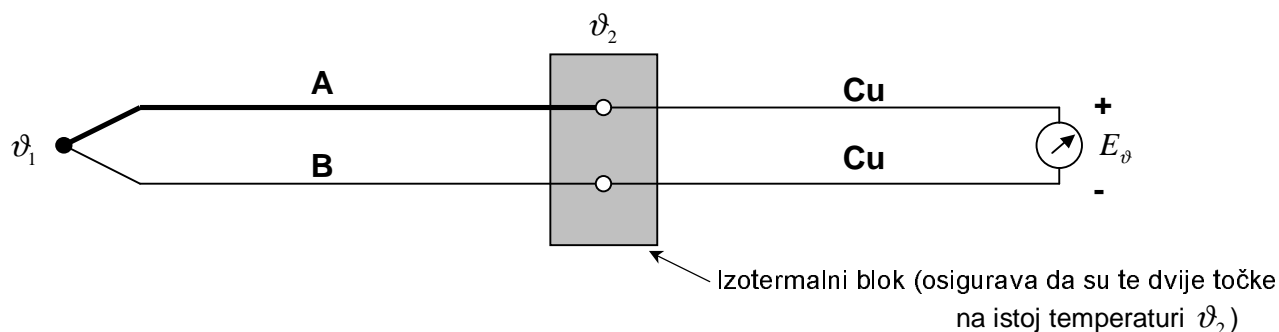
2. Termistori sa pozitivnim temperaturnim koeficijentom (PTC)

Termistori sa pozitivnim temperaturnim koeficijentom ne koriste se za mjerenje već za zaštitu motora i transformatora.



3. Termoparovi

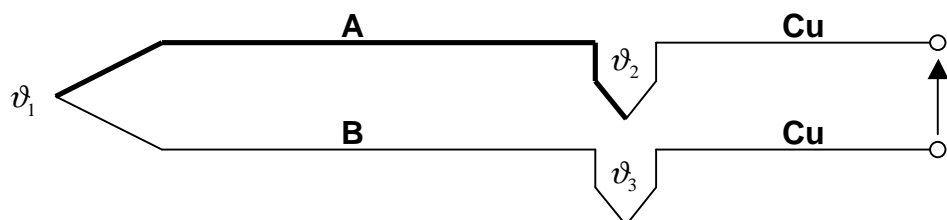
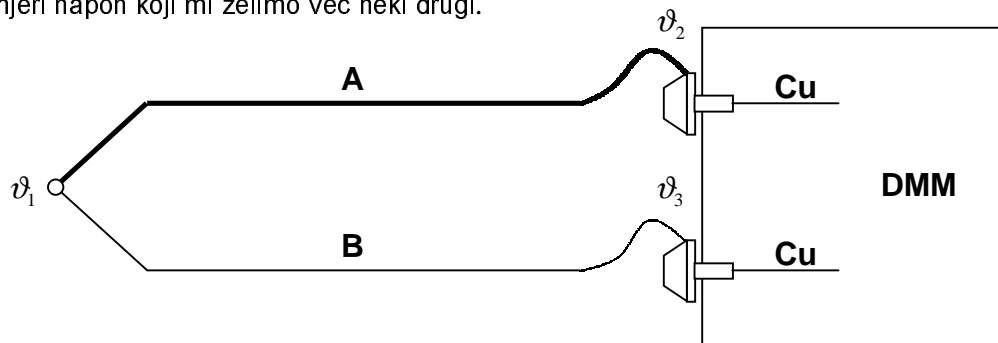
Termoparovi su pretvornici koji pretvaraju razliku temperature u razliku elektromotornih sila, tzv. termonapon. Termoparovi (ili termoelementi) su sastavljeni od dvaju različitih materijala (A i B) čija su spojišta na različitim temperaturama. Pretvorba se temelji na tzv. Seebeck-ovom efektu: na spojevima različitih materijala nastaju elektromotorne sile zbog različitih, temperaturno ovisnih, razina energetske barijere na koje nailaze slobodni električni naboji (ako su oba na istoj temperaturi elektromotorne se sile međusobno poništavaju).



Da bismo mjerili nepoznatu temperaturu mjernog spoja ϑ_1 moramo znati temperaturu referentnog spoja ϑ_2 . Izmjereni termonapon proporcionalan je razlici temperatura $\vartheta_1 - \vartheta_2$:

$$E_\vartheta = f(\vartheta_1 - \vartheta_2)$$

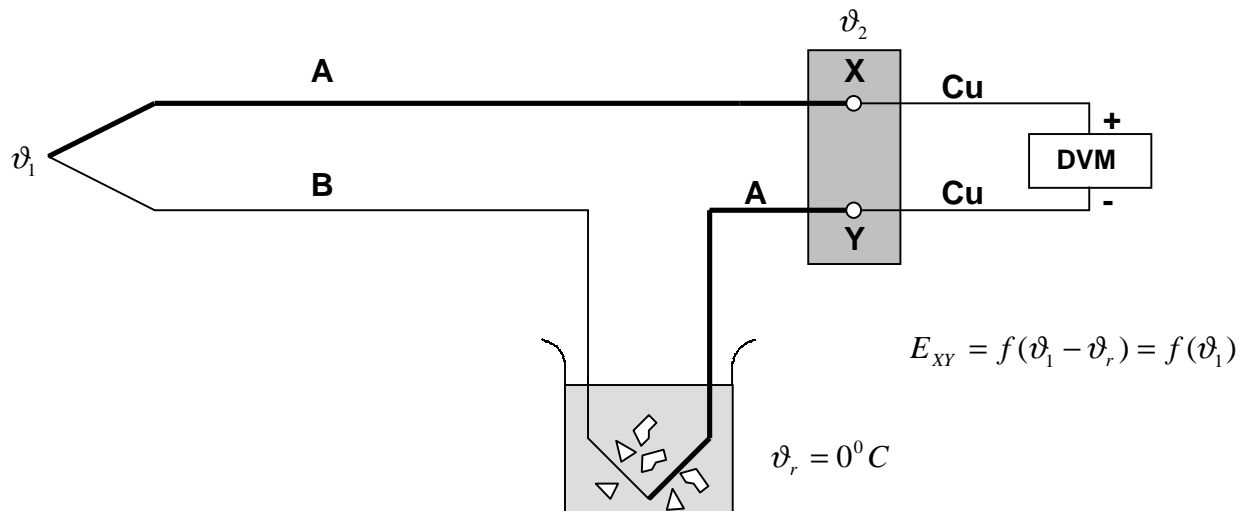
Pri mjerenju termonapona digitalnim multimetrom nastaju problemi. Na slici vidimo da imamo zapravo tri međusobno različite temperature $\vartheta_1 \neq \vartheta_2 \neq \vartheta_3$. To je tako zato što osim spoja između materijala A i B postoje još i spojevi između A i Cu te B i Cu i na različitim su temperaturama pa imamo dva termopara. Zato multimetar ne mjeri napon koji mi želimo već neki drugi.



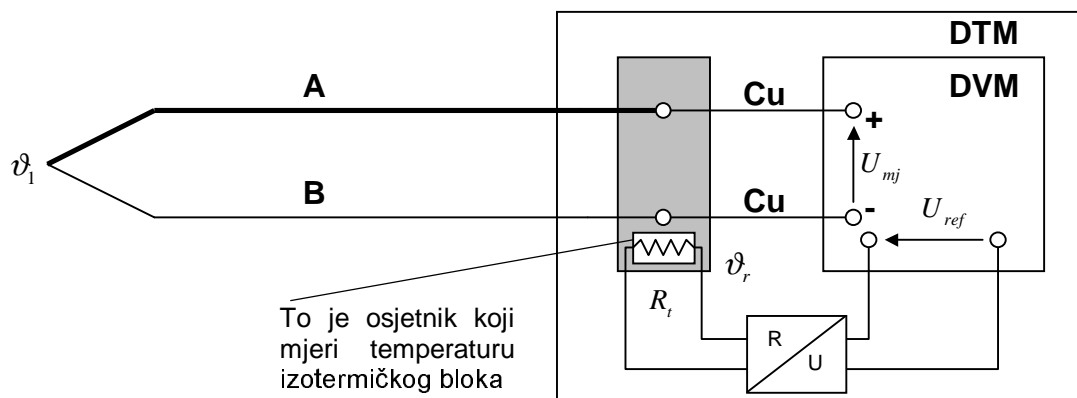
$$E_{AB} = f(\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3)$$

Tu nije napon E_{AB} koji nas zanima nego neki drugi.

Stoga kada ispravno želimo mjeriti termonapon izravno sa multimetrom moramo definirati referentnu temperaturu.

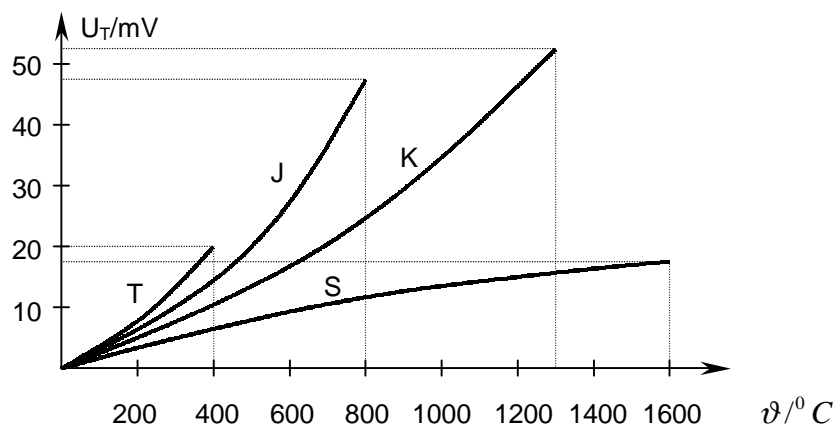


Sada DVM izravno mjeri napon razmjernan razlici temperatura ϑ_1 i $\vartheta_r = 0^\circ\text{C}$ jer se termonaponi u točkama X i Y međusobno poništavaju (jednaki su po iznosu, ali suprotni po predznaku). Ovako mjerimo kada nemamo digitalni termometar. Digitalni termometri imaju u sebi ugrađen uređaj koji kompenzira utjecaj referentne temperature.



$$U_{mj} + U_{ref} = U_1 \rightarrow \vartheta = f^{-1}(U_1)$$

U praksi se za termoparove rabi ograničen broj kombinacija različitih metala i njihovih legura.. Da bi njihova primjena bila lakša karakteristike su termoparova normizirane i navode se u tablicama međunarodne norme. Ovisnost termonapona o temperaturi nije linearna.



Najčešće se rabe termoparovi:

- **Tip T – bakar i konstantan.** Najčešće je korišten. Njime se mjeri na temperaturama do 400°C . Pri temperaturi 400°C termonapon U_T iznosi 21mV.
- **Tip J – željezo i konstantan.** Koristi se na temperaturama do 800°C . Pri toj je temperaturi $U_T = 46\text{mV}$.
- **Tip K – nikalkromnikal.** Koristi se na temperaturama do 1300°C . Pri toj je temperaturi $U_T = 52\text{mV}$.
- **Tip S – platinoradij platina.** Koristi se na temperaturama do 1600°C . Pri toj je temperaturi $U_T = 17\text{mV}$.

Materijal koji se u nazivu termoparova navodi prvi ima pozitivan potencijal u odnosu na drugi. Mjerni spoj termoparova se ostvaruje zavarivanjem oba metala ili ako je namijenjen mjerenju nižih temperatura (do 700°C) može se tvrdo zalemiti, odnosno meko zalemiti (za temperature do 150°C). Termoparovi se obično stavljaju u zaštitne cijevi koje štite termopar od utjecaja agresivne sredine čija se temperatura mjeri. Na taj se način povećava trajnost termopara, ali i njegova tromost (vremenska konstanta). Termonaponi su reda veličine milivolta. Zbog toga je mjerenje temperature termoparovima osjetljivo na elektromagnetske smetnje. Granične pogreške termoparova normizirane su i iznose od 1°C do 2.5°C . Debljina žice kreće se od 0.05 do nekoliko milimetara.

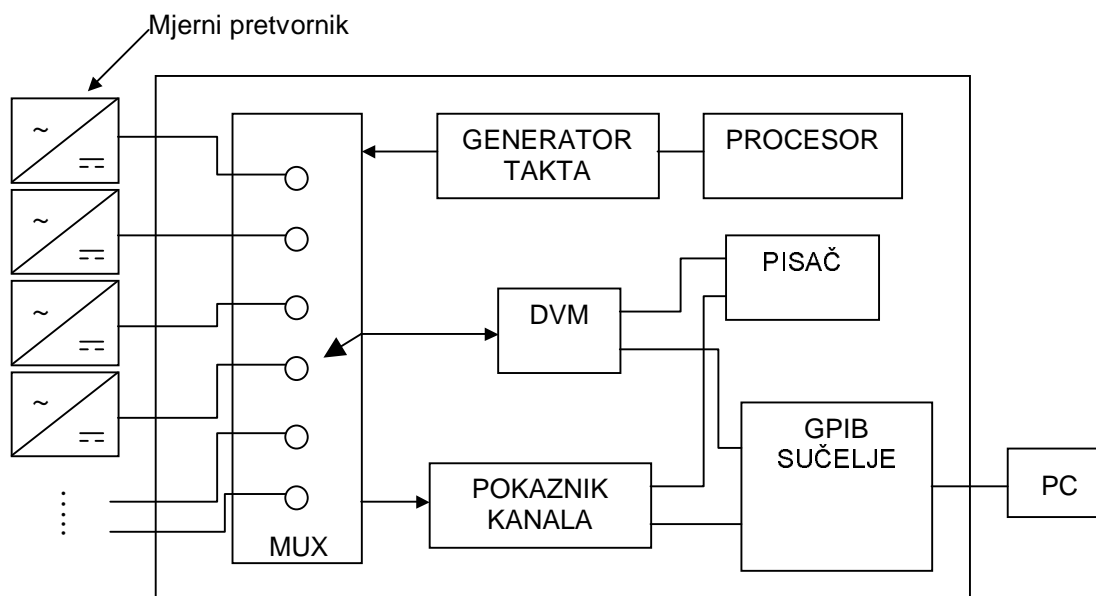
19. AUTOMATIZIRANI MJERNI SUSTAVI

Složeni proizvodni procesi zahtijevaju mnogobrojna, raznovrsna i točna mjerenja. Stoga se u njima mjerenja moraju automatizirati. Za automatizirana mjerenja prikladniji su digitalni mjerni instrumenti od analognih jer se mogu jednostavno uklopiti u sustave (regulacijske petlje). Primjenom automatiziranih mjernih sustava štedi se novac i vrijeme, a povećava se kvaliteta mjerenja.

U današnje vrijeme i mjerenja u laboratorijima sve se više rade automatizirano i to najčešće:

- Kada se mjerenja rutinski ponavljaju
- Kada je potreban velik broj očitavanja u kratkom vremenu
- Kada su mjerenja dugotrajna (nekoliko dana)
- Kada je potrebna opsežna matematička obrada rezultata

Prvi uređaj razvijen nakon digitalnog voltmetra je uređaj za sakupljanje i zapisivanje podataka tzv. **data logger**. Takvi su se uređaji primjenjivali tamo gdje je postojala potreba za istovremeno mjerenje više različitih veličina odnosno praćenje tih veličina tijekom dužeg vremenskog intervala.



Data logger sastoji se iz više sklopova:

Mjerni pretvornici nisu dio data loggera, ali bez njih on ne može raditi.

Pisač može biti papir ili magnet.

Budući da postoji više ulaznih kanala **pokaznik kanala** nam pokazuje koji je kanal trenutno aktivan.

Generator takta upravlja multiplekserom (multiplekser se praktički ponaša kao sklopka koja se se prebacuje s jednog kanala na drugi u ritmu signala iz generatora takta)

Kompletnim radom data loggera upravlja **mikroprocesor**.

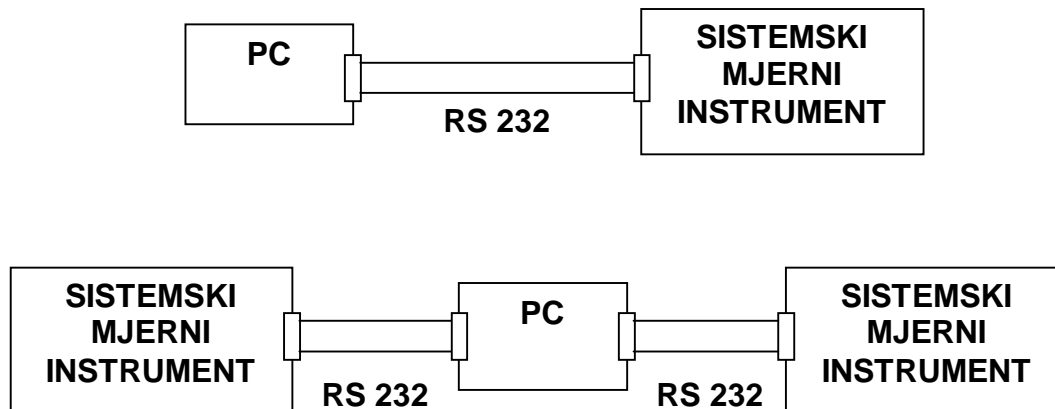
GPB sučelje omogućuje povezivanje sa računalom.

Data logger može raditi samostalno ili može raditi zajedno sa računalom. Kada radi sa računalom tada računalom ili upravlja kompletnim radom data loggera ili samo uzima podatke. Na data loggeru možemo isprogramirati interval zadržavanja sklopke na određenom kanalu, mogu se podesiti granične vrijednosti ulaznih veličina (kada su premašene upali se alarm).

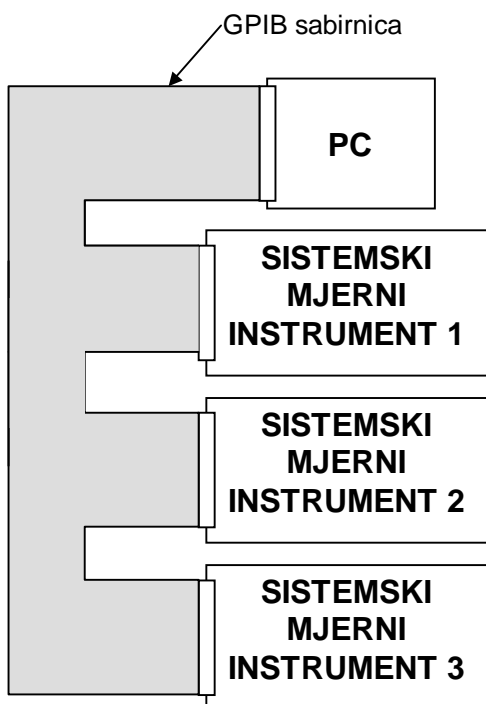
19.1. MJERNI SUSTAVI VOĐENI RAČUNALOM

Mjerni sustavi vođeni računalom nastali su nakon data loggera. Najjednostavniji mjerni sustav vođen računalom sastoji se od jednog sistemskog mjernog instrumenta i računala koji su povezani preko komunikacijskog sustava.

Preko RS 232 (serijski prijenos, COM port) možemo sa računalom povezati jedan ili najviše dva sistemski mjerna instrumenta.



Računalo i sistemski mjerni instrument moraju imati isto komunikacijsko sučelje. Uz serijski prijenos vrlo se često u složenijim mjernim sustavima koristi i paralelni prijenos preko GPIB sučelja.



Duljina kabela između računala i sistemskog mjernog instrumenta 1 odnosno između sistemskog mjernog instrumenta 1 i 2, 2 i 3 može biti 0.5m do maksimalno 4m dok ukupna duljina između računala i najudaljenijeg sistemskog mjernog instrumenta može biti maksimalno 20m.

Maksimalno možemo priključiti 15 sistemskih mjernih instrumenata na računalo preko GPIB sučelja jer ih toliko maksimalno računalo može adresirati.

GPIB sabirnica ima 24 vodiča od čega:

- 16 vodiča za prijenos signala
- 8 vodiča koji se spajaju na masu kako bi otklanjali smetnje

Od 16 vodiča koji prenose signale imamo:

- 8 služi za prijenos podataka
- 3 za kontrolu prijenosa podataka, tzv. **handshake** linije
- 5 za upravljanje komunikacijskim sučeljem

Pri prijenosu podataka obično se rabi ASCII kod. Pomoću određenih naredbi koje se daju putem tipkovnice odnosno putem programa mogu se podesiti različiti parametri na instrumentu kao npr.

- mjerno područje
- vrsta mjerene veličine
- interval mjerenja
- broj digita za iskazivanje mjernog rezultata

Programi za automatska mjerenja najčešće se pišu u BASIC-u ili C++ -u. Osim njih postoji čitav niz komercijalnih programa kojima se skraćuje vrijeme programiranja automatiziranih sustava. Najpoznatiji među tim programskim paketima su:

- LabVIEW (koristimo ga u našem laboratoriju)
- TestPoint
- HPVee

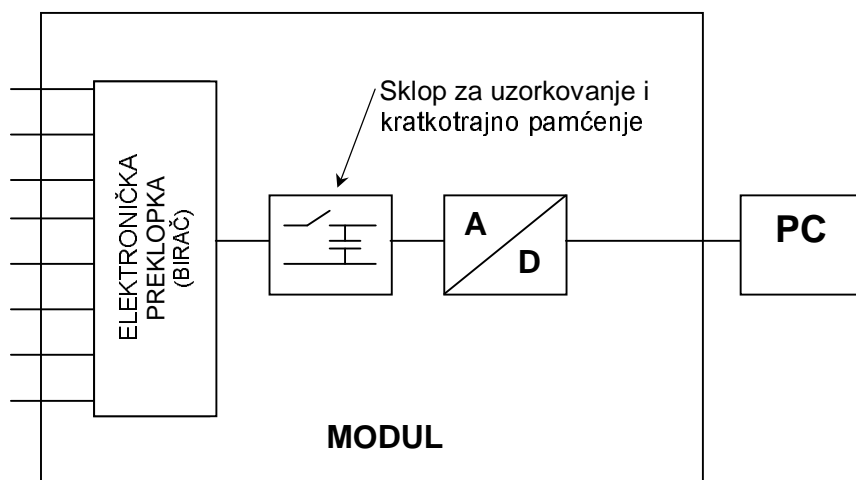
19.2. MODULARNI MJERNI SUSTAVI

Često je potrebno mjeriti puno različitih signala, a u tom bi slučaju mjerni sustav sa samostalnim mjernim instrumentima bio preskup. Stoga se rabe instrumenti koji imaju samo najvažnije dijelove odnosno to su moduli koji nemaju vlastiti pokaznik niti mjernu ploču sa komandama za podešavanje već sve te funkcije preuzima računalno. Postoje dvije izvedbe modula:

- Mjerne kartice (one se ugrađuju direktno u kućište računala u slot)
- Modularni instrumenti

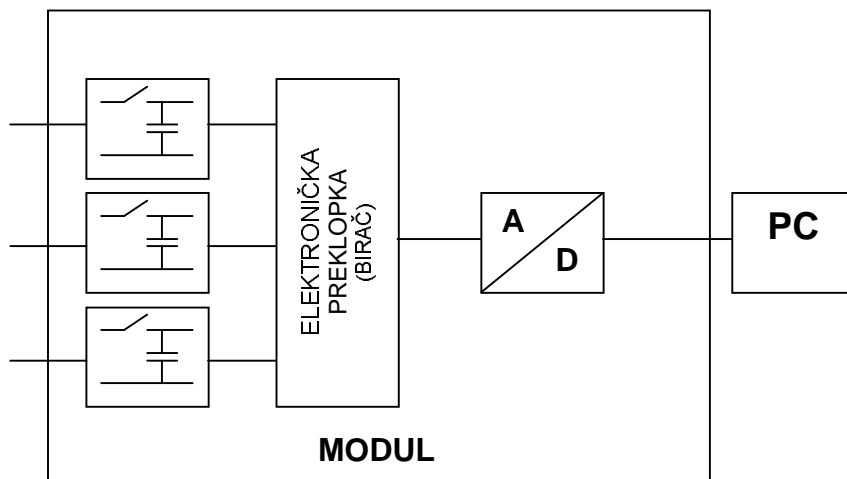
Prema načinu prikupljanja podataka razlikujemo module za serijsko prikupljanje, za istovremeno uzorkovanje i za paralelno prikupljanje podataka.

1.Moduli za serijsko prikupljanje podataka



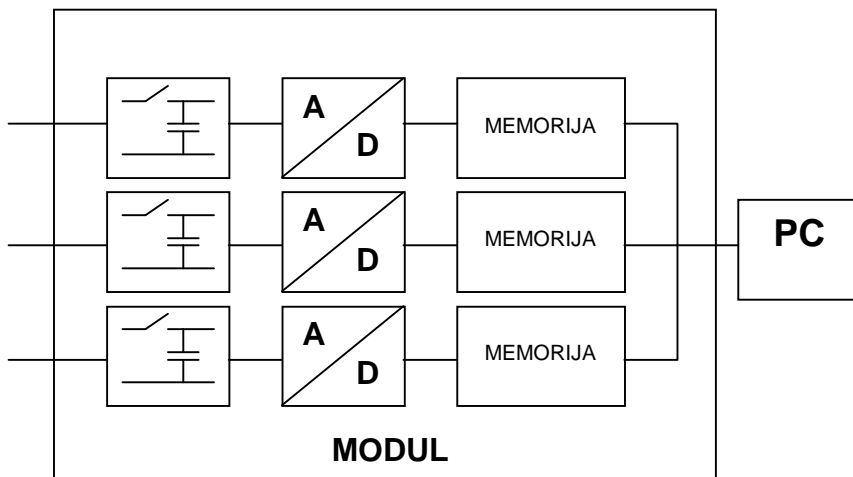
Kod ovakvih je modula brzina mjerenja obrnuto proporcionalna broju aktivnih kanala (što je više uključenih kanala sporiji je). Budući da imaju samo jedan A/D pretvornik ovakvi su moduli jeftini.

2. Moduli za istovremeno uzorkovanje podataka



Kod ovakvog se pretvornika očitava više vrijednosti u istom trenutku. Sve se vrijednosti pamte toliko dugo dok se svi ne pretvore u A/D pretvorniku i ne pošalju u računalo. Ovakvi su moduli skupi i komplicirani.

3. Moduli za paralelno prikupljanje podataka podataka



Kod ovakvog modula svaki kanal ima svoj A/D pretvornik i memoriju pa brzina ne ovisi o broju aktivnih kanala. Budući da nema birača povećana je brzina mjerenja a i točnost (jer birač unosi pogrešku u mjerenje). Podaci se šalju u računalo nakon završetka očitavanja. Ovi su moduli najbrži, ali i najskuplji.

20. ODLUČIVANJE NA TEMELJU CJELOVITOG MJERNOG REZULTATA

Mjerenje je eksperimentalni proces kojim doznajemo točnu brojčanu vrijednost mjerene veličine odnosno proizvodimo mjerni rezultat. Mjerenjem doznajemo svojstva tijela, tvari ili pojava. Cjelovit mjerni rezultat je zapravo raspon vrijednosti koji je određen sa:

- Izmjerenom vrijednošću (najbolja procjena vrijednosti mjerene veličine)
- Mjernom nesigurnošću
- Mjernom jedinicom

Ispitivanjem utvrđujemo da li objekt ispitivanja zadovoljava specificirana ili ugovorena svojstva. Pri ispitivanju uspoređujemo mjerni rezultat s vrijednošću koja je unaprijed definirana i zovemo ju **granična ili kritična vrijednost**.

Ispitivanje se sastoji od dva koraka:

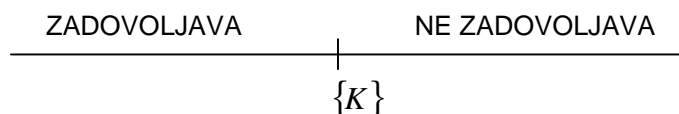
- Mjerenje
- Odlučivanje

Rezultat ispitivanja je zaključak ili odluka da rezultat ili zadovoljava ili ne zadovoljava.

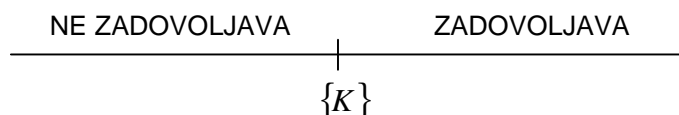
Pretpostavimo da smo s nekim proizvođačem ugovorili kupnju nekog materijala. Unaprijed smo dogovorili i graničnu ili kritičnu vrijednost, a isto tako unaprijed je dogovoreno da se mjerenjem mora dobiti vrijednost koje ja manja od kritične (to je slučaj $M < K$). Prilikom isporuke proizvođač je specificirao da je mjerenjem utvrdio da materijal zadovoljava te da je mjerena vrijednost manja od kritične. Sada mi to moramo provjeriti kako bi bili sigurni da nas proizvođač neće prevariti.

Prema tradicionalnom načinu postupili bi vrlo jednostavno. Definirali bi na brojevnom pravcu kritičnu vrijednost i tako ga podijelili na dva dijela. Ako je ugovoreno da je $M < K$ tada bi sve vrijednosti manje od kritične zadovoljavale, a ako je ugovoreno da je $M > K$ tada bi sve vrijednosti veće od kritične zadovoljavale.

a) Tradicionalni način odlučivanja za $M < K$

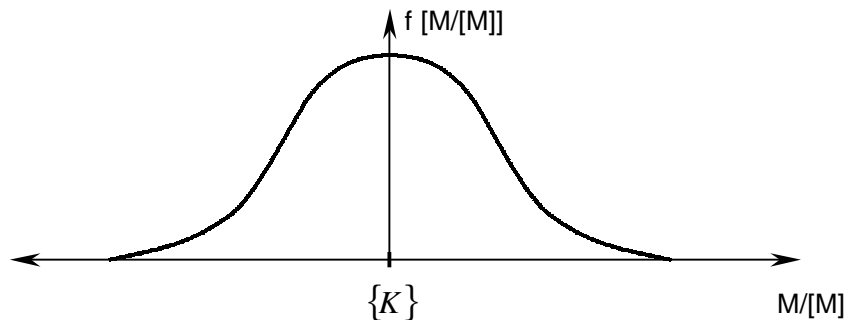


b) Tradicionalni način odlučivanja za $M > K$



Takav (tradicionalni) način odlučivanja bio bi savršen kada bi izmjerena vrijednost bila jednaka pravoj vrijednosti. Međutim nama prava vrijednost mjerene veličine redovito nije poznata i ne može se doznati mjerenjem. Stoga mjerni rezultat nikada nije samo jedna vrijednost već raspon vrijednosti određen mjernom nesigurnošću, a unutar kojeg očekujemo da se nalazi prava vrijednost mjerene veličine.

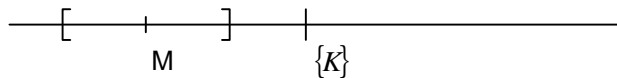
Ako pogledamo i statistički vidjeti ćemo da gotovo nema vjerojatnosti da je prava vrijednost mjerene veličine jednaka kritičnoj vrijednosti jer u 50% slučajeva je mjerena vrijednost manja od kritične, a u 50% slučajeva je veća.



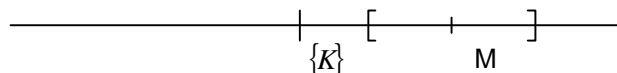
Na temelju tih spoznaja zaključujemo da treba izbjegavati tradicionalni način odlučivanja i odlučivati na temelju cjelovitog mjernog rezultata. Međutim i prilikom odlučivanja na temelju cjelovitog mjernog rezultata postoji vjerojatnost pogrešne odluke.

Ako je raspon vrijednosti mjerene veličine određen mjernom nesigurnošću kompletno unutar područja unutar kojeg zadovoljava tada je odlučivanje jednostavno i nema vjerojatnosti pogrešne odluke:

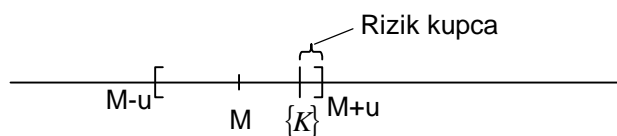
- a) Ako je raspon vrijednosti kompletno unutar zadovoljavajućeg područja za unaprijed dogovoreno $M < K$



- b) Ako je raspon vrijednosti kompletno unutar zadovoljavajućeg područja za unaprijed dogovoreno $M > K$

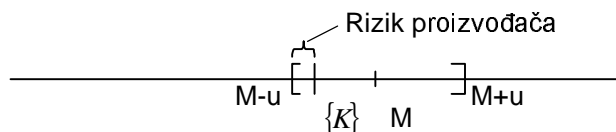


Problemi nastaju ako raspon vrijednosti mjerene veličine obuhvaća i kritičnu vrijednost.



Dakle prava vrijednost mjerene veličine nalazi se negdje u intervalu između $M-u$ i $M+u$. Ako je unaprijed dogovoreno $M < K$ tada će za kupca biti zadovoljavajuće sve one vrijednosti u intervalu između $M-u$ i K . Međutim preostaju vrijednosti u intervalu između K i $M+u$. Taj se interval naziva rizik kupca jer ako se prava vrijednost mjerene veličine nalazi negdje unutar tog intervala kupcu će biti isporučen materijal koji ne zadovoljava unaprijed definirane specifikacije odnosno postoji mogućnost da kupac prihvati neispravan proizvod.

Može se dogoditi, ako je unaprijed dogovoreno $M < K$ da mjerena veličina ne zadovoljava taj uvjet, ali ipak postoji mogućnost da isporučeni materijal zadovoljava i to onda ako je prava vrijednost mjerene veličine unutar intervala $M-u$ i K . To se naziva rizikom proizvođača odnosno rizikom da ispravan proizvod bude vraćen.



		ISTINA	
		DOBAR	LOŠ
ODLUKA	PRIHVAĆEN	$1 - \alpha$	$1 - \beta$
	ODBIJEN	α	β

α - rizik proizvođača, odbijen je dobar proizvod, vjerojatnost pogreške tipa I.

$1 - \alpha$ - razina pouzdanosti, prihvatanje dobrih proizvoda

β - rizik kupca, vjerojatnost da je prihvaćen loš proizvod, vjerojatnost pogreške tipa II.

$1 - \beta$ - razina pouzdanosti, odbijanje loših proizvoda

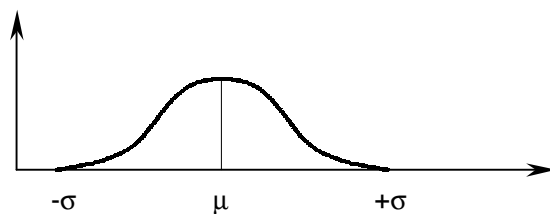
U takvim slučajevima kada interval vrijednosti mjerene veličine određen mjernom nesigurnošću obuhvaća kritičnu vrijednost govorimo o neodređenom slučaju. Tada nam statistika omogućuje donošenje razboritih, mjerljivih i objektivnih odluka.

Odluku smatramo razboritom kada procjenjujemo da događaj vrlo male vjerojatnosti nije rezultat slučaja već nekog uzroka.

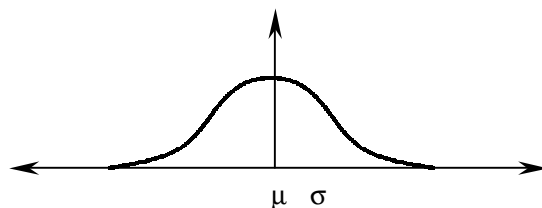
Odluku smatramo objektivnom kada ona ne ovisi o osobi koja ju donosi.

Odluku smatramo mjerljivom onda kada se može procijeniti vjerojatnost pogrešne odluke.

Rasipanje oko prave vrijednosti mjerene veličine može se aproksimirati normalnom razdiobom.



To transformiramo u normiziranu normalnu razdiobu:



$$z = \frac{M - \mu}{\sigma} \text{ - normizirana omjerna varijabla}$$

Beskonačan broj normalnih razdioba može se svesti na jednu normiziranu normalnu razdiobu, $\mu=0$, $\sigma=1$.

Tom se transformacijom normizira razlika između prave i izmjerene vrijednosti

$$\begin{array}{ccc}
 & \mu - M & \\
 \swarrow & & \searrow \\
 \text{Moguće prave vrijednosti} & & \text{Vrijednost kojom raspolažemo}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 M - \mu &= z \cdot \sigma \\
 \mu - M &= -z \cdot \sigma
 \end{aligned}$$

Razdioba je simetrična pa su površina ispod krivulje simetrične.

$$z' = \frac{\mu - M}{\sigma} = -z$$

$$f(z) = f(-z)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) dz = 1$$



Nas će zanimati ono što je izvan tog područja od 68.3% jer nam ta vjerojatnost treba za procjenu rizika.

Ovom smo dakle transformacijom postigli da se razlika izmjerene i prave vrijednosti mjeri brojem standardnih odstupanja. Za procjenjivanje vjerojatnosti pogrešne odluke, uz pretpostavku normalne razdiobe, koristimo se sljedećom tablicom:

Raspon z	Vjerojatnost P(z)	Vjerojatnost da se nalazi izvan z, (Q/2)
± 0.67	50%	50%
± 1.00	68.3%	31.7%
± 1.64	90.0%	10.0%
± 1.96	95.0%	5.0%
± 2.00	95.4%	4.6%
± 2.58	99.0%	1.0%
± 3.00	99.7%	0.3%
± 4.00	99.99%	0.01%

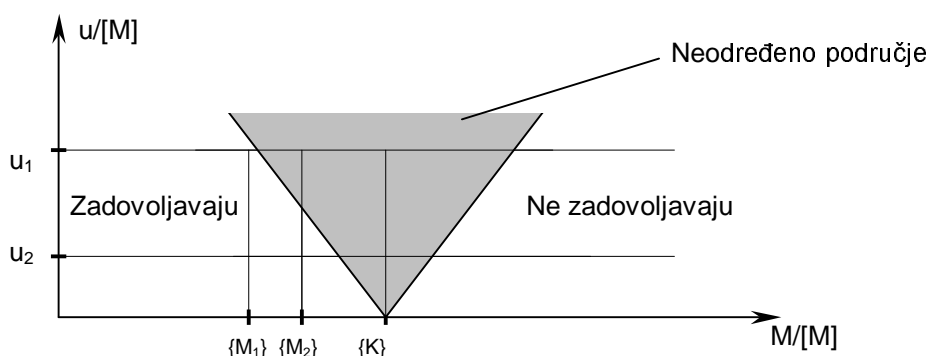
$$z = \frac{K - M}{u} \quad \text{Mjerna nesigurnost}$$

Što je z veći manja je vjerojatnost pogrešne odluke, a manji je i rizik pogrešnog odlučivanja.

Kada se s proizvođačem ugovara materijal unaprijed se odabire visina rizika (dakle prije ispitivanja). U praksi je uobičajeno da se odabere rizik od 5% ($\alpha=0.05$). Na temelju tog α određujemo koliki treba biti $Q/2$ odnosno kritična vrijednost (ukupan je rizik 10% jer imamo s obje strane krivulje, ali mi računamo samo za 5%, dakle samo za jednu stranu)

Znači gledamo u tablici i ako želimo imati 5% rizika tada je to $Q=10\%$ odnosno $Q/2=5\%$ (sa svake strane krivulje). Tada je $z = \pm 1.64$.

Ukoliko se u obzir uzima i mjerna nesigurnost zajedno sa prihvaćenim rizikom tada dolazi do komplikacija. Univerzalno pravilo odlučivanja kada se uzima mjerna nesigurnost je sljedeće (ova slika vrijedi za $M < K$):



U ovom primjeru povukli smo pravac mjernog rezultata M_1 i M_2 te pravce mjernih nesigurnosti u_1 i u_2 . Rezultat M_1 s mjernom nesigurnošću U_1 ne zadovoljava dok sa mjernom nesigurnošću u_2 zadovoljava.

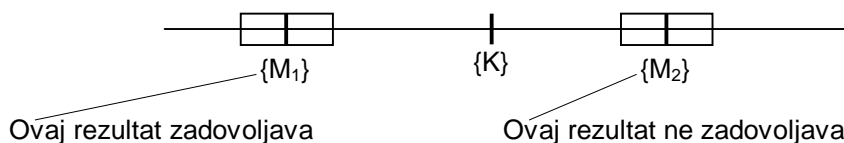
Širina neodređenog područja je $2 \cdot u \cdot z_{\frac{\alpha}{2}}$. Sve do sada rečeno vrijedilo je uz uvjet $M < K$. Za $M > K$ kompletna se priča okreće za 180° .

Ponekad je dobro odabrati proširenu mjernu nesigurnost. Cjelovit mjerni rezultat iskazan proširenom mjernom nesigurnošću:

$$M = \left\{ M_i \pm U_{\frac{\alpha}{2}} \right\} [M]$$

$$U = k_{\frac{\alpha}{2}} \cdot u$$

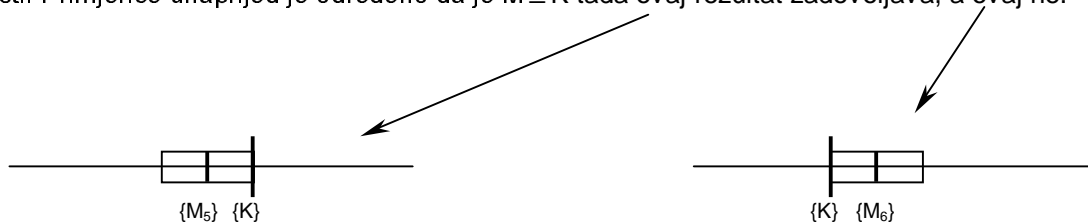
I kod mjernog rezultata iskazanog s proširenom mjernom nesigurnošću isto je kao i kod rezultata sa standardnom mjernom nesigurnošću definirano područje unutar kojeg rezultat zadovoljava odnosno unutar kojeg ne zadovoljava. Primjerice ako je unaprijed definirano $M < K$



Postoji neodređeni slučaj kada mjerni rezultat obuhvaća kritičnu vrijednost i tada nećemo donijeti dobru odluku na odabranoj razini pouzdanosti. U oba prikazana slučaja ne možemo odbiti proizvod jer je to neodređeni slučaj.



Postoje i slučajevi kada je unaprijed određeno $M \leq K$ ili $M \geq K$ odnosno kada se mjerni rezultat dotiče kritične vrijednosti. Primjerice unaprijed je određeno da je $M \leq K$ tada ovaj rezultat zadovoljava, a ovaj ne.



Primjer

Prilikom ulazne kontrole bakrene žice treba odlučiti da li pošiljka zadovoljava ili ne i da li se žica može koristiti ili ju treba vratiti proizvođaču. Prema ugovoru proizvođač jamči da je vodljivost veća od 58 Sm/mm^2 . Osim toga ugovoren je rizik kupca od 5%. Na ulaznoj kontroli napravljeno je više mjerenja i ustanovljeno je da je vodljivost isporučene žice $57.30 \pm 0.29 \text{ Sm/mm}^2$.

$$M = 57.30 \text{ Sm/mm}^2$$

$$u = 0.29 \text{ Sm/mm}^2$$

$$K = 58.00 \text{ Sm/mm}^2$$

$$z = \frac{K - M}{u} = \frac{58.00 - 57.30}{0.29} = 2.41 \rightarrow \text{vjerojatnost je } 0.8\%$$

Mjerena vrijednost manja je od kritične.

$$\text{Unaprijed je dogovoreno: } z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.025} = 1.64$$

Da bi mjerni žica zadovoljavala mora biti $z < z_{\frac{\alpha}{2}}$, a kod nas je $z < z_{\frac{\alpha}{2}}$. Prema tome vodljivost isporučene žice ne zadovoljava unaprijed dogovoreno.

Ovaj proračun mogao se je napraviti i drugačije tako da se cjelovit mjerni rezultat iskaže s proširenom mjernom nesigurnošću, koeficijent proširenja $k = 1.64$, a mjerni rezultat izgledao bi ovako:

$$M = (57.30 \pm 1.64 \cdot 0.29) \text{ Sm/mm}^2$$

Znači imamo raspon od 56.82 Sm/mm^2 do 57.78 Sm/mm^2 . Negdje unutar tog raspona nalazi se stvarni iznos vodljivosti isporučene žice, a mi smo zahtijevali da vodljivost bude veća od 58.00 Sm/mm^2 . Ni kritična vrijednost nije obuhvaćena rasponom. Dakle ova žica definitivno ne zadovoljava unaprijed dogovorenu vodljivost.

Na ovaj se način donose odluke kada je poznata mjerna nesigurnost i kada je broj stupnjeva slobode veći od 29. Kada je broj stupnjeva slobode manji od 29 umjesto normirane normalne razdiobe koristimo studentovu razdiobu.

U praksi je vrlo često potrebno utvrditi da li se dvije veličine međusobno razlikuju ili ne (s tim se često susrećemo u proizvodnji kada je potrebno provjeriti učinak neke inovacije ili kada se provjerava koji je od dva materijala bolji za neku svrhu). Tada se odluke donose na temelju dva cjelovita mjerna rezultata pri čemu je potrebno izmjeriti svojstva oba materijala. Ranije su se odluke u ovakvim slučajevima donosile na temelju usporedbe mjernog rezultata bez mjerne nesigurnosti sa kritičnom vrijednosti.

Danas se odluka donosi tako da se ispituju sljedeće:

1. **Da li je vrijednost veličine A_1 veća od vrijednosti neke druge veličine A_2** (ovo se pitanje postavlja kada unaprijed očekujemo da je vrijednost veličine A_1 veća od A_2)
2. **Da li se A_1 i A_2 međusobno razlikuju** (ovo se pitanje postavlja kada nemamo nikakvih informacija o vrijednostima veličina A_1 i A_2)

Postupak dolaženja do odgovora na prvo pitanje je sljedeći.

Računamo razliku $\Delta = A_1 - A_2$ i na temelju te razlike procjenjujemo mjernu nesigurnost te razlike $u_{\Delta} = u_{A_1 - A_2} = \sqrt{u_{A_1}^2 + u_{A_2}^2}$. Sada pretpostavimo da je kritična vrijednost $k=0$ odnosno da je $A_1 = A_2$. Ako je uz tu pretpostavku izmjerena razlika drugačija od nule odbacujemo pretpostavku da je $A_1 = A_2$ i zaključujemo da je $A_1 > A_2$ (dakle uz $\Delta > 0$) jer jedino smo to i ispitivali.

$$z = \frac{\Delta}{u_{A_1 - A_2}}, \quad z = \frac{\Delta - K}{u_{\Delta}}, \quad z > z_{\frac{\alpha}{2}}$$

Za pozitivan Δ ($\Delta > 0$) i za $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$ tvrdimo da su dvije uspoređivane veličine različite odnosno da je $A_1 > A_2$.

Postupak dolaženja do odgovora na drugo pitanje je sljedeći.

Kada nemamo informacija o vrijednostima veličina tada vrijednost jedne veličine A_1 može biti veća, manja ili jednaka vrijednosti druge veličine A_2 . Sada ne uzimamo $z_{\frac{\alpha}{2}}$ odnosno samo jednostranu vjerojatnost (1.64) već

uzimamo z_{α} , dakle obostranu vjerojatnost (1.96). U umjeravalištima se ne koristi 1.96 već se za iskazivanje cjelovitih mjernih rezultata s proširenom mjernom nesigurnošću koristi faktor proširenja $k=2$. Primjerice kod mjerenja dimenzija i oblika u strojarstvu normom ISO 142 53 – 1 definirana su pravila odlučivanja pri dokazivanju sukladnosti ili nesukladnosti sa specifikacijama. U toj se normi isto tako pretpostavlja da je faktor proširenja $k=2$. Cjelovit mjerni rezultat iskazan s proširenom mjernom nesigurnošću gdje je faktor proširenja 2 izgledao bi ovako:

$$M = \{M \pm 2 \cdot u\} [M]$$

U toj se normi primjenjuje manje rigorozna matematička statistika tako da se za sve vrijednosti koristi dvostrana odluka (kao da postoji samo drugo pitanje, a prvo ne).

21. MJERENJE DULJINE

Mjerila duljine služe za mjerenje dimenzija materijalnih objekata, za mjerenje unutarnjih i vanjskih dimenzija, razmaka, promjera, dubina, oblika, položaja, debljine, hrapavosti površine i za mjerenje kuteva.

Prema namjeni mjerila duljine mogu se podijeliti na:

- **Mjerila duljine za opću namjenu (koriste se u trgovini, obrtu i građevinarstvu)**
- **Mjerila duljine za posebnu namjenu (koriste se u industriji, geodeziji, astronomiji)**

21.1. MJERILA DULJINE ZA OPĆU NAMJENU

U mjerila za opću namjenu ubrajamo: mjerne letve (vrpce), mjerne trake i složiva mjerila.

Prema Pravilniku o meteorološkim uvjetima, kojima moraju udovoljiti mjerila duljine za opću namjenu podijeljena su u tri razreda točnosti: I, II, III. Mjerila duljine sastoje se iz oznaka čije su udaljenosti izražene u jedinicama duljine po međunarodnom sustavu mjernih jedinica (SI). Nazivna duljina mjerila je duljina koja je na mjerilu označena, odnosno koja mu se pripisuje. Osnovne oznake mjerila duljine su dvije oznake čija udaljenost predstavlja nazivnu duljinu mjerila. Skalu mjerila duljine čine sve oznake i prateća numeracija.

Najveća dopuštena pogreška mjerila u referentnim uvjetima izražena je formulom $\pm (a + b \cdot L)$, u milimetrima, gdje su:

L – vrijednost promatrane duljine u metrima, zaokružena na više pune metre

a i b – koeficijenti čije su vrijednosti utvrđene za svaki razred točnosti i navedene u tablici:

Razred točnosti	Koeficijenti	
	a	b
I	0.1	0.1
II	0.3	0.2
III	0.6	0.4

Primjerice za mjerilo razreda točnosti II duljine 3m, najveća dopuštena pogreška mjerila u referentnim uvjetima iznosi $\pm (0.3 + 0.2 \cdot 3)$ mm odnosno ± 0.9 mm.

Referentni uvjeti za koje su najveće dopuštene (granične) pogreške definirane jesu:

- Referentna temperatura od 20°C ili druga temperatura naznačena na mjerilu
- Referentna rastezna sila, naznačena na mjerilu duljine, koja se treba osigurati po cijeloj ispitivanoj duljini, kad mjerilo praktično bez trenja leži na ravnoj podlozi

Međutim najčešće se ne može postići tako usko područje referentnih veličina. Stoga je definirano prošireno područje referentnih veličina, zovemo ga **nazivno područje**, unutar kojega su definirane vrijednosti referentnih veličina:

- Referentna temperatura $(20 \pm 8) ^\circ\text{C}$.
- Referentna sila $\pm 10\%$
- Relativna vlaga 0% do 85%

Kada se mjeri izvan referentnog područja, a unutar nazivnog područja, dozvoljene su dodatne pogreške koje nazivamo varijacije, a koje maksimalno mogu biti jednake graničnoj pogrešci (to znači da u najlošijim uvjetima radimo sa dvostrukom pogreškom) i iznose $\pm 2(a + b \cdot L)$. Granična pogreška potrebna nam je za procjenu ukupne mjerne nesigurnosti. Prilikom te procijene treba voditi računa i o tome da je čovjek taj koji očitava sa mjerila što znači da imamo još dodatne izvore nesigurnosti i to zbog:

- Konačne razlučivosti ljudskog oka (0.070mm)
- Procjena dijela između dva podjeljka

To dvoje zajedno nazivamo granična pogreška očitavanja. Primjerice za podjeljak širine 1mm granična pogreška očitavanja iznosi 0.1mm odnosno 1/10 tog razmaka.

Nazivna duljina mjerila duljine za male duljine trebaju imati nazivnu duljinu od 0.5m do 5m, a mjerila duljine za velike duljine od 5m do 200m.

Na mjerilu duljine za opću namjenu moraju biti ispisane sljedeće oznake:

- Nazivna duljina mjerila
- Razred točnosti mjerila (I, II, III)
- Službena oznaka tipa mjerila (ako je tip ispitan)
- Referentna temperatura (ako ona ne iznosi 20°C)
- Zatezna sila (ako je utvrđena za mjerilo)
- Vrijednosti podjeljka
- Naziv proizvođača

Primjer

Mjerimo duljinu mjerilom duljine razreda točnosti II. Izmjerena duljina je $l = 120\text{mm}$. Podjeljak je širine 1mm. Izmjerenu duljinu trebamo zaokružiti na više na pune metre: $L = 1\text{m}$

Najveća dopuštena pogreška mjerila u referentnim uvjetima iznosi: $G = \pm(0.3 \pm 0.2 \cdot 1)\text{mm} = \pm 0.50\text{mm}$

Granična pogreška očitavanja iznosi: $G_{o\check{c}} = \frac{1}{10} \text{ podjeljka} = 0.10\text{mm}$

a) Ako je mjerilo duljine drveni metar tada vrijedi:

Nesigurnost očitavanja u referentnom području utjecajnih veličina: $u = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{G^2 + G_{o\check{c}}^2} = 0.29\text{mm}$

Nesigurnost očitavanja u nazivnom području utjecajnih veličina: $u = \sqrt{\frac{4 \cdot G^2 + G_{o\check{c}}^2}{3}} = 0.58\text{mm}$

Ova je četvorka tu zato što imamo ukupno 4 varijacije i to:

- Jednu osnovnu
- Jednu zbog temperature
- Jednu zbog zatezne sile
- Jednu zbog vlage

b) Ako je mjerilo duljine čelična traka tada vrijedi:

Nesigurnost očitavanja u referentnom području utjecajnih veličina: $u = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{G^2 + G_{oc}^2} = 0.29mm$

Nesigurnost očitavanja u nazivnom području utjecajnih veličina: $u = \sqrt{\frac{2 \cdot G^2 + G_{oc}^2}{3}} = 0.41mm$

Ova je dvojka tu zato što imamo ukupno 2 varijacije i to:

- Jednu osnovnu
- Jednu zbog temperature

Primjetimo da kod čelične trake ne uzimamo u obzir varijaciju zbog zatezne sile i vlage.

Kod složivih mjerila kao što je stolarski metar dozvoljena je dodatna pogreška od 0.5mm.

21.2. MJERILA DULJINE ZA POSEBNU NAMJENU

Mjerila za posebnu namjenu koriste se u metaloprerađivačkoj industriji i elektroindustriji gdje se zahtijevaju vrlo precizna mjerenja za koja mjerila za opću namjenu nisu dovoljno točna.

1. MJERNE LETVE

Normizirane su. Granične pogreške definirane su pri referentnoj temperaturi 20°C i to na sljedeći način:

$$G = \pm(50 + 0.050 \cdot l_x) \mu m = \left(50 + \frac{l_x}{20} \right) \mu m$$

$[l_x]$ - uvrštava se u milimetrima kako bi dobili G u μm .

Ako se mjeri pri temperaturi različitoj od 20°C mjerni se rezultat može ispraviti pomoću podatka o koeficijentu toplinskog rastezanja koji je definiran za materijal od kojeg je napravljena mjerna letva. Normizirana vrijednost koeficijenta rastezanja iznosi $\alpha = 11.5 \mu m / K$.

Mjerna nesigurnost kod mjernih letvi procjenjuje se na sljedeći način:

Pretpostavimo da je izmjerena duljina $l_x = 120mm$.

$$G = \pm(50 + 0.050 \cdot 120) \mu m = 56 \mu m$$

$$G_{oc} = \pm 100 \mu m = \pm 0.1mm$$

$$u = \sqrt{\frac{G^2 + G_{oc}^2}{3}} = \sqrt{\frac{56^2 + 100^2}{3}} = 66 \mu m$$

2. POMIČNO MJERILO

Pomično mjerilo se sastoji od nepokretnog dijela i pokretnog dijela – **noniusa**. Mjerna skala na nepokretnom dijelu izgravirana je u milimetrima. Dužina skale i razmak podjela na noniusu kod pomičnih mjerila različito su izgravirane ovisno o točnosti očitavanja koje može biti 1/10mm, 1/20mm ili 1/50mm (postoji još i 1/100). Za bilo koji položaj noniusa prema nepokretnoj skali očitava se vrijednost u milimetrima lijevo od ništice na noniusu. Da bi se dobio ostatak očitavanja treba potražiti koji se podjeljak noniusa najbolje poklapa s oznakom na nepomičnoj skali. Primjerice ako je ništica na noniusu desno od podjeljka 27mm i podjeljak 4 na noniusu kod 1/10 podjele noniusa najbolje se poklapa s oznakom na nepomičnoj skali, očitavamo iznos 27.4mm.

a) Pomična mjerila s podjelom noniusa 1/10 i 1/20

Granične pogreške pomičnih mjerila pri referentnoj temperaturi 20°C s očitanjem 1/10 i 1/20mm iznosi:

$$G = \pm(50 + 0.10 \cdot l_x) \mu m$$

gdje je l_x duljina koja se mjeri iskazana u milimetrima.

Granična pogreška očitavanja kod pomičnih je mjerila definirana ovisno o podjeli nonijusa:

$$G_{o\check{c}} = \frac{1}{2} \text{ podjele nonijusa}$$

Primjerice:

Za podjelu nonijusa 0.1mm $G_{o\check{c}}=50\mu m$

Za podjelu nonijusa 0.05mm $G_{o\check{c}}=25\mu m$

Mjerna nesigurnost kod pomičnih mjerila mjerila s podjelom noniusa 1/10 i 1/20 procjenjuje se na sljedeći način: Pretpostavimo da je izmjerena duljina $l_x=120mm$ i podjela nonijusa je 0.05mm (1/20mm).

$$G = \pm(50 + 0.10 \cdot 120) \mu m = 62 \mu m$$

$$G_{o\check{c}} = 25 \mu m$$

$$u = \sqrt{\frac{62^2 + 25^2}{2}} = 38.6 \mu m$$

b) Pomična mjerila s podjelom noniusa 1/50 i 1/100

Postoje pomična mjerila sa još finijom podjelom noniusa i to 1/50 i 1/100.

Granična pogreška kod njih se procjenjuje na sljedeću način:

$$G = \pm(20 + 0.10 \cdot l_x) \mu m$$

Granična pogreška očitavanja kod pomičnih je mjerila definirana ovisno o podjeli nonijusa:

$$G_{o\check{c}} = \frac{1}{2} \text{ podjele nonijusa}$$

Primjerice:

Za podjelu nonijusa 0.02mm $G_{o\check{c}}=10\mu m$

Za podjelu nonijusa 0.01mm $G_{o\check{c}}=5\mu m$

Mjerna nesigurnost kod pomičnih mjerila s podjelom noniusa 1/50 i 1/100 procjenjuje se na sljedeći način: Pretpostavimo da je izmjerena duljina $l_x = 120\text{mm}$ i podjela nonijusa je 0.05mm (1/50mm).

$$G = \pm(20 + 0.10 \cdot 120)\mu\text{m} = 21.2\mu\text{m}$$

$$G_{oc} = 10\mu\text{m}$$

$$u = \sqrt{\frac{21.2^2 + 10^2}{2}} = 14\mu\text{m}$$

U današnje vrijeme postoje i digitalna pomična mjerila koja se mogu priključiti na računalo.

3. MIKROMETAR

Mikrometar je zapravo vijak sa točno poznatim korakom uvijanja. Očitavanje vrijednosti pomoću mikrometra vrši se tako da se prvo čitaju milimetri i polumilimetri na uzdužnoj skali, a zatim pedeseti dijelovi na bubnju. Granične pogreške mjerenja mikrometrom iznose $\pm 0.4\mu\text{m}$ za najčešće korišten mikrometar s područjem od 0 do 25mm.

Postoje i mikrometri za velike duljine. Oni mogu mjeriti u rasponu od 1.000 do 1.025 metara. Kod njih granična je pogreška definirana na sljedeći način:

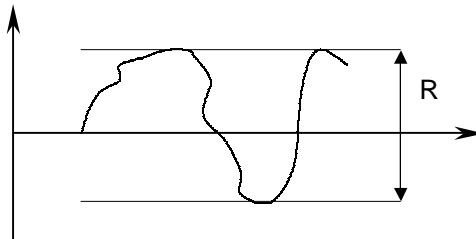
$$G = \pm(4 + 0.020 \cdot l_{\min})\mu\text{m}$$

gdje je l_{\min} minimalna vrijednost koja se može mjeriti tim mikrometrom iskazana u milimetrima (u našem slučaju 1000 mm odnosno 1 metar).

Granična pogreška očitavanja kod mikrometra iznosi $1\mu\text{m}$ i najčešće se zanemaruje.

4. MEHANIČKE MJERNE URE (KOMPARATORI)

Mehaničke mjerne ure koriste se najviše u industriji i to za usporedbeno mjerenja. Vrijednost podjeljka najčešće je $10\mu\text{m}$, a mjerni domet kreće se u rasponu od 0.4mm do 100mm. Proizvođači daju graničnu pogrešku kao raspon (krivulju) na temelju kojega se onda procjenjuje mjerna nesigurnost:



Pogreška ovisi o mjernom dometu. Primjerice za mjerni domet $MD=1\text{mm}$ $GR=9\mu\text{m}$. Mjerna nesigurnost procjenjuje se na temelju izraza:

$$u = \frac{GR}{2\sqrt{3}}$$

Granična pogreška očitavanja zanemaruje se. Danas se proizvode i komparatori kod kojih je vrijednost podjeljka $1\mu\text{m}$.

5. GRANIČNE MJERKE

Granične mjerke su pravokutni kvadri odnosno paralelopipedi koji služe kao etaloni duljine. Koriste se za vrlo točna mjerenja i za umjeravanje ostalih mjerila duljine.

Njihove su duljine normizirane u rasponu od 0.5 do 1000mm.

Grupiraju se u 4 razreda točnosti (prema normi ISO 3650):

IEC oznaka razreda točnosti	Granična pogreška razreda	DIN oznaka razreda točnosti
AA	$\pm (0.05 + 0.001 \cdot l_n) \mu\text{m}$	00
A	$\pm (0.10 + 0.002 \cdot l_n) \mu\text{m}$	0
B	$\pm (0.20 + 0.004 \cdot l_n) \mu\text{m}$	1
C	$\pm (0.40 + 0.008 \cdot l_n) \mu\text{m}$	2

Dakle za razred točnosti A granična će pogreška biti iskazana na sljedeći način $G_A = \pm (0.10 + 0.002 \cdot l_n) \mu\text{m}$, gdje je l_n nazivna duljina graničnog mjerila iskazana u milimetrima.

Razred točnosti A osnovni je razred jer pomoću granične pogreške tog razreda možemo doći do graničnih pogrešaka svih ostalih razreda i to:

- Za razred točnosti B moramo A množiti s 2
- Za razred točnosti C moramo A množiti s 4
- Za razred točnosti AA moramo A dijeliti s 2

Općenito kod svih mehaničkih mjerenja nastaje pogreška zbog širenja materijala. Samo u slučaju da su toplinski koeficijent širenja materijala od kojeg je izrađeno mjerilo i materijala od kojeg je izrađen objekt mjerenja jednaki pogreška je izbjegnuta, inače ne.

Osnovna sistematska pogreška pri mjerenju duljine mehaničkim mjerilima nastaje zbog utjecaja temperature, odnosno kada mjerilo i mjerni objekt nisu na istoj temperaturi (20°C).

Apsolutna pogreška tada se procjenjuje prema sljedećem izrazu:

$$p_a = l[\alpha_1(\vartheta_1 - 20) - \alpha_2(\vartheta_2 - 20)]$$

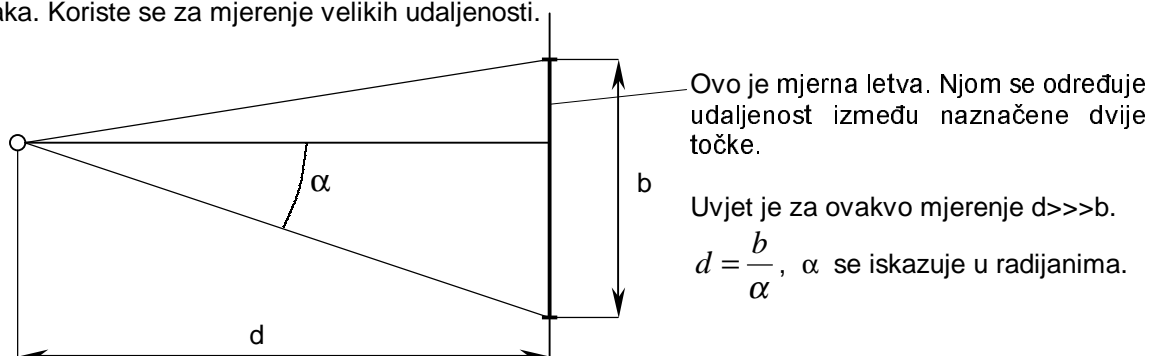
gdje su α_1 i ϑ_1 temperaturni koeficijent širenja i temperatura materijala od kojeg je izrađen objekt mjerenja, a α_2 i ϑ_2 su temperaturni koeficijent širenja i temperatura mjerila.

Osim mehaničkih koriste se još optička i elektronička mjerila duljine.

1. OPTIČKA MJERILA DULJINE

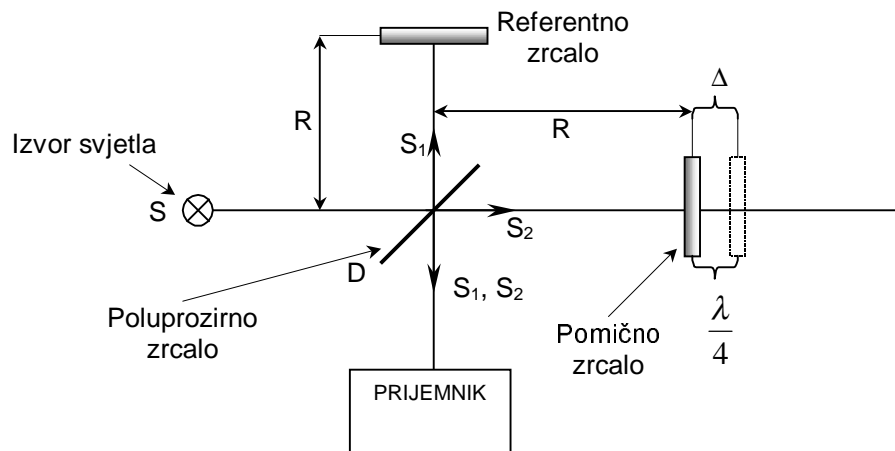
a) OPTIČKI DALJINOMJERI

Optički daljinomjeri primjenjuju se u geodeziji. Mjerenje njima temelji se na mjerenju kuta između dvije točke poznatog razmaka. Koriste se za mjerenje velikih udaljenosti.



b) NICKELSON-ov INTERFEROMETAR

Nickelsonov interferometar je optička metoda mjerenja duljine, a temelji se na interferenciji svjetlosti. Koristi se za mjerenje malih i srednje velikih udaljenosti s vrhunskom točnošću.



Svjetlost koju emitira izvor u poluprozirnom zrcalu rastavlja se na dvije komponente (S_1 i S_2). Jedna prolazi prema pomičnom zrcalu, a druga prema referentnom.

Kada su udaljenost referentnog i pomičnog zrcala od mjesta gdje zraka svjetlosti izvora ulazi u poluprozirno zrcalo jednake (R) u prijemniku se dobiva maksimalan intenzitet svjetlosti. Tada su kutevi zraka svjetlosti S_1 i S_2 jednaki svjetlost obje zrake zbraja se u prijemniku.

Pomakom pomičnog zrcala za $\lambda/4$ (svjetlost mora proći dva puta tu udaljenost, kada dolazi iz izvora prijeđe $\lambda/4$ i kada se reflektira prijeđe $\lambda/4$ odnosno ukupno $\lambda/2$) S_1 i S_2 se poništavaju pa u prijemniku imamo mrak. Intenzitet svjetlosti u prijemniku mijenja se pomicanjem pomičnog zrcala, a uloga je mjeritelja da prati promjenu svjetla i tame u prijemniku.

$$\Delta = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

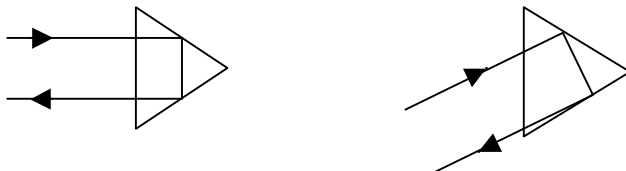
gdje je n broj izmjena (pomaka).

Kako bi minimum i maksimum bili što izraženiji izvor emitira monokromatsku svjetlost (svjetlost samo jedne valne duljine npr. laser) i ona mora biti valne duljine između 0.4 i $0.7\mu\text{m}$ jer to je valna duljina ljudskom oku vidljive svjetlosti.

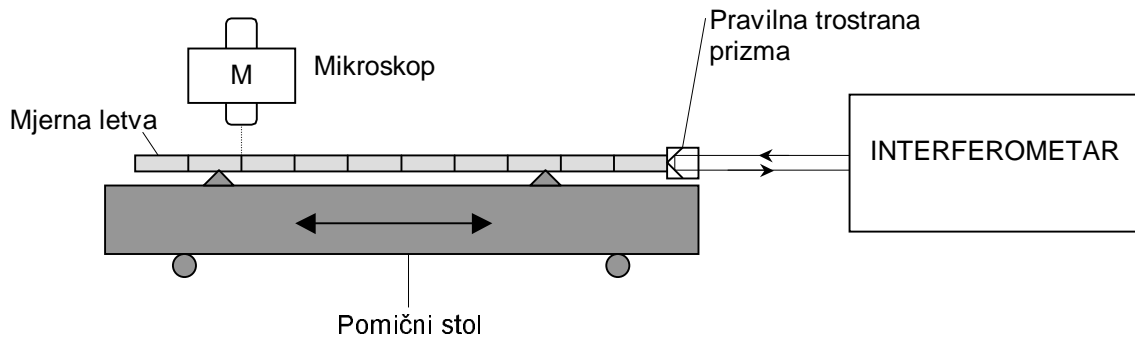
Razlučivost odnosno točnost mjerenja Nickelsonovim interferometrom je $0.3\mu\text{m}$.

Vrlo je važno da su zrcala međusobno u okomitom položaju, u protivnom mjerenje će biti pogrešno.

Pri mjerenju interferometrom zapravo se emitira zraka S_2 prema nekom udaljenom mjestu na kojem mora biti zrcalo. To zrcalo mora reflektirati zraku S_2 natrag u interferometar tako da ona bude paralelna zraki koju je emitirana. Kako bi se to postiglo ne koriste se zrcala već pravilne trostrane prizme.

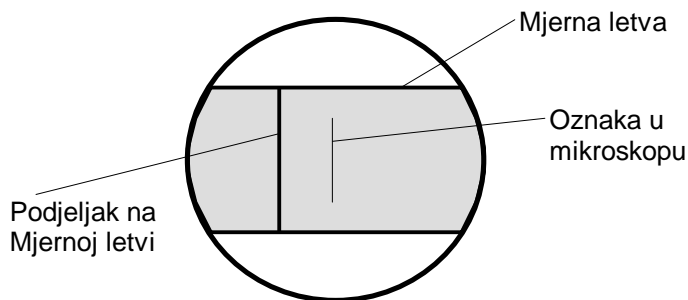


Umjeravanje mjerne letve pomoću interferometra.



Mjerna letva nalazi se na stolu koji se može pomicati lijevo i desno. Na jednom kraju mjerne letve pričvršćena je pravilna trostrana prizma koja reflektira zraku svjetlosti iz interferometra. Interferometar i mikroskop su fiksirani. Pomicanjem stola pomiče se u za njega učvršćena mjerna letva, ali i pravilna trostrana prizma. Za vrijeme pomicanja mjerne letve gledamo u mikroskop. Kada vidimo da su se poklopili podjeljak na mjernoj letvi i oznaka u mikroskopu prestajemo s pomicanjem i očitavamo izmjerenu vrijednost na interferometru. Na taj način umjerava se udaljenost između dva podjeljka na mjernoj letvi pomoću interferometra.

Ovo vidimo u mikroskopu:

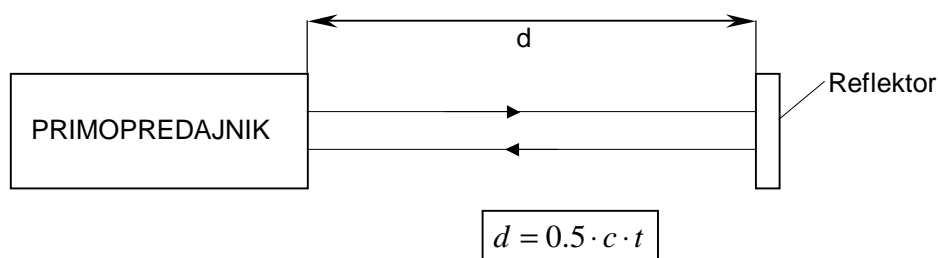


Pomićemo mjernu letvu desno sve dok se ne poklope podjeljak na mjernoj letvi i oznaka u mikroskopu. Tada očitavamo izmjerenu udaljenost na interferometru.

Nesigurnost namještanja pomoću mikroskopa iznosi $\pm 10nm$.

2. ELEKTRONIČKA MJERILA DULJINE

Elektronička mjerila duljine rade na principu mjerenja vremena koje je potrebno elektromagnetskim valovima da prijeđu određenu udaljenost u oba smjera.



c je brzina svjetlosti, a t vrijeme koje prođe od trenutka odašiljanja do trenutka prijema elektromagnetskog vala. Na tom principu radi **globalni pozicionirani sustav (GPS)** koji se koristi za navigaciju brodova, zrakoplova i vozila. Sustav se sastoji od 24 satelita postavljenih u 6 orbita (po 4 u svakoj) koje su na visini 20200km iznad Zemlje. Položaj točke na Zemlji iz koje vršimo mjerenje određuje se na temelju poznavanja putanja 4 satelita (**koje moramo vidjeti istovremeno**) i na temelju proračuna. Tim sustavom postižu se točnosti od 10cm na 1000km, odnosno relativna mjerna nesigurnost iznosi $1.0 \cdot 10^{-7}$.

22. MJERENJE MASE

Masa je svojstvo tijela, a mjeri se vagom. Vaga mjeri masu tijela pomoću zemljine sile teže. Težina tijela je sila koja djeluje na masu u gravitacijskom polju sile teže.

$$T = m \cdot g$$

gdje je g težinsko ubrzanje gravitacije.

Težinsko ubrzanje na površini Zemlje nije konstantno jer ovisi o:

- Geografskoj širini
- Gustoći zemljišta
- Visini iznad razine mora
- Plimi i oseki
- Drugim utjecajnim veličinama koje se izražavaju samo kod najtočnijih mjerenja

Težinsko ubrzanje u prosjeku iznosi 9.807 m/s^2 , na polovima iznosi 9.832 m/s^2 , a na ekvatoru 9.780 m/s^2 . Prema tome težina tijela mjenja se od točke do točke i stoga ona nije svojstvo tijela za razliku od mase koja je.

Postoje dva načina vagnja:

- 1) Vaganje usporedbom poznate mase s nepoznatom (polužne vage)
- 2) Vaganje mjerenjem sile (opružne i elektroničke vage)

Kod vaganja polužnim vagama promjene težinskog ubrzanja toliko su male da ih ne treba uzimati u obzir, dok se kod opružnih i elektroničkih mora uzeti u obzir jer težinsko ubrzanje direktno utječe na mjerenje. Stoga kada se promjeni mjesto njihove upotrebe opružne i elektroničke vage moraju se iznova umjeravati.

Prilikom vaganja u zraku treba voditi računa o sili uzgona zraka. Upravo zbog uzgona sila kojom se djeluje na vagu nije jednaka težini tijela nego je umanjena za silu uzgona. Uzgon ovisi o obujmu tijela.

$$F = T - U$$

$$U = V \cdot \rho_z \cdot g$$

$$U = \frac{m}{\rho} \cdot \rho_z \cdot g$$

$$U = T \cdot \frac{\rho_z}{\rho}$$

Volumen tijela
Težinsko ubrzanje
Gustoća zraka

Sila koja djeluje na vagu iznosi:

$$F = g \cdot m - g \cdot m \cdot \left(\frac{\rho_z}{\rho} \right) = g \cdot m \cdot \left(1 - \frac{\rho_z}{\rho} \right) = T \left(1 - \frac{\rho_z}{\rho} \right)$$

Uzgon zraka prividno smanjuje masu tijela.

Kako bi se svi rezultati vaganja iskazivali na jednak način i bili međusobno usporedivi Međunarodna organizacija za zakonsko mjeriteljstvo (OIML) u preporuci R33 definirala je **dogovornu vrijednost rezultata vaganja u zraku. Zovemo ju i odvaga ili izvaga.**

Odvaga (m_t^*) je jednaka masi etalona dogovorene gustoće 8000 kg/m^3 pri referentnoj temperaturi 20°C koja uravnotežuje tijelo (koje je na referentnoj temperaturi 20°C) čiju masu mjerimo. I masa etalona i tijela mjeri se u zraku čija je gustoća 1.2 kg/m^3 .

$$m_t^* = m_u'$$

$$g \cdot m_t \cdot \left(1 - \frac{1.2}{\rho_t(20^\circ C)}\right) = g \cdot m_u' \cdot \left(1 - \frac{1.2}{8000}\right)$$

$$m_u' = m_t^* = m_t \cdot \left(\frac{1 - \frac{1.2}{\rho_t(20^\circ C)}}{1 - \frac{1.2}{8000}} \right) \approx m_t \left[1.00015 - \frac{1.2}{\rho_t(20^\circ C)} \right]$$

Relativna pogreška iznosi:

$$\Delta r = \frac{m_t^* - m_t}{m_t} = 1.5 \cdot 10^{-4} - \frac{1.2}{\rho_t(20^\circ C)}$$

Primjer

Pri vaganju tijela od željeza gustoće 7200 kg/m^3 relativna pogreška iznosila bi $\Delta r = -1.7 \cdot 10^{-5}$.

Kada bi vagali tijelo od papira gustoće 700 kg/m^3 relativna pogreška iznosila bi $\Delta r = -1.6 \cdot 10^{-3}$.

Te su pogreške vrlo male. Stoga u svakodnevnom mjerenju ne radimo korekcije za te pogreške. Te se korekcije rade samo kod najtočnijih mjerenja.

22.1. VAGE

Mjerila mase odnosno vage služe za određivanje mase tijela. Vage prema Pravilniku o meteorološkim uvjetima za neautomatske vage (kojima rukuje čovjek) mogu biti:

1. Vage s pokaznim uređajem, s podjelom ili bez podjele i to:
 - a) Vage s pokaznim uređajem i s podjelom – mjerni rezultat očitava se s pokaznog uređaja analogno ili digitalno
 - b) Vage s pokaznim uređajem bez podjele – mjerni rezultat je količina mase utega kojima je vaga uravnotežena
2. Vage s automatskim, poluautomatskim ili neautomatskim ravnotežnim položajem i to:
 - a) Vage s automatskim ravnotežnim položajem – ravnotežni položaj se postiže bez pomoći rukovatelja
 - b) Vage s poluautomatskim ravnotežnim položajem – u jednom djelu mjernog područja rukovatelj dovodi kazaljku ravnotežnog položaja u položaj za očitavanje, a u ostalom se dijelu ravnotežni položaj postiže bez pomoći rukovatelja
 - c) Vage s neautomatskim (stalnim) ravnotežnim položajem – rukovatelj dovodi kazaljku ravnotežnog položaja u položaj za očitavanje

Vage imaju sljedeće značajke:

1. Mjerno područje

Mjerno područje definirano je između minimalne i maksimalne vrijednosti koju možemo vagati uz deklariranu točnost.

2. Deklarirana vrijednost ovjernog podjeljka

Deklarirana vrijednost ovjernog podjeljka jednaka je podjeli na skali ili nešto drugo (koliko grama ili miligrama). Koristi se prilikom umjeravanja vage.

3. Broj ovjernih podjeljaka

Treba ga izračunati.

4. Najveće dopušteno opterećenje (nosivost ili jakost vage)

To je najveće dopušteno opterećenje vage. Ako se prekorači može doći do oštećenja vage.

5. Razred točnosti

Postoje 4 razreda točnosti. Vage se razvrstavaju u razrede točnosti s obzirom na vrijednost ovjernog podjeljka (e) i na broj podjeljaka (n) koji su dani u tablici:

Razred točnosti	Vrijednost ovjernog podjeljka	Broj ovjernih podjeljaka (n)		
		Najmanji	Najveći	Minimalno vaganje
I	$0,001g \leq e$	50 000	--	100e
II	$0,001g \leq e \leq 0,05g$ $0,1 \leq e$	100	100 000	20e
		5 000	100 000	50e
III	$0,1g \leq e \leq 2g$ $5g \leq e$	100	10 000	20e
		500	10 000	20e
IIII	$5g \leq e$	100	1 000	10e

Vage III razreda točnosti su trgovačke vage. Tim vagama masa se može mjeriti u širokom opsegu od 20e do 10000e. Taj opseg podijeljen je u još 3 područja i za svako je područje definirana granična dopuštena pogreška (GDP).

GDP točnosti za vage razreda točnosti III iznose:

- $\pm 0,5$ ovjernog podjeljka za opterećenje od minimalnog vaganja do 500 podjeljaka uključujući i 500-ti podjeljak
- ± 1 ovjerni podjeljak za opterećenja iznad 500 podjeljaka do 2000 podjeljaka, uključujući i 2000-ti podjeljak
- $\pm 1,5$ ovjernog podjeljka za opterećenja iznad 2000 podjeljaka

Za ostale tri razreda točnosti:

GDP točnosti za vage razreda točnosti I iznose:

- $\pm 0,5$ ovjernog podjeljka za opterećenje od minimalnog vaganja do 50000 podjeljaka uključujući i 50000-ti podjeljak
- ± 1 ovjerni podjeljak za opterećenja iznad 50000 podjeljaka do 200000 podjeljaka, uključujući i 200000-ti podjeljak
- $\pm 1,5$ ovjernog podjeljka za opterećenja iznad 200000 podjeljaka

GDP točnosti za vage razreda točnosti II iznose:

- $\pm 0,5$ ovjernog podjeljaka za opterećenje od minimalnog vaganja do 5000 podjeljaka uključujući i 5000-ti podjeljak
- ± 1 ovjerni podjeljak za opterećenja iznad 5000 podjeljaka do 20000 podjeljaka, uključujući i 20000-ti podjeljak
- $\pm 1,5$ ovjernog podjeljaka za opterećenja iznad 20000 podjeljaka

GDP točnosti za vage razreda točnosti III iznose:

- $\pm 0,5$ ovjernog podjeljaka za opterećenje od minimalnog vaganja do 50 podjeljaka uključujući i 50-ti podjeljak
- ± 1 ovjerni podjeljak za opterećenja iznad 50 podjeljaka do 200 podjeljaka, uključujući i 200-ti podjeljak
- $\pm 1,5$ ovjernog podjeljaka za opterećenja iznad 200 podjeljaka

Na rezultat vaganja utječe čitav niz utjecajnih veličina kao što su:

1. Položaj mjerene mase (gdje se na mjernom tanjuru nalazi masa)

2. Masa onog što smo prethodno vagali (nije svejedno da li smo prije ovog vaganja vagali nešto velike ili nešto male mase. Kod vaganja velike mase treba vremena da se vaga oporavi)

3. Temperatura

Smatra se da je vaga koju koristimo ispravna ako su rezultati koje smo dobili pri sadašnjem umjeravanju čak i dvostruko manji od onih dobivenih u prvom umjeravanju

Pravilnikom su utvrđeni kriteriji za ispitivanje ispravnosti vage. Kada se ispravna vaga ispravno koristi (podešen nulti položaj, masa u sredini prijemnika, prethodno trajno neopterećena i unutar temperaturnog nazivnog područja uporabe) standardna mjerna nesigurnost rezultata vaganja procjenjuje se prema izrazu:

$$u = \frac{2 \cdot GDP}{\sqrt{3}}$$

Vaga mora udovoljavati zahtjevima granične dopuštene pogreške pri sljedećim uvjetima:

1. Pri promjeni temperature i to:

- a) Od -10°C do $+40^{\circ}\text{C}$, ako promjena temperature nije veća od 5°C na sat
- b) Ako temperaturno područje odstupa od -10°C do $+40^{\circ}\text{C}$, mora biti naznačeno na vagi i ne smije biti manja od 5°C za vage razreda točnosti I, 15°C za vage razreda točnosti II, i 30°C za vage razreda točnosti III i IIII.
- c) Utjecaj temperature na neopterećenu vagu ne smije iznositi više od vrijednosti jednog podjeljaka pri promjeni temperature 1°C za vage razreda točnosti I i 5°C za vage ostalih razreda točnosti.

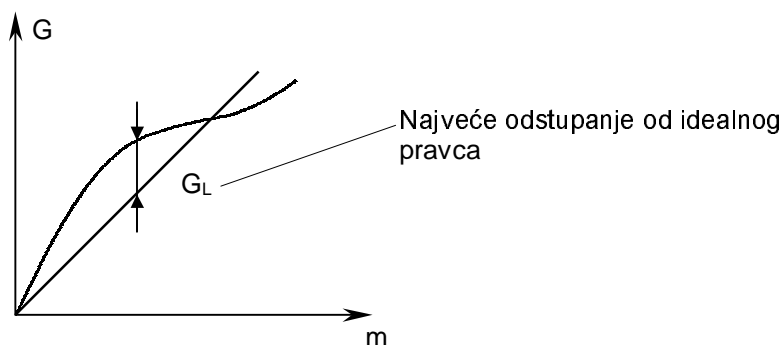
2. Pri promjeni napona izvora električne energije od -15% do $+10\%$ nazivne vrijednosti

3. Pri promjeni frekvencije $\pm 2\%$ nazivne vrijednosti

Kod elektroničkih vaga uobičajeno je da se točnost opisuje nelinearnošću i ponovljivošću.

Ponovljivost se iskazuje standardnim odstupanjem osnovnih mjerenja.

Nelinearnost se iskazuje graničnom pogreškom.



Elektroničke se vage moraju umjeravati na svakom mjestu gdje se primjenjuju. Umjeravanje se radi pomoću etalona mase poznate granične pogreške.

Mjerna nesigurnost vaganja elektroničkom vagom izračunava se prema izrazu:

$$u = \sqrt{\left(\frac{G_L}{\sqrt{3}}\right)^2 + u_p^2 + \left(\frac{G_E \cdot \alpha}{\sqrt{3} \cdot \alpha_E}\right)^2}$$

gdje je: G_L – granična pogreška zbog nelinearnosti
 u_p – ponovljivost iskazana standardnim odstupanjem
 G_E – granična pogreške etalona utega
 α - očitana vrijednost
 α_E – odklon kod umjeravanja etalon masom

22.2. UTEZI

Utezi su mjerke mase (etaloni mase) koje služe za umjeravanje vaga. Međunarodna organizacija za mjere i utege (OIML) u preporuci R 111 propisuje vrijednosti tih etalona mase. Vrijednosti se kreću u rasponu od 1mg do 50kg u koracima 1:2:5. Prema toj preporuci utezi su razvrstani u 7 razreda točnosti: E₁, E₂, F₁, F₂, M₁, M₂, M₃. Namjena pojedinih razreda je sljedeća:

Razred točnosti utega	Namjena
E ₁	Kontrolni utezi za umjeravanje vaga razreda točnosti I
E ₂	Mikrokemijske i kemijske analize i druga mjerenja mase najviše točnosti
F ₁	Kemijske analize i druga mjerenja mase visokog razreda točnosti
F ₂	Tehničke analize više točnosti i mjerenja dragocjenih kovina
M ₁	Tehničke analize i mjerenja mase medikamenata i dragocjenih kovina
M ₂	Mjerenje mase u trgovini
M ₃	Mjerenje mase u trgovini

Granične pogreške pri prvom pregledu etalona mase određenog razreda točnosti dane si u sljedećoj tablici:

Razred točnosti	E ₁	E ₂	F ₁	F ₂	M ₁	M ₂	M ₃
Granična pogreška	$5 \cdot 10^{-7}$	$1.5 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$

Te granične pogreške vrijede za utege od 100g do 50kg. Za utege u uporabi dopuštene su granične pogreške dvostruko veće od ovih u tablici navedenih ($2 \cdot GDP$)

Nesigurnost etalona mase procjenjuje se izrazom:

$$u = \frac{2 \cdot GDP}{\sqrt{3}}$$

Utezi se koriste za umjeravanje i ovjeravanje vaga i utega lošije klase.